تمارين الاطار العام لسلوك المستهلك

التمرين الأول:

إذا علمت أن مستهلك دالة منفعته هي: $U_t = 2X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$

المطلوب:

1. حدد دوال الطلب على السلعتين X وY.
2. أحسب نقطة توازن المستهلك، إذا كانت الأسعار والدخل كمايلي: $P_x = 1$ ، $P_y = 3$ و $R = 16$.
3. بكم تتغير المنفعة الكلية إذا إرتفع الدخل بوحدة واحدة.
4. تحقق إذا كان المستهلك يخضع لقانون ڤوسن الثاني.
5. بيّن أن منحنى السواء محدب بضواحي نقطة الأصل.
6. حدد نوعية السلعتين X وY، وحدد طبيعة العلاقة بينهما (باستخدام المرونة).
7. ما هي قيمة الإعانة الواجب تقديمها للمستهلك حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع في السؤال رقم 2 إذا إرتفع سعر السلعة X بـ 2 وحدات نقدية.
8. ما هي قيمة الضريبة الواجب فرضها على المستهلك حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع في السؤال رقم 2 إذا إنخفض سعر السلعة Y بوحدتين.

الاجابة:

1- تحديد دوال الطلب على السلعتين X وY:

تكتب معادلة لاڤرونج بالشكل التالي:

$$L = U + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = F(x, y) + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = 2X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}} + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

تكتب الشروط الاولى لتعظيم المنفعة على الشكل:

$$\begin{cases} L'_x = 2(\frac{1}{2})X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}} - \lambda P_x = 0 \quad \rightarrow \quad (1) \\ L'_y = 2(\frac{1}{2})X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}} - \lambda P_y = 0 \quad \rightarrow \quad (2) \\ L'_\lambda = R - XP_x - YP_y = 0 \quad \rightarrow \quad (3) \end{cases}$$

بقسمة المعادلة(1) و (2) نجد:

$$\frac{2(\frac{1}{2})X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{2(\frac{1}{2})X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{\lambda P_x}{\lambda P_y}$$

$$XP_x = YP_y \ \rightarrow (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد دالة الطلب على السلعة X:

$$R - XP_x - XP_x = 0$$

$$R = 2XP_x$$

$$\bar{X} = \frac{R}{2P_x}$$

بتعويض $\bar{X}$ بقيمتها في المعادلة (4) نجد دالة الطلب على السلعة Y:

$$YP_y = (\frac{R}{2P_x})P_x$$

$$\bar{Y} = \frac{R}{2P_y}$$

2- <u>**حساب نقطة توازن المستهلك، إذا كانت الأسعار والدخل كما يلي: $P_x = 1$، $P_y = 3$ و $R = 16$.**</u>

بتعويض قيم P_x و P_y و R في دوال الطلب على السلعتين X وY نجد قيم التوازن $\bar{X}$ و $\bar{Y}$:

$$\bar{X} = \frac{R}{2P_x} = \frac{16}{2 \times 1} = 8$$

$$\bar{Y} = \frac{R}{2P_y} = \frac{16}{2 \times 3} = \frac{8}{3}$$

بتعويض قيمة $\bar{Y}$ وقيمة $\bar{X}$ وP_x و P_y في المعادلة (1) أو في المعادلة (2) نجد قيمة $\bar{\lambda}$:

$$2\left(\frac{1}{2}\right)X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}} - \lambda P_x = 0$$

$$2\left(\frac{1}{2}\right)X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}} = \lambda P_x$$

$$\frac{2\left(\frac{1}{2}\right)X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{P_x} = \lambda$$

$$\bar{\lambda} = 0.57$$

3- <u>**تغير قيمة المنفعة الكلية إذا إرتفع الدخل بوحدة واحدة:**</u>

تتغير قيمة المنفعة الكلية إذا إرتفع الدخل بوحدة واحدة بقيمة $\bar{\lambda}$ أي 0.57 وحدة

4- <u>**التحقق ما إذا كان المستهلك يخضع لقانون قوسن الثاني:**</u>

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \cdots = \frac{UM_n}{P_n}$$

$$\boldsymbol{\frac{UM_x}{P_x} = \frac{2(\frac{1}{2})X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{1} = 0.57}$$

$$\boldsymbol{\frac{UM_y}{P_y} = \frac{2(\frac{1}{2})X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}}{3} 0.57}$$

بما أن $\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 0.57$ فإن قانون ڤوسن الثاني محقق.

