

TD #3: Distribution Canonique

Exercice # 4 : Soit un système de N ions de spin $1/2$ sans interaction. Chaque ion a un moment magnétique μ_0 et le tout se trouve dans un cristal à la température absolue T , sous l'effet d'un champ magnétique B . Calculer :

1. La fonction de partition Z_C , l'entropie S et l'énergie moyenne U de ce système.
2. Le moment magnétique moyen du système $\langle M \rangle$ ainsi que la fluctuation $\Delta M = \sqrt{\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2}$.
3. Le cristal est initialement en équilibre thermique avec un réservoir de température $T = 1 K$, sous un champ magnétique $B_i = 1 \text{ tesla}$. Le cristal est ensuite isolé thermiquement du réservoir, et le champ magnétique réduit lentement jusqu'à la valeur $B_f = 10^{-2} \text{ tesla}$. Que va-t-il se passer ?

Exercice # 5 : Considérons un système physique composé de N spins discernables prenant deux valeurs possibles ± 1 . Ces deux valeurs correspondent aux niveaux d'énergie $\pm \epsilon$ respectivement.

1. Calculer l'énergie totale E en utilisant la formule de Boltzmann (distribution microcanonique).
2. Comparer les résultats avec ceux de la distribution canonique.

Exercice # 6 : On considère deux électrons fixes, de spins \vec{S}_1 et \vec{S}_2 . Ces électrons sont plongés dans un champ magnétique $\vec{B} \parallel \vec{Oz}$ où une contribution au hamiltonien

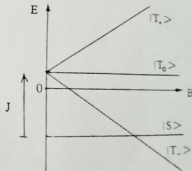
$$H_A = 2\mu_B B \frac{1}{\hbar} (S_{1z} + S_{2z})$$

Ils subissent de plus une interaction mutuelle de la forme :

$$H_B = \frac{J}{\hbar^2} (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2)$$

où J est une énergie constante positive. Les états propres du hamiltonien total $H_A + H_B$ sont déterminés facilement par la mécanique quantique : H_A et H_B commutent et les états propres sont ceux de \vec{S}_1^2 , \vec{S}_2^2 , $(\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2$ et $(S_{1z} + S_{2z})$. On

notera ces états propres $|S\rangle$, $|T_+\rangle$, $|T_0\rangle$, $|T_-\rangle$, et on admettra que leurs énergies sont données respectivement par : $E_S = -3J/4$, $E_{T_+} = J/4 - 2\mu_B B$, $E_{T_0} = J/4$, $E_{T_-} = J/4 + 2\mu_B B$. Un tel système de deux spins est appelé une paire.



1. Ecrire la fonction de partition Z_1 pour une paire, en équilibre avec un thermostat à la température T .
2. En déduire l'énergie moyenne U_1 et l'entropie S_1 de cette paire.
3. A quel résultat plus simple se ramènent Z_1, U_1, S_1 dans la limite $J=0$? Pour quelle raison physique ?