La République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université MMC Souk-Ahras

Cours Hydrologie II 3eme LMD Hydraulique

Département GC Filière Hydraulique

Préparé par Dr Khoualdia Wacila

Edition Octobre 2022

Semestre: 5

Unité d'enseignement: UEF 3.1.1

Matière 2: Hydrologie II

VHS: 45h00 (Cours: 1h30, TD: 1h30)

Crédits: 4

Coefficient: 2

Objectifs de l'enseignement:

Permet de faire connaître aux étudiants les phénomènes hydrologiques et leurs genèses et les bases pour l'estimation et l'évaluation des paramètres liés à ces phénomènes (précipitation, débit de cours d'eaux, crues, ...). L'hydrologie est d'une importance capitale dans les études hydrauliques.

Connaissances préalables recommandées:

Probabilités et statistiques, hydrologie I.

Contenu de la matière:

Chapitre 1. Notions de probabilités et de statistiques **(4 Semaines)**

Statistiques descriptives ; analyse fréquentielle

Chapitre 2. Etude statistique et probabiliste des précipitations **(4 Semaines)**

Analyses et représentation des données pluviométrique relatives a une station ; étude d'homogénéité des séries pluviométriques

Chapitre 3. Etude des débits des cours d'eau **(3 Semaines)**

Mesure des débits dans les cours d'eaux ; Présentations des données relatives aux débits ; Etude du régime d'écoulement

Chapitre 4. Etude des débits de crues **(4 Semaines)**

Données de base ; Méthodes probabilistes ; Méthodes dites empiriques ; Méthodes hydrométéorologique ;analyses des hydrogrammes de crues .

Mode d'évaluation:

Contrôle continu: 40%; Examen: 60%.

Chapitre 1. Notions de probabilités et de statistiques

Points Forts de ce cours

- Identifier, dans une situation simple, le caractère étudié et sa nature : qualitatif ou quantitatif.
- Lire les données d'une série statistique présentées dans un tableau ou représentées graphiquement.
- Donner le maximum, le minimum d'une série numérique.
- Calculer des fréquences.
- Représenter par un diagramme en bâtons ou en secteurs circulaires une série donnant les valeurs d'un caractère qualitatif.
- Calculer la moyenne d'une série statistique à partir de la somme des données et du nombre d'éléments dans la série.
- Déduire de la moyenne d'une série, celle de la série obtenue en multipliant tous les termes par un même nombre.
- Utiliser et construire des tableaux de répartitions de fréquences après expérimentations.
- Utiliser les notions élémentaires des probabilités dans des contextes familiers d'expérimentation.

1 VARIABLE STATISTIQUE

Une variable statistique est une caractéristique pouvant prendre plusieurs des valeurs d'un ensemble d'observations possibles auquel une mesure ou une qualité peut être appliquée. Notée X.

Qualitative	Quantitative	
	VS Discrète	VS Continue

« Quantitative » : ses valeurs sont des nombres exprimant une quantité, sur lesquels les opérations arithmétiques (somme, etc...) ont un sens. La variable peut alors être **discrète** ou **continue** selon la nature de l'ensemble des valeurs qu'elle est susceptible de prendre (valeurs isolées ou intervalle de R).

Exemples : Taille, poids, salaire

Rendement

Note à un examen

PNB / habitant, espérance de vie,

Nombre d'habitants d'un ensemble de pays

« Qualitative » : ses valeurs sont des modalités, (ou catégories, ou caractères) exprimées sous forme littérale ou par un codage numérique sur lequel des opérations arithmétiques n'ont aucun sens. On distingue des variables qualitatives **ordinales** ou **nominales**, selon que les modalités peuvent être naturellement ordonnées ou pas.

Exemples : Sexe de la personne interrogée, situation familiale, numéro de son département de naissance, ...

Etat du temps constaté à un endroit donné chaque jour (pluvieux, neigeux, beau, venteux, ...)

2 Vocabulaire

Population :

On appelle population l'ensemble sur lequel porte notre étude statistique.

Cet ensemble est noté Ω

Exemple1 : 30 étudiants dans une classe A. Ω = ensemble des étudiants.

Individu (unité statistique)

On appelle individu tout élément de la population Ω, il est noté ω (ω dans Ω).

Exemple 2 : Dans l'exemple indiqué ci-dessus, un individu est tout étudiant de la

Caractère (variable statistique)

On appelle caractère (ou variable statistique, dénotée V.S) toute application : $\Omega \rightarrow C$.

L'ensemble C est dit : ensemble des valeurs du caractère X (c'est ce qui est mesuré ou observé sur les individus)

Modalités :

Les modalités sont les différentes situations dans lesquelles les individus peuvent se trouver à l'égard du caractère considéré.

Exemple : – Variable est " situation familiale "

- Modalités sont " célibataire, marié, divorcé "

Classes :

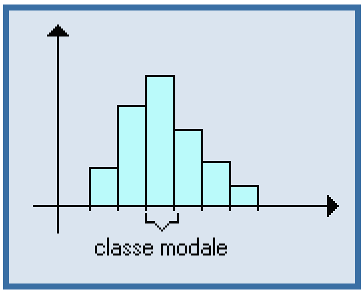
Intervalles de valeurs d'une variable continue, l'ensemble des classes formant une partition de l'ensemble des valeurs possibles de la variable.

Par exemple, si tous les salaires des employés d'une entreprise se situent entre 750 et moins de 3 000 €, on peut construire (par exemple) les classes : [750 - 900 [, [900 - 1 500 [, [1 500 - 2 250 [, [2 250 - 3 000 [

Chaque valeur observée de la variable doit appartenir à une classe et une seule.

Classe modale :

C'est la classe correspondant au maximum de l'histogramme, dans le cas d'une distribution continue uni modale.



Coefficient de corrélation (linéaire) :

Le coefficient de corrélation entre deux variables statistiques X et Y sur les mêmes individus est le nombre :

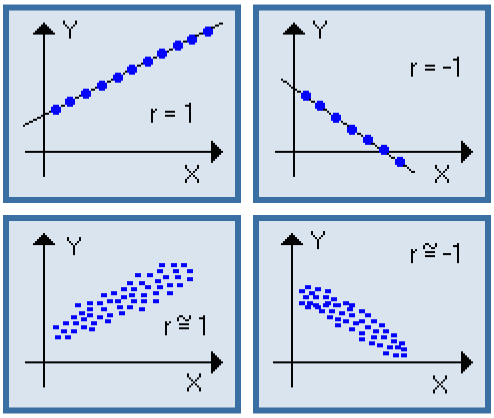
$$r(X,Y) = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{s_X \; s_Y} \quad (1.1)$$

où COV (X , Y) est la covariance entre X et Y,

et sX sY les écarts-types de X et Y.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \quad \text{ou} \quad \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}n_i(x_i - \bar{x})^2} \quad (1.2)$$

Ce coefficient est toujours compris entre -1 et + 1.



Ajustement linéaire

S'il est proche de + 1 ou - 1, X et Y sont bien corrélées, c'est-à-dire qu'elles sont liées entre elles par une relation presque affine ; le nuage de points est presque aligné le long d'une droite (croissante si r = + 1, décroissante si r = - 1). S'il n'y a aucun lien entre X et Y, ce coefficient est nul, ou presque nul.

3 Variables Aléatoires

On considère un ensemble Ω muni d'une probabilité IP.

Définition 0.1 Une variable aléatoire X est une fonction de l'ensemble fondamental Ω à valeurs dans R, $X : \Omega \to R$.

Lorsque la variable X ne prend que des valeurs discrètes, on parle de variable aléatoire discrète. Un vecteur aléatoire $X : \Omega \to R^d$ est une fonction $X = (X_1, \ldots, X_d)$ à valeurs dans R^d telle que les coordonnées X_i soient des variables aléatoires. Pour tout intervalle $[a, b] \subset R$, l'ensemble $\{X \in [a, b]\} = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in [a, b]\}$ est un événement.

<u>Exemple 1</u>

1. On jette deux dés distincts et on s'intéresse à la somme des points. On note X cette variable aléatoire, elle est définie par $X : \Omega \to R$ avec $\Omega = \{(1, 1),(1, 2), \ldots,(6, 5),(6, 6)\}$ (ω_1, ω_2) $\mapsto \omega_1 + \omega_2$.

L'ensemble des valeurs possibles de X est $\{2, 3, \ldots, 12\}$

2. On lance toujours deux dés, mais cette fois on s'intéresse au plus grand chiffre Y obtenu. On a alors $Y : \Omega \to R$ avec $\Omega = \{(1, 1),(1, 2), \ldots,(6, 5),(6, 6)\}$ $(\omega_1, \omega_2) \mapsto \max(\omega_1, \omega_2)$.

La variable Y est à valeurs dans $\{1, 2, \ldots, 6\}$.

3.1 Loi de probabilité, Fonction de répartition

<u>La loi de probabilité</u> d'une variable aléatoire permet de connaitre les chances d'apparition des différentes valeurs de cette variable.

On se place sur l'espace de probabilité (Ω,IP).

<u>Définition 1.</u>

1 Soit X une variable aléatoire.

La loi de probabilité de X est définie par la fonction F_X, appelée fonction de répartition de la variable X, définie par $F_X : R \to [0, 1]$ $x \mapsto IP(X \le x)$.

On dit que deux variables aléatoires X et Y ont la même loi si elles ont la même fonction de répartition $F_X = F_Y$.

<u>Remarque 1.</u>

Soit I un intervalle de R. L'événement $\{X \le x\}$ représente l'ensemble des valeurs $\omega \in \Omega$ telles que $X(\omega)$ soit inférieur à x, i.e. $\{X \le x\} = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \le x\}$.

La loi de X est en générale notée L(X) ou Loi(X)

Remarque 2.

On a IP(X ∈ R) = 1, car IP(X ∈ R) = IP({ω ∈ Ω : X(ω) ∈ R}) = IP(Ω) = 1.

Propriétés 1. **La fonction de répartition** est une fonction croissante à valeur dans [0, 1] telle que lim x→−∞ FX(x) = 0 et lim x→+∞ FX(x) = 1, mais elle n'est pas forcément continue.

Remarque 3. Soit a ≤ b, on a IP(X ∈ [a, b]) = IP(X ≤ b) − IP(X < a).