في التوازن الدينار الاخير المنفق على السلعة X يقدم نفس المنفعة كالدينار الاخير المنفق على السلعة Y (وهذه الحالة تدعى بالقانون الثاني لڤوسن).

5- تبيان أن منحنى السواء محدب بضواحي نقطة الأصل:

ليكون منحنى السواء محدد بضواحي نقطة الاصل يجب على مشتقة المعدل الحدي للإحلال بالنسبة لـ X أن تكون سالبة، أي:

$$\frac{dTMS_{X,Y}}{dx} = \frac{\partial TMS_{X,Y}}{\partial x} + \left[\frac{\partial TMS_{X,Y}}{\partial y} \times \frac{dy}{dx}\right]$$

$$TMS_{X,Y} = \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{2(\frac{1}{2})X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{2(\frac{1}{2})X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}}$$

$$TMS_{X,Y} = \frac{Y}{X}$$

$$\frac{\partial TMS_{X,Y}}{\partial x} = \frac{-Y}{X^2}$$

$$\frac{\partial TMS_{X,Y}}{\partial y} = \frac{1}{Y}$$

$$\frac{dTMS_{X,Y}}{dx} = \frac{-Y}{X^2} + \left[\frac{1}{X} \times (-\frac{Y}{X})\right]$$

$$\boldsymbol{\frac{dTMS_{X,Y}}{dx} = \frac{-2Y}{X^2} < 0}$$

اذا منحنى السوا ء فعلا محدب نحو الاصل.

6- <u>تحديد نوعية السلعتين X وY، وحدد طبيعة العلاقة بينهما.</u>

أ- لتحديد نوعية السلعتين X وY تستخدم مرونة الدخل:

❖ بالنسبة للسلعة X:

$$\bar{X} = \frac{R}{2P_x}$$

$$E_{RX} = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta X}{\Delta R} \times \frac{R}{X} = \frac{\partial X}{\partial R} \times \frac{R}{X}$$

$$E_{RX} = \frac{1}{2P_x}\left(\frac{R}{\frac{R}{2P_x}}\right)$$

$$E_{RX} = \left(\frac{1}{2P_x}\right)(R)\left(\frac{2P_x}{R}\right)$$

$$\boldsymbol{E_{RX} = 1}$$

تصنف السلعة X كسلعة عادية بما أن $0 > E_{RX} \geq 1$

❖ بالنسبة للسلعة Y:

$$\bar{Y} = \frac{R}{2P_y}$$

$$E_{RY} = \frac{\frac{\Delta Y}{XY}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta Y}{\Delta R} \times \frac{R}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial R} \times \frac{R}{Y}$$

$$E_{RY} = \frac{1}{2P_y}\left(\frac{R}{\frac{R}{2P_y}}\right)$$

$$E_{RY} = \left(\frac{1}{2P_y}\right)(R)\left(\frac{2P_y}{R}\right)$$

$$\boldsymbol{E_{RY} = 1}$$

تصنف السلعة Y كسلعة عادية بما أن $0 > E_{RY} \geq 1$

ب لتحديد طبيعة العلاقة بين السلعتين X وY تستخدم المرونة التقاطعية:

❖ بالنسبة للسلعة X:

$$\bar{X} = \frac{R}{2P_x}$$

$$E_{xy}=\frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta P_y}{P_y}}=\frac{\Delta X}{\Delta P_y}\times\frac{P_y}{X}=\frac{\partial X}{\partial P_y}\times\frac{P_y}{X}$$

$$\boldsymbol{E_{xy}=0}$$

بما أن $E_{xy}=0$ فإن السلعتين X وY سلع مستقلة عن بعضها البعض.