Une densité de probabilité est une fonction qui permet de représenter une loi de probabilité sous forme d'intégrales.

Formellement, une loi de probabilité possède une densité f, si f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$, positive ou nulle et Lebesgue-intégrable, telle que la probabilité de l'intervalle [a, b] est donnée par

$$\int_a^b f(x)\,dx \quad (1.3)$$

Pour tous nombres a. Par exemple, si la variable X a pour densité de probabilité la fonction f, la probabilité que la variable X soit dans l'intervalle [4,3, 7,8] sera

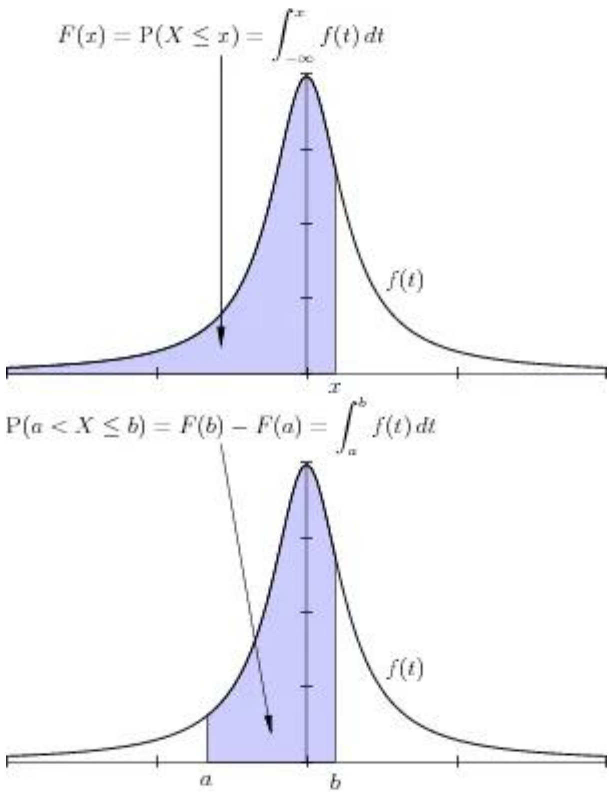
$$\mathbb{P}(4,3 \leq X \leq 7,8) = \int_{4,3}^{7,8} f(x)\,dx.$$

Toute fonction positive ou nulle l'intégrale sera

$$\{f(x) \geq 0 \quad \forall x\} \quad \wedge \quad \left\{\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1\right\}, \quad (1.4)$$

$$\mathbb{P}(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du. \quad (1.5)$$

$$\mathbb{P}\,(a < X \leq b) = \int_a^b f\,(u)\;du. \quad (1.5)$$



3.1.1 Loi normale

En probabilité, on dit qu'une variable aléatoire réelle X suit une loi normale (ou loi normale gaussienne, loi de Laplace-Gauss) d'espérance μ et d'écart type σ strictement positif (donc de variance σ2) si cette variable aléatoire réelle X admet pour densité de probabilité la fonction p(x) définie, pour tout nombre réel x, par :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1.5)$$

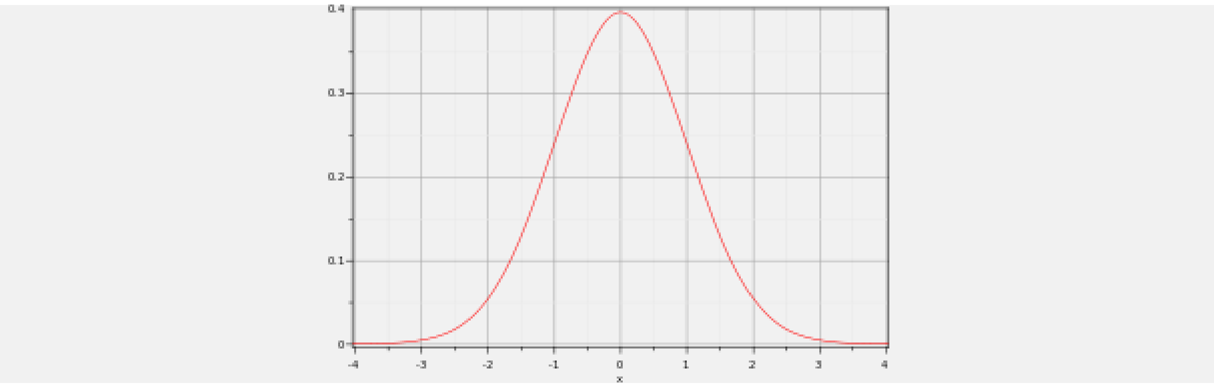
Une telle variable aléatoire est alors dite variable gaussienne.

On note habituellement cela de la manière suivante : $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

μ moyenne (nombre réel)

$\sigma^2 > 0$ variance (nombre réel) ; $x \in]-\infty; +\infty[$

3.1.2 La loi normale centrée réduite



Représentation graphique d'une loi normale centrée réduite (dite courbe de Gauss ou courbe en cloche).

On appelle loi normale (ou gaussienne) **centrée réduite** la loi définie par la densité de probabilité $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ définie par :

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\,\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}} \quad (1.4)$$

On vérifie qu'elle est continue et que son intégrale sur $\mathbb{R}$ est égale à 1.

On sait en effet que $$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\,dt = \sqrt{2\,\pi} \quad (1.6)$$

(Intégrale de Gauss).

4 Analyse fréquentielle

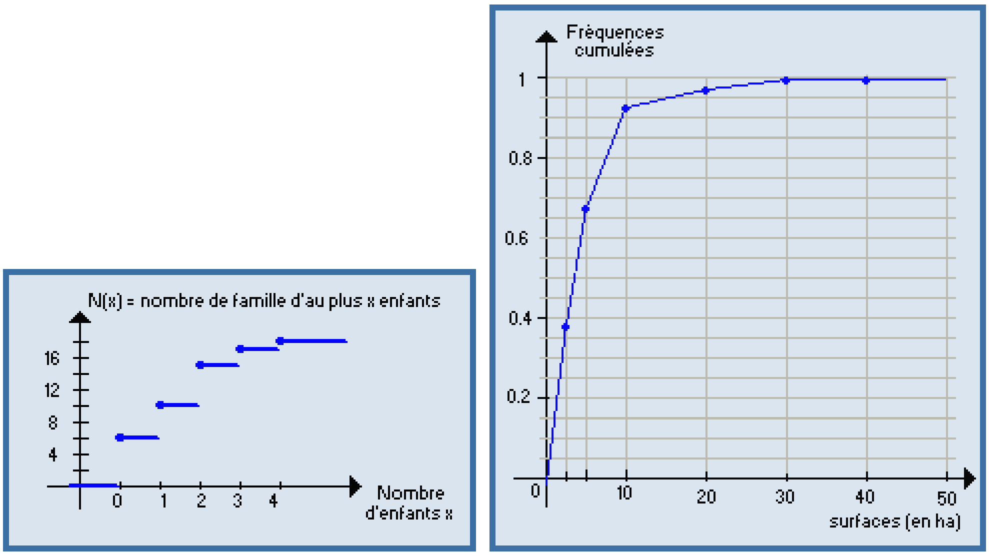
Courbe cumulative croissante (ou fonction de répartition) :

C'est le tracé de la fonction N qui à tout x associe N (x) = nombre d'observations ≤ x. Il s'obtient au moyen des effectifs cumulés croissants.

Dans le cas discret on a une fonction en escalier, dans le cas continu une fonction continue, affine par morceaux.

Si on raisonne en fréquences (au lieu d'effectifs), on a le tracé de la fonction de répartition.

F (x) = proportion d'observations ≤ x



Fonctions de répartitions

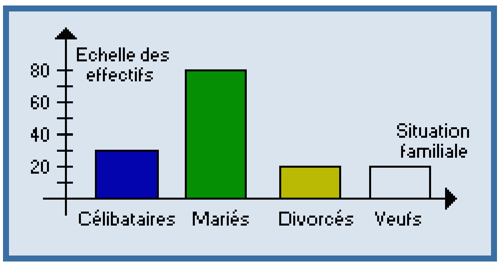
Déciles :

Les déciles D1 , D2 , ... , D9 divisent une série statistique en 10 parties d'effectifs égaux.

Ce sont les abscisses respectives des points d'ordonnée 0.1 ; 0.2 ; ... ; 0.9 sur la courbe cumulative croissante.

Diagramme représentant la distribution d'une variable qualitative : les modalités sont placées en abscisse, formant des bases de rectangles égales et équidistantes, et les effectifs (ou fréquences) en ordonnée, suivant une échelle arithmétique.

Les surfaces des rectangles obtenus sont proportionnelles aux effectifs (ou aux fréquences).



Méthode de calcul :

Si on dispose d'un tableau d'effectifs :

1. multiplier chaque valeur par son effectif,
2. totaliser tous ses produits, soit S cette somme,
3. totaliser tous les effectifs ce qui donne un effectif total n de la série,

4. diviser la somme S par l'effectif n.

Si on dispose d'un tableau de fréquences,

1. multiplier chaque valeur par sa fréquence,

2. totaliser tous ces produits.

Si on dispose d'un tableau d'effectifs (ou de fréquences) de classes :

1. déterminer d'abord les centres des classes,

2. se ramener au cas ii. ou iii. en remplaçant les valeurs par les centres des classes.

Si on sait que la série est obtenue par agrégation de plusieurs séries statistiques d'effectif et de moyenne connus : se ramener `a la définition de la moyenne

Comment calculer la médiane d'une série statistique `a une variable ?

Si on dispose un tableau de données ponctuelles :

1. ranger les n valeurs observées xi dans l'ordre croissant au sens large ; noter (x(i)) la suite de valeurs ainsi ordonnées,

2. si n est impair, la médiane est x(n+1 2) ;

si n la médiane est Me = 1 2 (x(n 2) + x(n 2 +1)).

Si on dispose d'un tableau d'effectifs ou de fréquence :

1. calculer les fréquences cumulées croissantes,

2. c'est la première classe pour laquelle on dépasse 0.5.

Pour déterminer le premier ou troisième quartile on procède de manière identique en remplaçant 0.5 respectivement par 0.25 et 0.75.