❖ بالنسبة للسلعة Y:

$$\bar{Y}=\frac{R}{2P_y}$$

$$E_{yx}=\frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}}=\frac{\Delta Y}{\Delta P_x}\times\frac{P_x}{Y}=\frac{\partial Y}{\partial P_x}\times\frac{P_x}{Y}$$

$$\boldsymbol{E_{yx}=0}$$

بما أن $E_{yx}=0$ فإن السلعتين Y و X سلع مستقلة عن بعضها البعض.

7- **قيمة الإعانة الواجب تقديمها للمستهلك حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع في السؤال رقم 2 إذا إرتفع سعر السلعة X بـ 2 وحدات نقدية:**

$$U_t=2X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$$

$$U°=2(8)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{8}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$U°=9.19$$

تكتب معادلة لاڤرونج بالشكل التالي:

$$L=XP'_x-YP_y+\lambda(U°-U_t)$$

$$L=3X-3Y+\lambda(9.19-2X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}})$$

تكتب الشروط الاولى لتعظيم المنفعة على الشكل:

$$\begin{cases} L'_x=3-2(\frac{1}{2})X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}\lambda=0 \quad\rightarrow\quad (1)' \\ L'_y=3-2\left(\frac{1}{2}\right)X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}\lambda=0 \quad\rightarrow\quad (2)' \\ L'_\lambda=9.19-2X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}=0 \quad\rightarrow\quad (3)' \end{cases}$$

بقسمة المعادلة $(1)'$ و $(2)'$ نجد:

$$\frac{3}{3} = \frac{2(\frac{1}{2})X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}\lambda}{2(\frac{1}{2})X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}\lambda}$$

$$X = Y \ \rightarrow (4)'$$

بتعويض المعادلة $(4)'$ في المعادلة $(3)'$ نجد قيمة X التوازنية:

$$9.19 - 2X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$9.19 = 2X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$$

$$9.19 = 2X^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}}$$

$$9.19 = 2X$$

$$\bar{\bar{\boldsymbol{X}}} = \mathbf{4.59}$$

ومنه: $\bar{\bar{\boldsymbol{X}}} = \mathbf{4.59} = \bar{\bar{\boldsymbol{Y}}}$

$$\bar{\bar{R}} = XP_x' - YP_y$$

$$\bar{\bar{R}} = 4.59(3) - 4.59(3)$$

$$\bar{\bar{\boldsymbol{R}}} = \mathbf{27.54}$$

$$\Delta R = \bar{\bar{R}} - R$$

$$\Delta R = 27.54 - 16$$

$$\Delta \boldsymbol{R} = \mathbf{11.54}$$

إتقدر قيمة الإعانة الواجب تقديمها للمستهلك حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع في السؤال رقم 2 إذا إرتفع سعر السلعة X بـ 2 وحدات نقدية هي: 11.54ون

8- <u>قيمة الضريبة الواجب فرضها على المستهلك حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع في السؤال رقم 2 إذا إنخفض سعر السلعة Y بوحدتين:</u>

$$9.19 = 2\left[\frac{R^*}{2P_x}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{R^*}{2P_y'}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$9.19 = 2\left[\frac{R^*}{2(1)}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{R^*}{2(1)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{R}^* = \mathbf{9.09}$$

$$T = R - R^*$$

$$T = 16 - 9.09$$

$$\boldsymbol{T = 6.91}$$

تقدر قيمة الضريبة الواجب فرضها على المستهلك حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع في السؤال رقم 2 إذا إنخفض سعر السلعة Y بوحدتين هي: 6.91 ون

التمرين الثاني:

لتكن دالة المنفعة لمستهلك ما بالشكل التالي: $U_t = X^{\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

المطلوب:

1. حدد معادلة منحنى الاستهلاك و الدخل عندما يتغير الدخل R بينما الأسعار P_x وP_y تبقى ثوابت.
2. حدد منحنى الاستهلاك والسعر عندما يتغير السعر P_x بينما R وP_y تبقى ثوابت.

الاجابة:

1- <u>تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل عندما يتغير الدخل R بينما الأسعار P_x وP_y تبقى ثوابت</u>

نحصل على معادلة منحنى الاستهلاك والدخل من الشروط الاولى لتعظيم معادلة لاڤرونج:

تكتب معادلة لاڤرونج بالشكل التالي:

$$L = U + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = F(x, y) + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = X^{\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}} + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

تكتب الشروط الاولى لتعظيم المنفعة على الشكل:

$$\begin{cases} L'_x = \dfrac{1}{3}X^{-\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}} - \lambda P_x = 0 & \rightarrow \ (1) \\ L'_y = \dfrac{1}{3}X^{\frac{1}{3}}Y^{-\frac{1}{3}} - \lambda P_y = 0 & \rightarrow \ (2) \\ L'_\lambda = R - XP_x - YP_y = 0 & \rightarrow \ (3) \end{cases}$$

بقسمة المعادلة(1) و (2) نجد:

$$\frac{\frac{1}{3}X^{-\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}X^{\frac{1}{3}}Y^{-\frac{1}{3}}} = \frac{\lambda P_x}{\lambda P_y}$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{Y = \frac{P_x}{P_y} X} \\ \boldsymbol{Y = aX} \end{cases} \rightarrow \boldsymbol{(4)}$$

توضح المعادلة (4) العلاقة بين X وY عندما تتحقق الشروط المثلى للتوازن، وتمثل في نفس الوقت معادلة منحنى الاستهلاك والدخل

2- <u>تحديد منحنى الاستهلاك والسعر عندما يتغير السعر P_x بينما R وP_y تبقى ثوابت:</u>

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$R - XP_x - YP_y = 0$$

$$R - XP_x - P_y\left(\frac{P_x}{P_y}X\right) = 0$$

$$R - XP_x - XP_x = 0$$

$$R = 2XP_x$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{X = \frac{1}{2P_x} R} \\ \boldsymbol{X = bR} \end{cases} \rightarrow \boldsymbol{(5)}$$

توضح المعادلة (5) معادلة منحنى الاستهلاك والسعر.

التمرين الثالث:

دالة المنفعة لمستهلك ما تعطى بالشكل التالي:

$U = 2XY + 3Y$ ، إذا كانت أسعار السلعتين X وY هي: $P_x = 12$ و $P_y = 21$.

المطلوب:

1. حدد معادلة الاستهلاك والدخل.
2. حدد معادلة منحنى أنجل للسلعتين X وY.
3. مثل بيانيا معادلة منحنى أنجل للسلعتين X وY مع تحديد نوعية السلعتين.

الاجابة:

1- <u>تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل :</u>

نحصل على معادلة منحنى الاستهلاك والدخل من الشروط الاولى لتعظيم معادلة لاقرونج:

تكتب معادلة لاقرونج بالشكل التالي:

$$L = U + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = F(x, y) + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = 2XY + 3Y + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

تكتب الشروط الاولى لتعظيم المنفعة على الشكل:

$$\begin{cases} L'_x = 2Y - \lambda P_x = 0 & \rightarrow (1) \\ L'_y = 2X + 3 - \lambda P_y = 0 & \rightarrow (2) \\ L'_\lambda = R - XP_x - YP_y = 0 & \rightarrow (3) \end{cases}$$

بقسمة المعادلة(1) و (2) نجد:

$$\frac{2Y}{2X+3} = \frac{\lambda P_x}{\lambda P_y}$$

$$2YP_y = (2X+3)P_x$$

$$Y = \frac{2XP_x + 3P_x}{2P_y} \quad \rightarrow (\mathbf{4})$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{Y = \frac{P_x}{P_y}X + \frac{3P_x}{2P_y}} \\ \boldsymbol{Y = \frac{12}{21}X + \frac{36}{42}} \\ \boldsymbol{Y = aX + b} \end{cases} \quad \rightarrow (\mathbf{4})'$$

توضح المعادلة $(4)'$ العلاقة بين X وY عندما تتحقق الشروط المثلى للتوازن، وتمثل في نفس الوقت معادلة منحنى الاستهلاك والدخل.