Fréquence (ou fréquence relative) :

C'est la proportion (ou le pourcentage) d'individus pour lesquels une variable statistique a pris une valeur donnée. Si, sur 150 familles, 50 ont 2 enfants, on dira que la fréquence fi correspondant à la valeur xi = 2 de la variable "nombre d'enfants", est :

$$f_i = \frac{n_i}{n} = \frac{50}{150} = 0.33 \text{ soit } 1/3 \text{ ou } 33.33\ \%$$

Fréquences cumulées :

Résultat de l'addition, de proche en proche, des fréquences d'une distribution observée, soit en commençant par le 1er :

F1 = f1 , F2 = f1 + f2 , ... , Fi = f1 + f2 + ... + fi

(Fréquences cumulées croissantes),

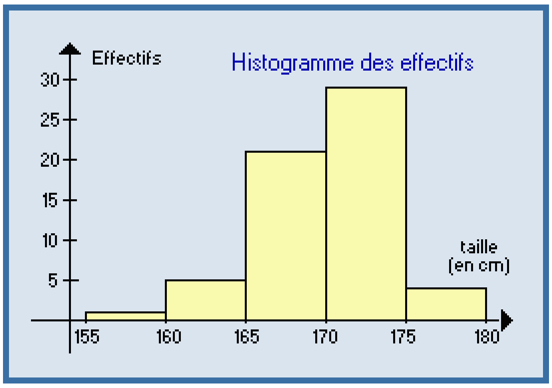
Soit en commençant par le dernier :

F'K = fK , F'K-1 = fK + fK-1 , ... , F'i = fK + fK-1 + ... + fi

(Fréquences cumulées décroissantes).

Histogramme :

Graphique permettant de représenter une distribution continue regroupée en classes : rectangles juxtaposés dont les bases sont les classes, et les surfaces sont proportionnelles aux effectifs (ou fréquences) associés.



Exercice 01 :

A: Dans un sous-groupe de 40 personnes la taille moyenne est de 170 cm. Dans un deuxième sous-groupe de 10 personnes la taille moyenne est de 180 cm. Dans un troisième sous-groupe de 50 personnes la taille moyenne est de 175 cm.

- Déterminer la taille moyenne du groupe constitué par les trois sous-groupes précédents.
- Quelle serait la taille moyenne si les trois sous-groupes étaient constitués du même nombre de personnes ?

B: La température est relevée chaque heure pendant 4 jours dans une forêt. Les 97 résultats obtenus ont été triés et sont rassemblés dans le tableau suivant :

Température	14,5	15	15,5	16	16,5	17	17,5	18	18,5	19	19,5
Nombre de fois où cette température a été relevée	5	7	10	12	15	10	11	9	7	7	4

- Déterminer la médiane M, les quartiles Q1 et Q3 de celle série statistique.
- On appelle premier décile (noté D1) la plus petite valeur de la température telle qu'au moins 10% des valeurs sont inférieures ou égales à D1. On appelle neuvième décile (noté D9) la plus petite valeur telle qu'au moins 90% des valeurs lui sont inférieures ou égales.

  Justifier que D1 = 15 et calculer D9.

Réponse:

A.

R1

$$\frac{40\times170+10\times180+50\times175}{100}=\frac{17350}{100}=173,50\ \text{cm}$$

R2

$$\frac{\cancel{x}\times170+\cancel{x}\times180+\cancel{x}\times175}{3\cancel{x}}=\frac{170+180+175}{3}=175\ \text{cm}$$

B.

Puisque le nombre d'observations est impair (97=2×48+1), la médiane M sera égale à la 49ème mesure de température, c'est-à-dire, en observant le tableau, à 16,5° (la 49ème observation fait partie des 15 mesures égales à 16,5°)
Le quartile Q est la plus petite valeur du caractère pour laquelle 25 % des valeurs de la série statistique lui sont inférieures ou égales. Puisque 25% de l'effectif total représentent 97×25/100= 24,25 , le quartile Q1 correspondra à la 25ème mesure, c'est-à-dire 16°.

- De même, le quartile Q3 est la plus petite valeur du caractère pour laquelle 75 % des valeurs de la série statistique lui sont inférieures ou égales. Puisque 75% de l'effectif total représentent 97×75/100=72,75, le quartile Q3correspondra à la 73ème mesure, c'est-à-dire 18°.

- Le décile D1 est la plus petite valeur du caractère pour laquelle 10 % des valeurs de la série statistique lui sont inférieures ou égales. Puisque 10% de l'effectif total représentent 97×10/100=9,7 , le décile D1 correspondra à la 10ème mesure, c'est-à-dire 15°
- De même, le décile D9 est la plus petite valeur du caractère pour laquelle 90 % des valeurs de la série statistique lui sont inférieures ou égales. Puisque 90% de l'effectif total représentent 97×90/100=87,3 , le décile D9 correspondra à la 88ème mesure, c'est-à-dire 19°

Exercice 02 :

Au sein du LP, 30 élèves ont été interrogés pour connaître le temps qu'ils passent quotidiennement devant la télévision.

On a obtenu les résultats suivants :

Temps d'écoute (en min)	**Nombre d'élèves**
[0 ; 30[	2
[30 ; 60[	8
[60 ; 100[	10
[100 ; 120[	5
[120 ; 180[	5

TRAVAIL A EFFECTUER :

A. Lancer le tableur Excel

B. Reproduire le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F
1	**Temps d'écoute** (en min)	**Nombre d'élèves** (*ni*)	**Centre de classe** (*xi*)	**Produit** *ni* x *xi*	**Produit** ni x *xi²*	
2						
3	[0 ; 30[	2				
4	[30 ; 60[	8				
5	[60 ; 100[	10				
6	[100 ; 120[	5				
7	[120 ; 180[	5				
8	N =	30				
9						
10						
11	MOYENNE =					
12						
13	VARIANCE =					
14						
15	ECART-TYPE =					
16						
17						

En utilisant la calculatrice, compléter la colonne « centre de classe » (jusqu'à la case C7 .

En utilisant la fonction calcul du tableur, compléter la case D3 de la colonne « Produit ni x xi ».

Reproduire la formule pour compléter la colonne « Produit ni x xi » jusqu'à la case D7..

Dans la case D8, écrire la formule pour calculer le total des produits ni x xi.

Compléter les cases E3 à E7. Puis la case E8 .

Dans les cases B11, B13, et B15, écrire les formules correspondantes aux calculs de :

- -la moyenne
- -la variance
- -l'écart-type

Exercice 03

On suppose qu'un phénomène aléatoire est représenté par la fonction suivante :

$$F(x) = \{(3+2x)/18 \qquad 2 < x < 4$$

Prouvez que f(x) est une fonction de densité de probabilité

Exercice 04

Le gérant d'un magasin vendant des articles de consommation courante a relevé pour un article particulier qui semble connaître une très forte popularité, le nombre d'articles vendus par jour. Son relevé a porté sur les ventes des mois de Mars et Avril, ce qui correspond à 52 jours de vente. Le relevé des observations se présente comme suit :

7	13	8	10	9	12	10	8		9	10	6	14		7	15	9	11	12	11	12	5	14	11	8	10	14	12	8
5	7	13	12	16	11	9	11	11	12	12	15	14	5	14	9	9	14	13	11	10	11	12	9	15				

1. Quel type est la variable statistique étudiée.

2. Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des effectifs cumulés et des fréquences cumulés.

3. Tracer le diagramme des bâtonnés associé à la variable X.

Exercice 05 :

Une série de pluies annuelles (mm) recueillies à la météo de Médéa :

année	P Annuelle mm
1922	626
1923	411
1924	537
1925	658
1926	472
1927	579
1928	550
1929	499
1930	511
1931	582
1932	161
1933	443
1934	576
1935	737
1936	661
1937	648
1938	701
1939	496
1940	455
1941	473
1942	358
1943	388

1944	562
1945	371
1946	274
1947	722
1948	707
1949	522
1950	650
1951	488
1952	510
1953	386
1954	350
1955	509
1956	507
1957	559
1958	310
1959	519
1960	575

1. Déterminer la moyenne arithmétique ;
2. Construire l'histogramme et la courbe des fréquences cumulées en prenant un intervalle de classe de 100mm
3. Calculer la médiane M grâce à la formule M= L1+((N/2- ∑fi)/f médiane)*c ; ou :

L1= limite inférieure de la classe médiane ;

N= nombres de données ; ∑fi = somme des fréquences de toutes les classes inférieure à la classe médiane ; f médiane = fréquence de la classe médiane ; c = grandeur des intervalles,

L'interpolation, utilisation de l'histogramme ; l'utilisation de la courbe des fréquences Cumulées ; on donne ∑Pi =20043 mm ; ∑lnPi =241,965101 ∑1/pi=0,08295188

Exercice 06 :

La moyenne et l'écart type d'une série de pluies annuelles sont respectivement 1200 et 156 mm.

1. Déterminer les variables réduites des pluies suivantes 1500,450 ; 750 et 1200mm.
2. Déterminer les pluies dont les variables réduites sont : -0.08 ; -0.63 ; -0.89 ; -1.5 ; -2.7 ; -3.05 ;

Chapitre 2. Etude statistique et probabiliste des précipitations

Chapitre 2. Etude statistique et probabiliste des précipitations

2.1. Analyses et représentation des données pluviométrique relatives à une station

2.2. Contrôle des données

Avant de pouvoir exploiter les données et bien qu'elles soient dans un format adéquat, il importe de contrôler la fiabilité et la précision de ces dernières. Le contrôle permet de valider les données avant leur organisation au sein d'une banque de données pour leur mise à disposition à des fins opérationnelles. Lors de cette opération, on introduit des indices de qualité de la donnée ainsi que des indices indiquant que celle-ci est reconstituée, calculée voire manquante.

Les statistiques permettent d'exploiter les informations les informations recueillies pour établir toute relation de causalité par l'interprétation et l'analyse.

Un phénomène aléatoire est un phénomène comportant des variables aléatoires liés au hasard dont les valeurs ne peuvent être connues à l'avance.

Par exemple, le logiciel CODEAU utilise pour ce faire toute une série d'indice ou flags permettant de qualifier des données présentant une rupture de continuité, une ou plusieurs mauvaises valeurs, des valeurs manquantes ou à vérifier etc.