2- **<u>تحديد معادلة منحنى أنجل للسلعتين X وY:</u>**

- تحديد معادلة منحنى أنجل للسلعة X

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$R - XP_x - YP_y = 0$$

$$R - XP_x - XP_x - \frac{3}{2}P_x = 0$$

$$R + \frac{3}{2}P_x = 2XP_x$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{X = \frac{1}{2P_x}R - \frac{3}{4}} \\ \boldsymbol{X = \frac{1}{24}R - \frac{3}{4}} \\ \boldsymbol{X = bR} \end{cases} \quad \rightarrow (\mathbf{5})$$

توضح المعادلة (5) معادلة منحنى انجل لـ X

❖ تحديد معادلة منحنى أنجل للسلعة Y:

بتعويض قيمة X في المعادلة (4) نجد:

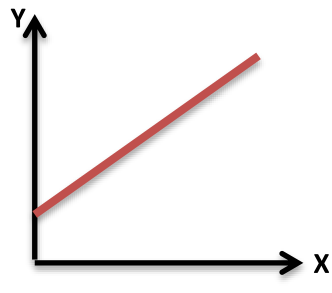
$$Y = \frac{2XP_x + 3P_x}{2P_y}$$

$$Y = \frac{2P_x(\frac{1}{2P_x}R - \frac{3}{4}) + 3P_x}{2P_y}$$

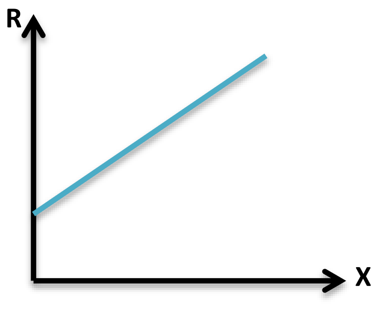
$$\left\{\begin{aligned} \boldsymbol{Y} &= \boldsymbol{\frac{1}{2P_y}R + \frac{3}{4}\frac{P_X}{P_y}} \\ \boldsymbol{X} &= \boldsymbol{\frac{1}{42}R + \frac{36}{84}} \qquad \rightarrow (6) \\ \boldsymbol{X} &= \boldsymbol{\alpha R + \beta} \end{aligned}\right.$$

توضح المعادلة (6) معادلة منحنى انجل لـ Y.

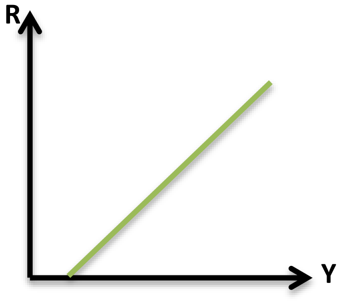
3- <u>الرسم البياني لمنحنى الاستهلاك والدخل ومنحني للسلعتين **X** و **Y**:</u>



منحنى الاستهلاك والدخل



منحنى انجل للسلعة X



منحنى انجل للسلعة Y

التمرين الرابع:

نفرض أن لدى المستهلك إمكانية الاختيار بين سلعتين X وY وإذا كانت كل منحنيات السواء لهذا المستهلك تتميز بميل يساوي $(\frac{-Y}{X})$.

المطلوب:

أثبت أن الطلب على السلعة X مستقل تماما عن سعر السلعة Y.

الاجابة:

1- **اثبات أن الطلب على السلعة X مستقل تماما عن سعر السلعة Y.**

$$TMS = -\frac{dy}{dx}$$

اذن:
$$TMS = \frac{Y}{X}$$

في التوازن:
$$TMS = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{Y}{X}$$

$$XP_x = YP_y \quad \dots\dots (1)$$

نعلم أن:
$$R = XP_x + YP_y \quad \dots\dots (2)$$

بتعويض المعادلة (1) في المعادلة (2) نجد:

$$R = XP_x + XP_x$$

$$\bar{X} = \frac{R}{2P_x}$$

اذن فعلا الطلب على السلعة X مستقل عن سعر السلعة Y .

التمرين الخامس:

إذا افترضنا أن دالة المنفعة لمستهلك تأخذ الشكل التالي: $U_t = (X+2)(Y+1)$

المطلوب:

1. عين دوال الطلب على السلعتين X وY.
2. حدد نقطة توازن المستهلك إذا كانت: $P_x = 2$ و $P_y = 5$ و$R = 51$.
3. إذا تغير سعر السلعة Y، إستنتج معادلة سلوتسكي وحدد نوعية السلعة Y .
4. انطلاقا من فرضية تغير السعر P_x، حدد العلاقة بين السلعتين X وY

الاجابة:

1- **تعيين دوال الطلب على السلعتين X وY:**

تكتب معادلة لاڤرونج بالشكل التالي:

$$L = U + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = F(x,y) + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

$$L = (X+2)(Y+1) + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

تكتب الشروط الاولى لتعظيم المنفعة على الشكل:

$$\left.\begin{array}{l} L'_x = (Y+1) - \lambda P_x = 0 \quad \rightarrow \quad (1) \\ L'_y = (X+2) - \lambda P_y = 0 \quad \rightarrow \quad (2) \\ L'_\lambda = R - xP_x - yP_y = 0 \quad \rightarrow \quad (3) \end{array}\right\} (A) \text{ جملة المعدلات}$$

بقسمة المعادلة(1) و (2) نجد:

$$\frac{(Y+1)}{(X+2)} = \frac{\lambda P_x}{\lambda P_y}$$

$$(X+2)P_x = (Y+1)P_y$$

$$XP_x + 2P_x = YP_y + P_y$$

$$XP_x = YP_y + P_y - 2P_x \ \rightarrow (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد دالة الطلب على السلعة X:

$$R - (YP_y + P_y - 2P_x) - YP_y = 0$$

$$R - YP_y - P_y + 2P_x - YP_y = 0$$

$$R - P_y + 2P_x = 2YP_y$$

$$\boldsymbol{\bar{Y} = \frac{R - P_y + 2P_x}{2P_y}}$$ **دالة الطلب على السلعة Y**

بتعويض $\bar{Y}$ بقيمتها في المعادلة (4) نجد دالة الطلب على السلعة Y:

$$XP_x = YP_y + P_y - 2P_x$$

$$XP_x = P_y\left(\frac{R - P_y + 2P_x}{2P_y}\right) + P_y - 2P_x$$

$$\boldsymbol{\bar{X} = \frac{R + P_y - 2P_x}{2P_x}}$$ **دالة الطلب على السلعة X**

2- **تحديد نقطة توازن المستهلك إذا كانت : $P_x = 2$ و $P_y = 5$ و $R = 51$**

بتعويض قيم P_x و P_y و R في دوال الطلب على السلعتين X و Y نجد قيم التوازن $\bar{X}$ و $\bar{Y}$:

$$\bar{X} = \frac{R + P_y - 2P_x}{2P_x} = \frac{51 + 5 - 2(2)}{2(2)} = 13$$

$$\boldsymbol{\bar{X} = 13}$$

$$\bar{Y} = \frac{R - P_y + 2P_x}{2P_y} = \frac{51 - 5 + 2(2)}{2(5)} = 5$$

$$\boldsymbol{\bar{Y} = 5}$$

بتعويض قيمة $\bar{Y}$ في المعادلة (1) أو قيمة $\bar{X}$ في المعادلة (2)نجد قيمة $\bar{\lambda}$:

$$(Y+1)-\lambda P_x=0$$

$$(Y+1)=\lambda P_x$$

$$\lambda=\frac{(Y+1)}{P_x}=\frac{5+1}{2}$$

$$\boldsymbol{\bar{\lambda}=3}$$

ج- حدد نوعية السلعة X انطلاقا من فرضية تغير السعر P_x:

نأخذ التفاضل الكلي للمعادلات السابقة (A) أي:

$$\begin{cases} 0dx+1dy-P_x d\lambda-\lambda dP_x=0 \\ 1dx+0dy-P_y d\lambda-\lambda dP_y=0 \\ -P_x dx-P_y dy-xdP_x-ydP_y+dR=0 \end{cases}$$

جملة المعدلات (B) {

بإستعمال المصفوفات وأخذ بعين الاعتبار dP_x و dP_y و dR كمتغيرات خارجية و dx و dy و $d\lambda$ كمتغيرات داخلية سوف تكتب جمله المعادلات (B) على الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_x \\ 1 & 0 & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \lambda dP_x \\ \lambda dP_y \\ xdP_x+ydP_y-dR \end{bmatrix}$$