2.2.1. Hypothèses de l'analyse statistique :

Les calculs statistiques sont basés sur un certain nombre d'hypothèses qui doivent en principe être vérifiées. Parmi celles-ci, citons :

1. Les mesures reflètent les vraies valeurs :

Cette hypothèse n'est malheureusement jamais réalisée en pratique, du fait des erreurs systématiques ou aléatoires.

2. Les données sont consistantes :

Aucune modification dans les conditions internes du système n'intervient durant la période d'observation (position du pluviomètre, procédures d'observation, observateur unique).

3. La série de données est stationnaire :

Les propriétés de la loi statistique qui régit le phénomène (moyenne, variance ou moments d'ordre supérieur) sont invariantes au cours du temps.

Les données sont homogènes :

4. Une série de données est réputée non homogène lorsque:

Elle provient de la mesure d'un phénomène dont les caractéristiques évoluent durant la période de mesure; le phénomène est alors dit non-stationnaire (par exemple: variations climatiques, variations du régime des débits dues à une déforestation ou un reboisement). Il est également possible d'observer des signes d'une non stationnarité apparente lorsque l'électronique intégrée à l'équipement de mesure présente une dérive temporelle ou lors du changement de l'observateur.

Elle reflète deux ou plusieurs phénomènes différents. Le régime d'une rivière à l'aval de la confluence de deux sous bassins dont le comportement hydrologique est très contrasté constitue un bon exemple de ce défaut d'homogénéité.

5. La série de données est aléatoire et simple :

Le caractère aléatoire et simple d'une série d'observations est une hypothèse fondamentale pour l'analyse statistique. Un échantillon aléatoire signifie que tous les individus de la population ont la même probabilité d'être prélevés. Un échantillon simple signifie que le prélèvement d'un individu n'influe pas la probabilité d'apparition des individus suivants. Autrement dit, si toutes les observations de la série sont issues de la même population et qu'elles sont indépendantes entre elles, la série est alors aléatoire et simple. La non vérification du caractère aléatoire et simple peut avoir plusieurs causes, parfois simultanément. Ces causes se groupent en deux catégories, les défauts d'autocorrélation d'une part (caractère non aléatoire des séries) et les défauts de stationnarité du processus d'autre part (dérive à long terme et dérive cyclique).

6. La série doit être suffisamment longue :

La longueur de la série influe sur les erreurs d'échantillonnage, notamment sur le calcul des moments d'ordre supérieurs donc sur les tests inhérents à leur fiabilité.

2.2.2. Test de la médiane

Le test da la médiane (test de Mood) étant réalisé, l'homogénéité étant vérifiée, ce test permettra de voir si la série à étudier est homogène ou pas, c'est-à-dire si elle appartient à la même population que la série de référence. Soit un échantillon x1, x2, x3,………xn ; déterminons sa médiane m après avoir classé l'échantillon par ordre croissant. La médiane m est une constante de telle sorte que 50% des xi lui soient inférieures et 50% des xi lui soient supérieures. Remplaçons donc la série des valeurs non classées par une suite de signe :

- +pour les xi > m
- -pour les xi < m

Calculons les quantités Ns et Ts,

Avec : Ns : nombre total de séries de + ou de - dans la série initiale ;

Ts : taille de la plus grande série de + ou de - au-dessus de la médiane dans la série initiale.

Ns suit approximativement une loi normale de moyenne (N + 2)/2

et de variance (N - 1) 1/4 et T suit une loi binomiale. Ceci a permis d'établir que pour un seuil de signification compris entre 91% et 95%, les conditions du test sont les suivantes :

$$\mathbf{Ns > \tfrac{1}{2}.(N+1-(U_{(1-\alpha/2)}).(N+1)^{0.5}} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{Ts < 3.3\ (Log_{10}N+1)} \quad (2.2)$$

Si les conditions du test sont vérifiées, on conclut que la série à étudier est homogène au seuil de signification 1 - α.

2.3. Étude d'homogénéité des séries pluviométriques

2.3.1. Méthode du double cumul

Le principe de la méthode consiste à vérifier la proportionnalité des valeurs mesurées à deux stations. L'une des stations (station X) est la station de base ou station de référence, supposée correcte. L'autre station (Y) est la station à contrôler. Un effet de lissage est obtenu en comparant, au pas de temps choisi (année, saison, mois, décade), non pas les valeurs observées, mais leur cumul. La méthode est d'un concept extrêmement simple, puisqu'il suffit de tracer un graphe des quantités :

$$X(t) = \sum_{i=0}^{t} x(i) \quad \text{et} \quad Y(t) = \sum_{i=0}^{t} y(i) \qquad (2.3)$$

Elle permet de détecter la non-homogénéité d'une série de mesures et de la corriger. Cette méthode consiste à comparer par exemple les pluies (ou autre variable) cumulées d'une station X dont laquelle on éprouve des doutes dans son homogénéité avec les pluies cumulées d'une station Y dont ces mesures sont jugés homogènes.

2.3.2. Test de Wilcoxon ou Test des rangs

Test de Wilcoxon

Pour tester l'homogénéité de données issues de deux populations on utilise les deux statistiques équivalentes de Mann-Whitney et Wilcoxon (cf. S. Morgenthaler, Introduction à la Statistique, PPUR, 1997, p.251), ainsi que le test de la médiane.

Revenant à l'exemple précédent, Avant de faire l'extension, il convient de tester si la série corrigée appartient à la même population que la série de référence. Le test de Wilcoxon est le plus puissant des tests non paramétriques. Rappel : Soient 2 variables aléatoires Y et X, représentant respectivement 2 séries de précipitations annuelles de taille N1 et N2. Y étant la série à étudier et X étant la série de base avec N2 > N1. Si l'échantillon Y est issu de la même population que l'échantillon X, l'échantillon nouveau Y U X est également issu de la même population. De ce fait, on classe les éléments de ce nouvel échantillon Y U X par ordre croissant et on attribue à chacune des valeurs le rang qu'elle occupe dans cette nouvelle série. (Si une valeur se répète plusieurs fois, il faut lui associer le rang moyen qu'elle détermine).

On calcule les quantités W_Y et W_X : W_Y représente la somme des rangs de Y et c'est celle qui nous intéresse et est égale à :

$$\mathbf{WY = \sum rang\ Y = 1 + 3 + 4 + \ldots\ldots. + 13 + 17 + \ldots + n} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{WX = \sum rang\ X = 2 + 5 + \ldots + 12 + 14 + 15 + 16 + \ldots + n}\text{-}1 \quad (2.5)$$

L'hypothèse nulle est vérifiée si : **Wmin < WY < Wmax** (2.6)

$$\mathbf{Wmax = (N1 + N2 + 1)N1 - Wmin} \quad \textbf{(2.7)}$$

On a La statistique W de Wilcoxon est la somme des rangs du premier échantillon

$$W = \frac{\left|W_{+} - \frac{n(n+1)}{4}\right|}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \sim \mathcal{N}(0\,;1) \quad (2.8$$

$$W_x \sim N\left(\frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2}, \frac{n_1 n_2(n_1+n_2+1)}{12}\right) = N(1596{,}8778) \quad (2.9)$$

$$W^{+} \sim N\left(\frac{n(n+1)}{4}, \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}\right) \quad (2.10)$$

$$W = \frac{n(n+1)}{4} + 1.96\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}} \quad (2.11)$$

<u>Problème 01 :</u>

Soient 2 stations pluviométriques "Menaceur" et "Lazabane" situées à quelques kilomètres l'une de l'autre dans le bassin versant du côtier Algérois. Ces stations ayant fonctionné respectivement sur des périodes de 20 ans (N) et de 14 ans (K) comme le montre le tableau 2.1. En supposant que la série pluviométrique des précipitations annuelles de la station de Menaceur est la station de référence (X) et que l'erreur recherchée se trouve au niveau de la série pluviométrique de Lazabane, série à étudier (Y), on demande de :

Tableau 2 1:Test de la médiane (série de référence)

Année	Station de référence X	Station douteuse Y
1980-1981	390	?
1981-1982	520	?
1982-1983	470	?
1983-1984	708	628
1984-1985	565	469

1985-1986	609	400
1986-1987	582	495
1987-1988	843	688
1988-1989	640	480
1989-1990	619	587
1990-1991	317	251
1991-1992	554	462
1992-1993	778	689
1993-1994	408	356
1994-1995	520	220
1995-1996	646	301
1996-1997	762	305
1997-1998	430	?
1998-1999	594	?
1999-2000	707	?

a. Vérifier 'homogénéité de la série de la station de référence (X) en appliquant le test de la médiane ;

b. Détecter l'erreur systématique de la station étudiée et faire la correction par la méthode des doubles masses s'il y a erreurs ;

c. Vérifier l'homogénéité de la série Y après correction en appliquant le test de Wilcoxon ;

d. Donner la droite de régression de Y en X ;

Corrigé :

L'homogénéisation des données consistent à identifier les séries pluviométriques et à vérifier s'il n'y a pas d'erreurs systématiques qu'il convient de rechercher et de corriger s'il y a lieu. Pour la fiabilité de l'information, il convient de tester la série de référence utilisée pour d'autres séries.

2.3.3. **Test de la médiane** : série de référence ou de base

La médiane m déterminée sur la série Y classée par ordre croissant est : m = 588 mm L'application du test nécessite la vérification des conditions Ns et Ts (Tableau 2.2).

Tableau 2 .2: Test de la médiane(série de référence) Me=588 mm		
N	Pann (mm)	

1	390	-
2	520	-
3	470	-
4	708	+
5	565	-
6	609	+
7	582	-
8	843	+
9	640	+
10	619	+
11	317	-
12	554	-
13	778	+
14	408	-
15	520	-
16	646	+
17	762	+
18	430	-
19	594	+
20	707	+

N = 20 $U_{1-\alpha/2}$ = 1.96 (variable de Gauss, lu sur la table de Gauss pour un seuil de signification 1-α =95%.

NS = 6.01 Ts = 7.59 Pour Ns : on a 10 > 6.01 et Pour Ts : On a 5 < 7.59 donc la série est homogène. L'homogénéité de la série de référence étant vérifiée, cette série servira de base pour la détection d'erreurs systématiques dans la série à étudier. Cependant, les stations pluviométriques à partir desquelles les séries sont considérées doivent appartenir aux mêmes conditions climatiques. Il est important d'identifier la station de base ou de référence pour pouvoir détecter et corriger les erreurs de la station à étudier.

1. Méthode des doubles Cumuls

Le tableau 2.3 représente les valeurs initiales et cumulées des précipitations annuelles aux 2 stations pluviométriques. La méthode de la double masse appliquée aux cumuls annuels des 2 stations a permis de confirmer l'hétérogénéité de la série des pluies annuelles de la station Y comme le montre la figure 2.1. Au vue de la figure 2.2, la station Y présente une hétérogénéité qu'il convient de corriger. Le changement ou la cassure de la pente correspond à l'année 1993/94. A partir de cette année, les 3 autres années qui suivent sont erronées et doivent être rectifiées.

Les pentes m1 et m2 correspondant respectivement aux 1er et 2ème segments de droite sont calculées : m1 = 0.82 m2 = 0.43. Le choix de la période à corriger est un peu arbitraire si on ne dispose pas des originaux. Cependant, soit on peut corriger la période la plus courte soit corriger les données antérieures à la rupture. Dans cet exemple, le choix a porté sur la période après la date de la cassure, en corrigeant les 3 dernières années de la station Y par un coefficient multiplicatif (rapport m1/m2 = 1,91) (Tableau 2.3).

Tableau 2.3 : contrôle des données

Année	Station X homogène	Station Y Douteuse	Cumul X	Cumul Y	y Corrigée	y Corrigée. Cumulée
1983-1984	708	628	708	628	628	628
1984-1985	565	469	1273	1097	469	1097
1985-1986	609	400	1882	1497	400	1497
1986-1987	582	495	2464	1992	495	1992
1987-1988	843	688	3307	2680	688	2680
1988-1989	640	480	3947	3160	480	3160
1989-1990	619	587	4566	3747	587	3747
1990-1991	317	251	4883	3998	251	3998
1991-1992	554	462	5437	4460	462	4460
1992-1993	778	689	6215	5149	689	5149
1993-1994	408	356	6623	5505	356	5505
1995-1996	520	220	7143	5725	**420**	5925
1996-1997	646	301	7789	6026	**575**	6500
1997-1998	762	305	8551	6331	**583**	7083

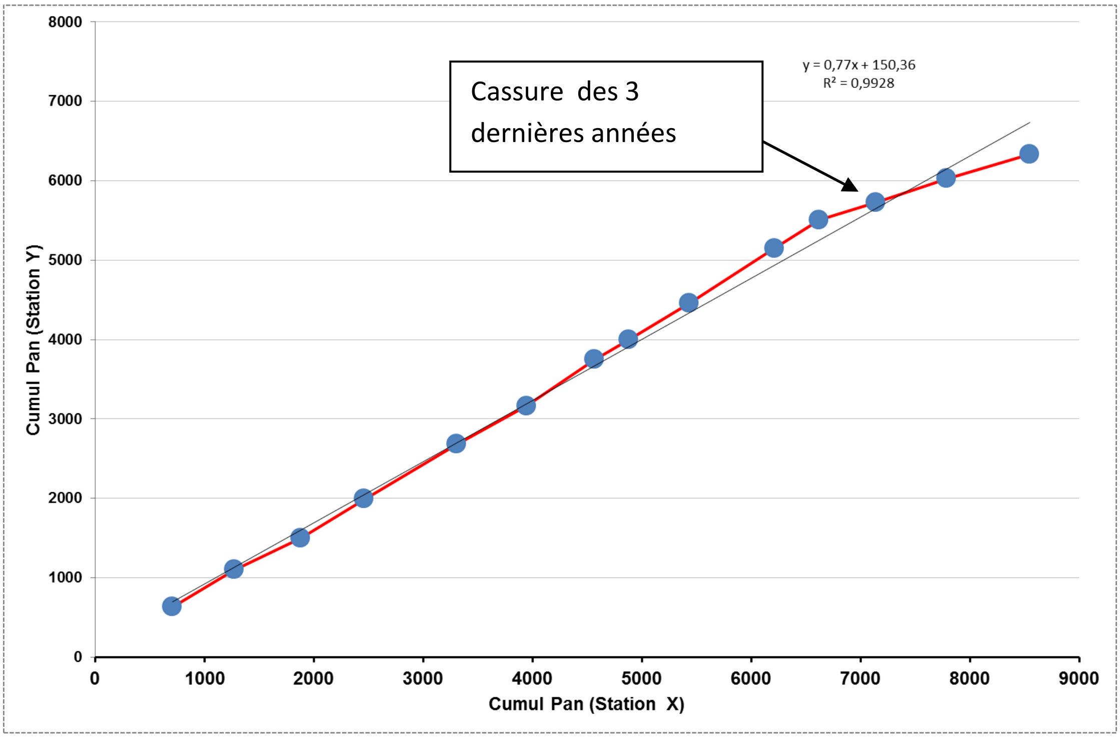


Figure 2.1: méthode des doubles Cumuls avant correction

Tableau 2.4 : Valeurs annuelles initiales et corrigées (Station Y)		
Année	Pan (Y initial) mm	Pan (Y corrigée) mm
1994-1995	220	420
1995-1996	301	575
1996-1997	305	583

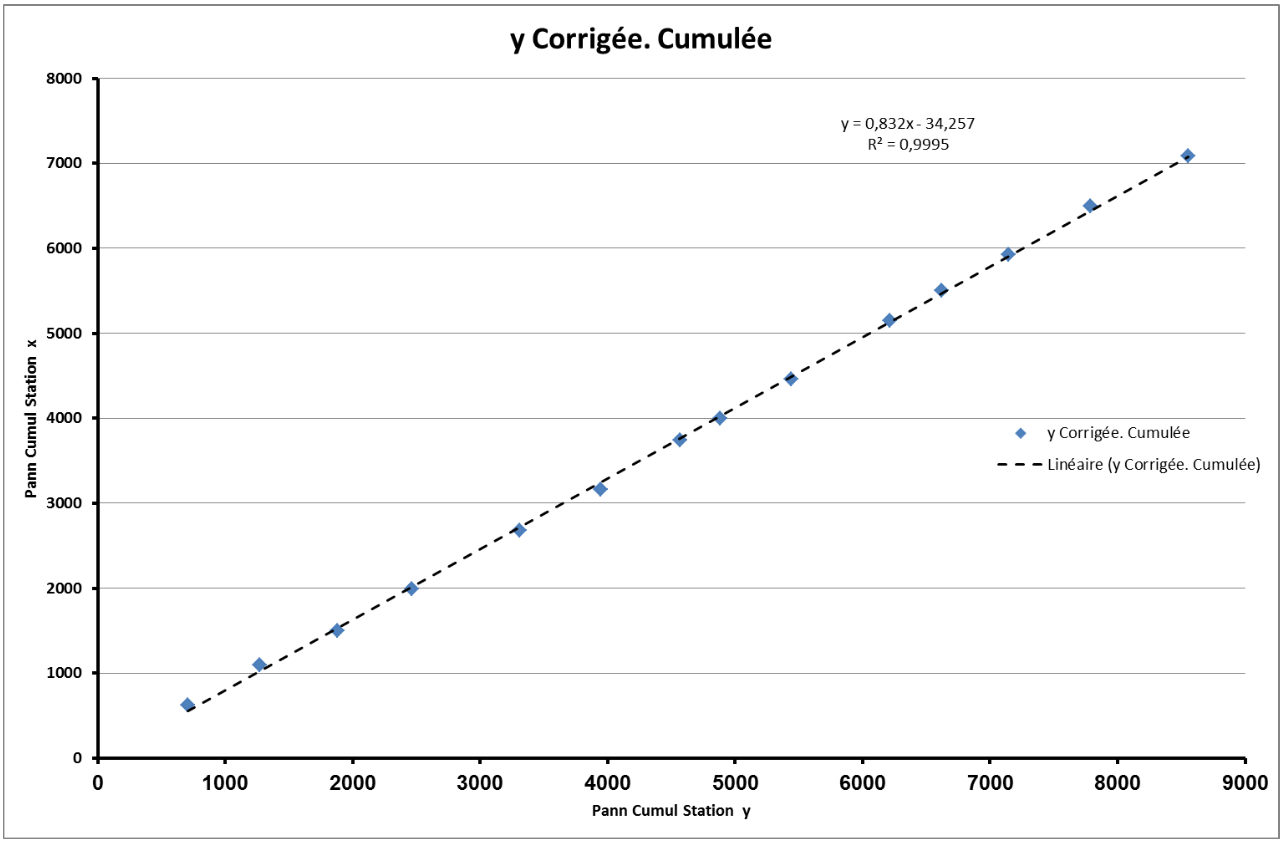


Figure 2.2: méthode des doubles Cumuls après correction

2. Test de Wilcoxon

Le procédé de calcul est présenté dans le tableau 2.5 et 2.6. La condition d'appartenance à la même population, la série corrigée est à considérer.