بفرض تغير P_y: يعني ذلك أن $(dP_x=dR=0)$ أي يمكن كتابة المعادلة التالية:

$$\frac{\partial Y}{\partial P_y}=\frac{\lambda D_{22}}{|D|}+Y\frac{D_{32}}{|D|}$$

حساب المحدد $|D|$ والمصفوفات D_{32} و D_{22}

$$|D|=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -P_x & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -P_y & 1 & 0 \\ -P_x & -P_y & 0 & -P_x & -P_y \end{vmatrix}$$

$$|D|=\left[(0\times0\times0))+\left(1\times(-P_y)\times(-P_x)\right)+\left((-P_x)\times1\times(-P_y)\right)\right]$$
$$-\left[(1\times1\times0)+\left(0\times(-P_y)\times(-P_y)\right)+\left((-P_x)\times0\times(-P_x)\right)\right]$$

$$|D|=\left(0+(P_xP_y)+(P_xP_y)\right)-(0+0+0)$$

$$|D|=2P_xP_y=20$$

$$D_{22}=\begin{bmatrix} 0 & -P_x \\ -P_x & 0 \end{bmatrix}=(0\times0)-\left((-P_x)(-P_x)\right)=-P_x^2=-4$$

$$D_{32} = \begin{bmatrix} 0 & -P_x \\ 1 & -P_y \end{bmatrix} = \left(0 \times \left(-P_y\right)\right) - \left(1 \times (-P_x)\right) = P_x = 2$$

بتعويض قيم D_{22} و D_{32} و $|D|$ في معادلة سلوتسكي نجد:

$$\frac{\partial Y}{\partial P_y} = \frac{\lambda D_{22}}{|D|} + Y\frac{D_{32}}{|D|}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial P_y} = \frac{\lambda(-P_x^2)}{2P_xP_y} + Y\frac{P_x}{2P_xP_y}$$

بالتعويض عن قيم Y و λ و P_x و P_y في المعادلة الاخيرة نجد:

$$\frac{\partial Y}{\partial P_y} = \frac{3(-4)}{20} + \frac{5(2)}{20}$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial Y}{\partial P_y}} = \underbrace{\boldsymbol{-0.6}}_{\text{أثر الاحلال}} + \underbrace{\boldsymbol{0.5}}_{\text{أثر الدخل}} = \underbrace{\boldsymbol{-0.1}}_{\text{الاثر الكلي}}$$

التفسير الاقتصادي: انطلاقا من نقطة التوازن، يؤدي تغير P_y بوحدة نقدية الى تغير نفقات المستهلك بالكمية 0.1 وحدة فيما يخص Y وأثر الاحلال هو 0.6 وحدة وأثر الدخل هو 0.5 وحدة. اذا تصنف السلعة Y كسلعة **دنيا** لأن أثر الدخل وأثر الاحلال لهما اتجاهان متعاكسان وأثر الاحلال أقوى من أثر الدخل.

د- تحديد نوعية العلاقة بين السلعتين X و Y انطلاقا من فرضية تغير السعر P_x:

بفرضية تغير السعر P_x مع ثبات P_y و R يؤدي ذلك الى الاعتماد على المعادلة التالية:

$$\frac{\partial Y}{\partial P_x} = \frac{\lambda D_{12}}{|D|} + \frac{yD_{32}}{|D|}$$

$$D_{12} == \begin{bmatrix} 1 & -P_y \\ -P_x & 0 \end{bmatrix} = (1 \times 0) - \left((-P_x)\left(-P_y\right)\right) = -P_yP_x = -10$$

$$\frac{\lambda D_{12}}{|D|} = \frac{\lambda(-P_yP_x)}{2P_xP_y} = \frac{3(-10)}{20}$$

$$\frac{\lambda D_{12}}{|D|} = \frac{-30}{20} < 0$$

بما أن $\frac{\lambda D_{12}}{|D|} < 0$ فتصنف العلاقة بين السلعتين X و Y كسلع متكاملة.