Tableau 2.5 : Valeurs initiales			**Tableau 2.6 :** Test de Wilcoxon			
N	Station douteuse	Station homogène	XUY	Rang	Somme Rang Y	Somme Rang X
1	390		390	1	1	
2	520		251	2		2
3	470		317	3	4	
4	708	628	356	4		6
5	565	469	400	5		11
6	609	400	408	6	10	
7	582	495	420	7		18
8	843	688	430	8	18	
9	640	480	462	9		27
10	619	587	469	10		37
11	317	251	470	11	29	
12	554	462	480	12		49
13	778	689	495	13		62

14	408	356	520	14	43	
			520	15	58	
15	520	420	554	16	74	
16	646	575	565	17	91	
17	762	583	575	18		80
18	430		582	19	110	
19	594		583	20		100
20	707		587	21		121
			594	22	132	
			609	23	155	
			619	24	179	
			628	25		146
			640	26	205	
			646	27	232	
			688	28		174
			689	29		203
			707	30	262	
			708	31	293	
			762	32	325	
			778	33	358	
			843	34	392	

Tableau 2.5 : Valeurs initiales			**Tableau 2.6 :** Test de Wilcoxon			
N	X	Y	XUY	Rang	Somme Rang Y	Somme RangX
1	390		390	1	1	
2	520		**251**	**2**		2
3	470		317	3	4	
4	708	628	**356**	**4**		6
5	565	469	**400**	**5**		11
6	609	400	408	6	10	
7	582	495	**420**	**7**		18
8	843	688	430	8	18	
9	640	480	**462**	**9**		27
10	619	587	**469**	**10**		37
11	317	251	470	11	29	
12	554	462	**480**	**12**		49
13	778	689	**495**	**13**		62
14	408	356	520	14	43	
15	520	420	520	15	58	
16	646	575	554	16	74	
17	762	583	565	17	91	
18	430		**575**	**18**		80
19	594		582	19	110	

20	707		**583**	**20**		100
			587	**21**		121
			594	22	132	
			609	23	155	
			619	24	179	
			628	**25**		146
			640	26	205	
			646	27	232	
			688	**28**		174
			689	**29**		**203**
			707	30	262	
			708	31	293	
			762	32	325	
			778	33	358	
			843	34	392	

WY = ∑ Rang Y = 392 WX = ∑ Rang X = 203

Wmin = 293 ; Wmax = 406 Condition du test vérifiée $293 < WY < 406$

Les 2 séries appartiennent à la même population et sont homogènes

Exercice 02 :

Même application pour les données ci-dessous

NO	P (mm)
1	641,2
2	659,1
3	1176,9
4	557,1
5	367,5
6	410,5
7	1014,8
8	582,1
9	827,3
10	530,4
11	1125,3
12	659
13	787,7
14	641,8
15	780,2
16	685,1
17	500,9
18	1030,3

19	898,7
20	1085,4
21	588,7
22	953,8
23	801,7
24	709,8
25	519,8
26	1006
27	838,5
28	826
29	340,7
30	819,5
31	391,6
32	618,8
33	720,7
34	712,2
35	458,5
36	570,3
37	758,5
38	550,5
39	522,2
40	416,1

Tableau 2.7 : Application de la méthode Wilcoxon

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(3)	(4)	(5)
X	Y	Rangs	XUY	Origine	Rangs	XUY	Origine
641.2	898.7	1	340.7	Y	23	712.2	Y
659.1	1085.4	2	367.5	X	24	720.7	Y
1176.9	588.7	3	391.6	Y	25	758.5	Y
557.1	953.8	4	410.5	X	26	780.2	X
367.5	801.7	5	416.1	Y	27	787.7	X
410.5	709.8	6	458.5	Y	28	801.7	Y
1014.8	519.8	7	500.9	X	29	819.5	Y
582.1	1006	8	519.8	Y	30	826	Y
827.3	838.5	9	522.2	Y	31	827.3	X
530.4	826	10	530.4	X	32	838.5	Y
1125.3	340.7	11	550.5	Y	33	898.7	Y
659	819.5	12	557.1	X	34	953.8	Y
787.7	391.6	13	570.3	Y	35	1006	Y
641.8	618.8	14	582.1	X	36	1014.8	X
780.2	720.7	15	588.7	Y	37	1030.3	X
685.1	712.2	16	618.8	Y	38	1085.4	Y
500.9	458.5	17	641.2	X	39	1125.3	X
1030.3	570.3	18	641.8	X	40	1176.9	X

	758.5	19	659	X			
	550.5	20	659.1	X			
	522.2	21	685.1	X			
	416.1	22	709.8	Y			

N1= 18 N2= 22 Somme Rang X = 380 ;

Wmin = 296.4 ; Wmax = 441.6

On vérifie l'inégalité : Wmin < 380 < Wmax Donc notre série est homogène

Chapitre 3. Etude des débits des cours d’eau

Chapitre 3. Etude des débits des cours d'eau

Le débit : qu'est-ce que c'est ?

Le débit du cours d'eau, noté Q et exprimé en m^3/s ou l/s, représentant le volume total d'eau qui s'écoule à travers une section droite du cours d'eau pendant l'unité de temps considérée..

$$Q = \text{Volume} / \text{temps} \quad (5.1)$$

Variable au cours du temps

$$Q = \text{Vitesse} \times \text{Surface} \quad (5.2)$$

Pourquoi mesurer un débit ?

- Dimensionner des ouvrages (berges, ponts…)
- Calculer un bilan hydrologique
- Décrire le milieu de vie de la faune et la flore aquatique
- Connaître la dynamique des échanges eau souterraine / eau de surface, le ruissellement (relation pluie-débit)
- Evaluer la ressource en eau (eau potable, eau d'irrigation), ou la capacité de dilution (rejet d'effluents de STEP)

Comment mesurer un débit ?

Deux variables principales caractérisent l'écoulement sont :

- En continu (= station de suivi hydrométrique).
- Ponctuel (= établissement de la courbe de tarage, stage de terrain).

1. La cote de la surface d'eau libre, notée H et exprimée en mètre. Sa mesure concerne la limnimétrie.
2. Le débit du cours d'eau, noté Q et exprimé en m^3/s ou l/s . Sa mesure est du ressort de la débitmètrie

3.1. Mesure des débits dans les cours d'eaux

La série chronologique des débits observés pendant une durée suffisamment longue, en une ou plusieurs sections d'un cours d'eau, constitue l'information hydrologique de base concernant ce cours d'eau. Ce ci aide à établir sur le réseau hydrographique des réseaux de mesure, constitués d'un ensemble de stations de jaugeage, pour recueillir cette information. La valeur de cette information, indispensable à tout projet d'aménagement.

L'hydrogramme, courbe des débits en fonction du temps, Q = f (t), à une station de jaugeage, se déduit, en général, de la courbe des hauteurs d'eau H(t) au droit de cette station ; ces hauteurs d'eau sont lues par un observateur sur une échelle limnimétrique qui indique l'altitude du plan d'eau par rapport à un repère fixe, ou enregistrées d'une façon continue par un limnigraphe ou même transmises à un poste central par un système de télémesure. On déduit de la courbe des hauteurs d'eau H(t) ainsi relevée celle des débits Q(t), au moyen de la courbe de tarage Q(H) de la station ; celle-ci est établie expérimentalement en déterminant (en principe une fois pour toutes), par une série de jaugeages, les débits Q1, Q2, ..., Qn traversant la section de mesure de la station pour des côtes du plan d'eau H1, H2, ..., Hn, lues à son échelle limnimétrique et également réparties entre les plus hautes et les plus basses eaux.

Le niveau d'eau dans un canal est facilement observable, mais n'est représentatif que de la section d'observation et peut être soumis à des modifications dans le temps. Seule la variable débit reflète physiquement le comportement du bassin versant, et peut être interprétée dans le temps et l'espace. Généralement, on ne dispose pas d'une mesure directe et continue des débits mais d'un enregistrement des variations de la hauteur d'eau en une section donnée (station hydrométrique). On passe alors de la courbe des hauteurs d'eau en fonction du temps H=f(t) (appelée limnigramme) à celle des débits Q=f(t) (appelée hydrogramme) par l'établissement d'une courbe de tarage Q=f(H) (Figure3. 1).

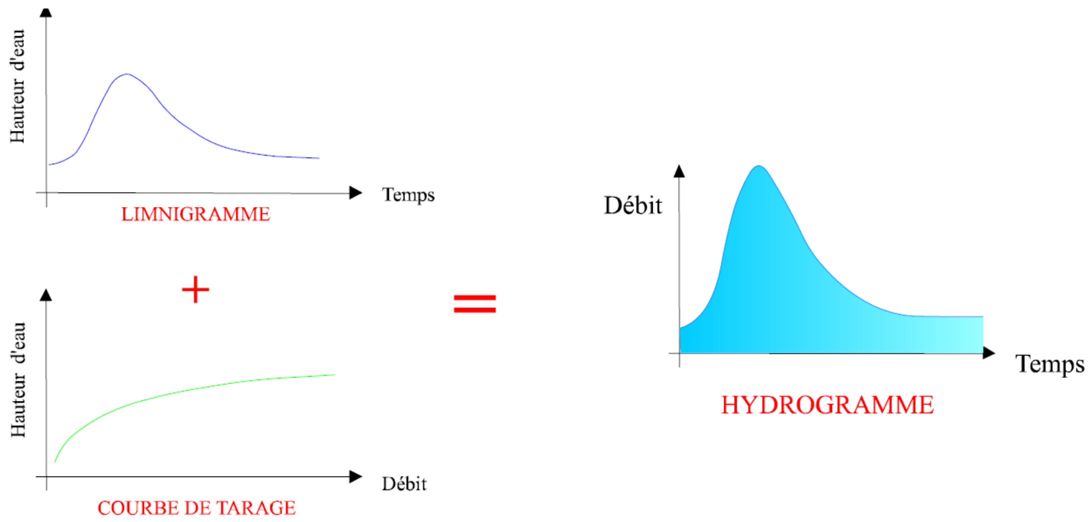


Figure 3.1 : Passage d'un limnigramme à un hydrogramme par l'intermédiaire de la courbe de **tarage. (Source : Musy ,1991)**

3.2. La mesure des hauteurs d'eau

3.3.1. Le limnimètre

La mesure des hauteurs d'eau (la limnimétrie) ou de la variation d'un plan d'eau s'effectue généralement de manière discontinue par la lecture d'une règle graduée (échelle limnimétrique) fixée sur un support. Pour connaître en continu les variations d'un plan d'eau, on utilise des limnigraphes qui fournissent sur un support un enregistrement continu des variations du niveau d'eau dans la rivière en fonction du temps (enregistrement graphique sur bande papier, enregistrement magnétique sur cassette, etc.).

Figure 3.2 : Echelle limnimétrique (source :guide pratique du terrain Aix-Marseille Université 2015)

3.3.2. Le limnigraphe à flotteur

Le limnigraphe à flotteur est un appareil qui maintient un flotteur à la surface de l'eau grâce à un contrepoids, par l'intermédiaire d'un câble et d'une poulie. Le flotteur suit les fluctuations du niveau d'eau, qui sont reportées sur un graphe solidaire d'un tambour rotatif (à raison d'un tour par 24h ou par semaine ou par mois). La précision de la mesure est de 5 mm environ.

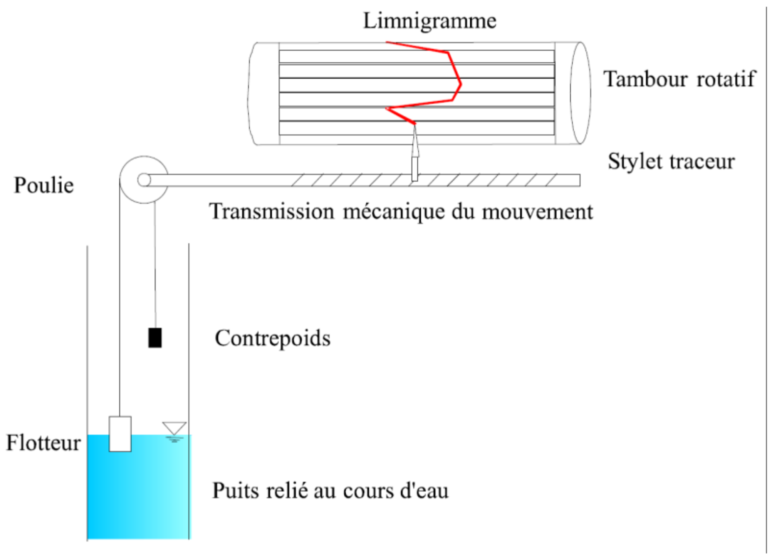


Figure 3.2: Schéma du limnigraphe à flotteur :(source :guide pratique du terrain Aix-Marseille Université 2015)

3.3.3. Le limnigraphe à pression

Le limnigraphe à pression ou "bulle à bulle", mesure les variations de pression causées par les changements de niveau d'eau. Cet appareil comprend une bonbonne de gaz comprimé, un dispositif de contrôle de pression et un tube immergé relié à la bonbonne. Un débit d'air constant sous pression est envoyé au fond de la rivière. Par un manomètre à mercure, on mesure la pression de l'air dans le tube qui est proportionnelle à la hauteur d'eau au-dessus de la prise installée dans la rivière.

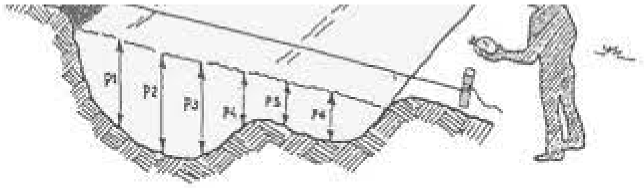
Figure 3.3: limnigraphe à pression:(source:guide pratique du terrain Aix-Marseille Université 2015)

3.3.4. La mesure des débits

Pour mesurer le débit d'un écoulement naturel (cours d'eau, canal, dérivation...), il existe quatre grandes catégories de méthodes.

- Les méthodes **"volumétriques"** (ou jaugeage capacitif) permettent de déterminer le débit directement à partir du temps nécessaire pour remplir d'eau un récipient d'une contenance déterminée. Compte tenu des aspects pratiques inhérents à la méthode de mesure (taille du récipient nécessaire, incertitude sur la mesure du temps, aménagement spécifique éventuel), cette méthode n'est généralement pratiquée que pour des débits très faibles, quelques l/s au plus.

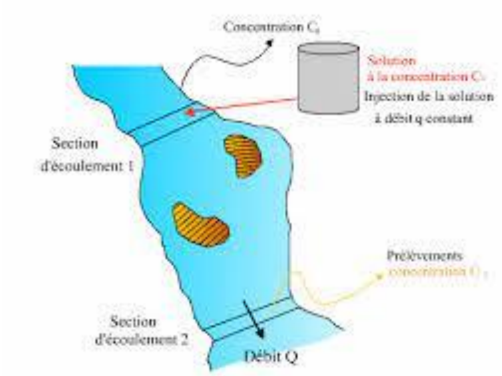
- Les méthodes **"d'exploration du champ de vitesse"** consistent à déterminer la vitesse de l'écoulement en différents points de la section, tout en mesurant la surface de la section mouillée. Ces techniques nécessitent un matériel spécifique (moulinet, perche, saumon, courantomètre...) et un personnel formé à son utilisation. Parmi les nombreuses méthodes d'exploration du champ de vitesse, les jaugeages au moulinet et au flotteur sont présentés ci-dessous, ainsi que le principe de fonctionnement des capteurs électromagnétiques.



Mesure de la vitesse

- Les méthodes **"hydrauliques"** tiennent compte des forces qui régissent l'écoulement (pesanteur, inertie, viscosité...). Ces méthodes obéissent aux lois de l'hydraulique.

- Les méthodes **"physico-chimiques**" prennent en compte les variations, lors de l'écoulement, de certaines propriétés physiques du liquide (concentration en certains éléments dissous). Ces méthodes consistent généralement à injecter dans le cours d'eau un corps en solution, et à suivre l'évolution de sa concentration au cours du temps. Ce sont les méthodes dites «par **dilution»** ou encore «**chimique**».



Toutes ces méthodes de mesures des débits nécessitent généralement un régime d'écoulement en régime fluvial, sauf les jaugeages chimiques, qui sont appropriés en cas d'écoulement torrentiel.

3.3.5. Le jaugeage par exploration du champ de vitesse

- Principe :

Il s'agit de mesurer le champ de vitesse du courant sur une section transversale de rivière à différentes hauteurs. L'intégration de ce champ de vitesse sur l'ensemble de la section mouillée considérée donne le débit instantané au niveau de cette section.

- Méthode et précautions à prendre :

Les meilleures conditions d'application sont lorsque l'on a un écoulement à filets parallèles (non turbulent) c'est à dire dans un chenal sensiblement rectiligne, de section et de rugosité régulière. Lors de la mesure de la vitesse à l'aide du micro moulinet, l'axe du micro moulinet doit être parallèle aux filets liquides sous peine de la sous-évaluation de la vitesse réelle.

On mesure la vitesse en plusieurs points de chaque verticale depuis le fond jusqu'à la surface au moyen du micro moulinet.

Parallèlement à cette exploration du champ de vitesse, on relève le profil en travers du cours d'eau en mesurant sa largeur et en effectuant des mesures de profondeur.

- Calcul du débit instantané de la section considérée par la méthode graphique:

$$Q = V \,´\, S. \quad (5.3)$$

On reporte ensuite les débits unitaires pour chaque verticale de mesure (m).Le planimétrage de la surface comprise sous la courbe donne le débit Q recherché ($m^3.s^{-1}$).

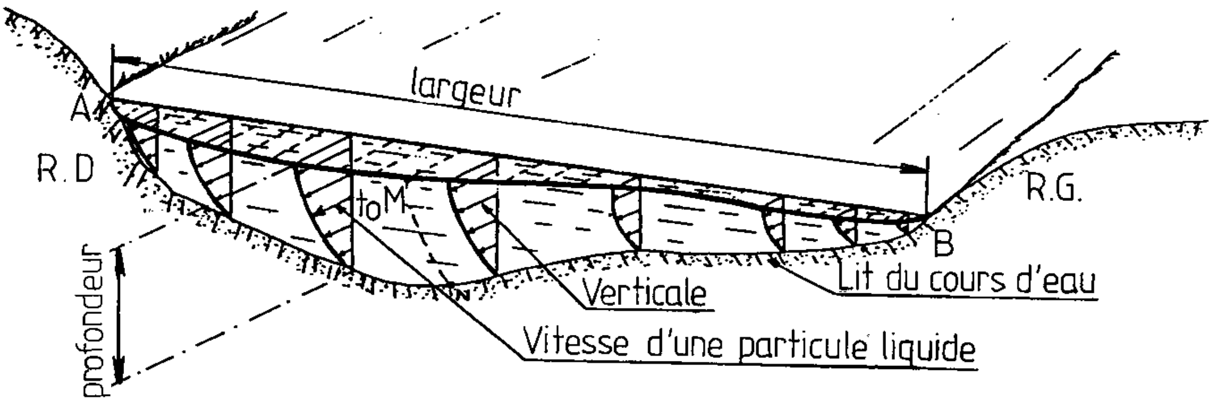


Figure 3.5 : Débit et champ des vitesses à travers une section

3.3.6. Le jaugeage au moulinet

La vitesse d'écoulement est mesurée en chacun des points à partir de la vitesse de rotation de l'hélice située à l'avant du moulinet (nombre de tours n par unité de temps). La fonction v = f (n) est établie par une opération d'étalonnage (courbe de tarage du moulinet). Suivant le mode opératoire adopté pour le jaugeage, le moulinet peut être monté sur une perche rigide ou sur un lest profilé appelé "saumon" (Figure 3. 6).

Le moulinet est immergé dans le cours d'eau face au courant, la vitesse de rotation de l'hélice est liée, par une relation, à la vitesse locale d'écoulement. Une hélice est caractérisée par son pas et son diamètre. Le pas est la distance parcourue par l'eau pour générer un tour d'hélice.

La relation entre la vitesse d'écoulement et la vitesse de rotation de l'hélice est appelée « courbe d'étalonnage « de l'hélice.

Figure 3.6 : jaugeage au moulinet à l'aide d'un bateau (Source : wikipedia2016).

Dans le cas du montage sur perche, le moulinet peut être manœuvré de deux manières :

- directement par l'opérateur placé dans l'écoulement (jaugeage à gué), la perche reposant sur le fond du lit du cours d'eau. Cette méthode est utilisable dans des sections de profondeur inférieure à 1 mètre et avec des vitesses d'écoulement inférieures à 1 m/s.
- à partir d'une passerelle, la perche étant suspendue à un support permettant les déplacements verticaux.

Les différents modes opératoires du jaugeage au moulinet monté sur un lest sont présentés dans le tableau 3.1.(Musy ; 1979)

Tableau3.1 : Méthodes et limites des différents modes opératoires du jaugeage au moulinet monté sur un lest.

Modes opératoires	Limite de la méthode
Mesures à partir d'un pont	Profondeur < 10 m et vitesse < 2 m/s
Mesure à l'aide d'un canot (Fig. 6)	Profondeur < 10 m et vitesse < 2 m/s
Mesures à partir de stations téléphériques	Lorsque les vitesses à mesurer dépassent 3 m/s.
Mesures à partir d'un bateau mobile	Lorsque la rivière est large (> 200 m), uniforme et sans présence de hauts-fonds

	afin d'y manœuvrer facilement.

3.3.7. Le jaugeage au flotteur

Lorsque le jaugeage au moulinet ne peut pas être effectué en raison de vitesses et de profondeurs excessives ou au contraire trop faibles, ou de la présence de matériaux en suspension, il est possible de mesurer la vitesse d'écoulement au moyen de flotteurs . Il s'agit dans cette méthode de mesurer uniquement des vitesses de surface, ou plus exactement les vitesses dans la tranche superficielle de l'écoulement (les 20 premiers centimètres environ).

Les flotteurs peuvent être soit artificiels (bouteilles en plastiques) soit naturels (arbres, grosses branches, etc.). Le déplacement horizontal d'un flotteur de surface durant un temps t permet de déterminer la vitesse de l'écoulement de surface. Plusieurs mesures de vitesse du flotteur doivent être réalisées. La moyenne de ces mesures est ensuite multipliée par un coefficient approprié pour obtenir la vitesse moyenne de l'élément de section. En général, la vitesse moyenne dans la section est de l'ordre de 0,4 à 0,9 fois la vitesse de surface.

3.3.8. les jaugeages par dilution

Cette méthode de jaugeages par dilution s'applique à des torrents ou des rivières en forte pente où l'écoulement est turbulent ou pour lesquels on ne trouve pas de section se prêtant à des jaugeages au moulinet.

Le principe général consiste à injecter dans la rivière une solution concentrée d'un traceur (sel, colorant,...) et à rechercher dans quelle proportion cette solution a été diluée par la rivière, par prélèvements d'échantillons d'eau à l'aval du point d'injection (Figure 5.7). Cette dilution est notamment fonction du débit, supposé constant le long du tronçon, concerné pendant la durée de la mesure. On a la relation suivante dans laquelle le rapport C1 / C2 représente la dilution :

$$Q = k \times \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \qquad (3.1)$$

Où :

Q : débit du cours d'eau [l/s] ;

C1 : concentration de la solution injectée dans le cours d'eau [g/l] ;

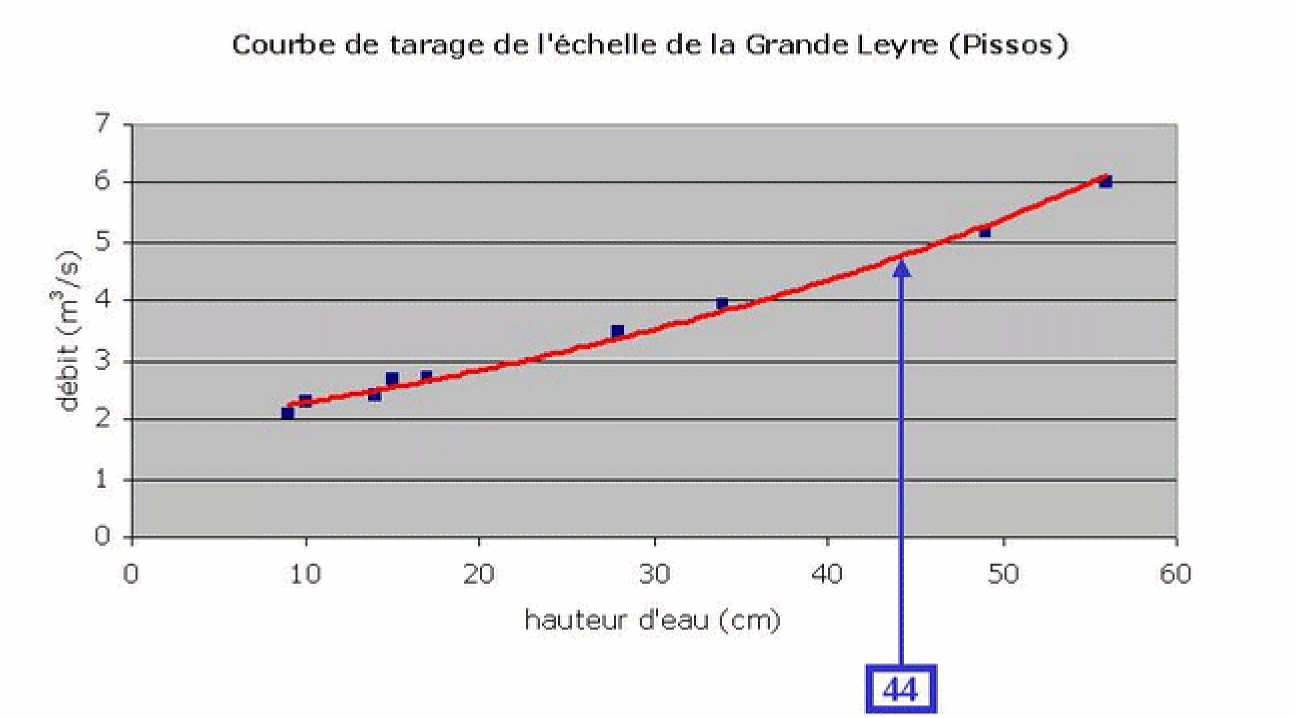
C2 : concentration de la solution restante dans des échantillons prélevés à l'aval du point d'injection dans le cours d'eau [g/l] ;

k : coefficient caractéristique du procédé et du matériel utilisé.

3.3.9. Courbe de tarage

Une courbe de tarage permet, par simple lecture d'un niveau d'eau sur une échelle limnimétrique, d'estimer le débit d'un cours d'eau à un instant donné. La courbe de tarage est propre à chaque échelle limnimétrique. Sur une station dont on souhaite tarer l'échelle, on réalise une série de campagnes de mesures à différentes périodes de l'année de façon à intervenir pour des régimes hydrologiques variables, autrement dit à des hauteurs d'eau différentes. Lors de chacune des campagnes, on note le niveau de l'échelle puis on réalise, dans le lit du cours d'eau et à l'aide du matériel adapté, les mesures nécessaires au calcul du débit instantané. Selon les stations, le nombre de campagnes de mesures nécessaires au tarage de l'échelle est variable.

On reporte ensuite les résultats obtenus sur un graphique comportant deux axes (X = hauteur d'eau (cm) et Y = débit (m3/s)). Chacune des campagnes de mesures permet de positionner un point sur le graphique. Enfin, on trace une courbe de tendance correspondant à la courbe lissée la plus représentative possible de l'allure générale dessinée par l'ensemble des points.



- **Présentation des données**

Les relevés des débits effectués sur une période de plusieurs années doivent être dépouillés et classés suivant les méthodes d'analyse statistique. Cependant, il faut signaler que les débits journaliers ne sont pas indépendants des uns des autres du fait qu'ils découlent d'un même phénomène météorologique.

Plusieurs paramètres et courbes peuvent être calculés à partir des données de débits jaugés.

a. Débits instantanés : c'est la séquence de débit obtenus en appliquant aux hauteurs instantanées H(t) la relation hauteurs-débit sur leurs durées de validité. La variable Q(t) constituée des succession des débits dans le temps définit une série chronologique journalière, mensuelle ou annuelle.

b. Débit moyen journalier :

$$Q_j\ (m^3/s) = (\text{volume écoulé en 24h})/(3600 \times 24)$$

c. Débit Moyen Mensuel

$$Q_m = \Sigma\ Q_j\ /(\text{nombre de jours du mois})$$

d. Débit moyen annuel (module)

$$Q_A = \Sigma\ Q_j/(\text{nombre de jours de l'année})$$

e. Débit spécifique : représente le débit rapporté à la surface du bassin ($m^3/s/km^2$)

f. Débit maximum annuel (Q_p): c'est le débit instantané le plus élevé dans l'année.

g. Débit maximum journalier (Q_{jmax}) : est le débit moyen journalier le plus grand d'une série annuelle.

h. Coefficient de débit mensuel : c'est le rapport entre le débit mensuel et le module. Ce coefficient met en relief les variations du débit dans un cours d'eau de mois en mois au cours de l'année.

i. Le débit moyen interannuel : c'est la moyenne arithmétique de n débits moyen annuels

j. Hauteur de lame d'eau écoulée (indice d'écoulement) : c'est la hauteur du cylindre dont le volume serait égal à celui de l'eau ayant traversé la section durant la période considérée et qui aurait pour base l'aire du bassin alimentant la station.

3.4. Etude du régime d'écoulement

On distingue deux grands types d'écoulements, à savoir : **les écoulements « rapides »** et par opposition, **les écoulements souterrains qualifiés de « lents** » qui représentent la part infiltrée de l'eau de pluie transitant lentement dans les nappes vers les exutoires. Les écoulements qui gagnent rapidement les exutoires pour constituer les crues se subdivisent en écoulement de surface et écoulement de subsurface :

3.5. Les écoulements « rapides

3.5.1. L'écoulement de surface ou ruissellement

Est constitué par la frange d'eau qui, après une averse, s'écoule plus ou moins librement à la surface des sols. L'importance de l'écoulement superficiel dépend de l'intensité des précipitations et de leur capacité à saturer rapidement les premiers centimètres du sol, avant que l'infiltration et la percolation, phénomènes plus lents, soient prépondérantes.

3.5.2. L'écoulement de subsurface ou écoulement hypodermique

Comprend la contribution des horizons de surface partiellement ou totalement saturés en eau ou celle des nappes perchées temporairement au-dessus des horizons argileux. Ces éléments de subsurface ont une capacité de vidange plus lente que l'écoulement superficiel, mais plus rapide que l'écoulement différé des nappes profondes.

3.5.3. Les écoulements souterrains

Lorsque la zone d'aération du sol contient une humidité suffisante pour permettre la percolation profonde de l'eau, une fraction des précipitations atteint la nappe phréatique. L'importance de cet apport dépend de la structure et de la géologie du sous-sol ainsi que du volume d'eau précipité. L'eau va transiter à travers l'aquifère à une vitesse de quelques mètres par jour à quelques millimètres par an avant de rejoindre le cours d'eau. Cet écoulement, en provenance de la nappe phréatique, est appelé écoulement de base ou écoulement souterrain. A cause des faibles vitesses de l'eau dans le sous-sol, l'écoulement de base n'intervient que pour une faible part dans l'écoulement de crue. De plus, il ne peut pas être toujours relié au même événement pluvieux que l'écoulement de surface et provient généralement des pluies antécédentes. L'écoulement de base assure en générale le débit des rivières en l'absence de précipitations et soutient les débits d'étiage (l'écoulement souterrain des régions karstiques fait exception à cette règle).

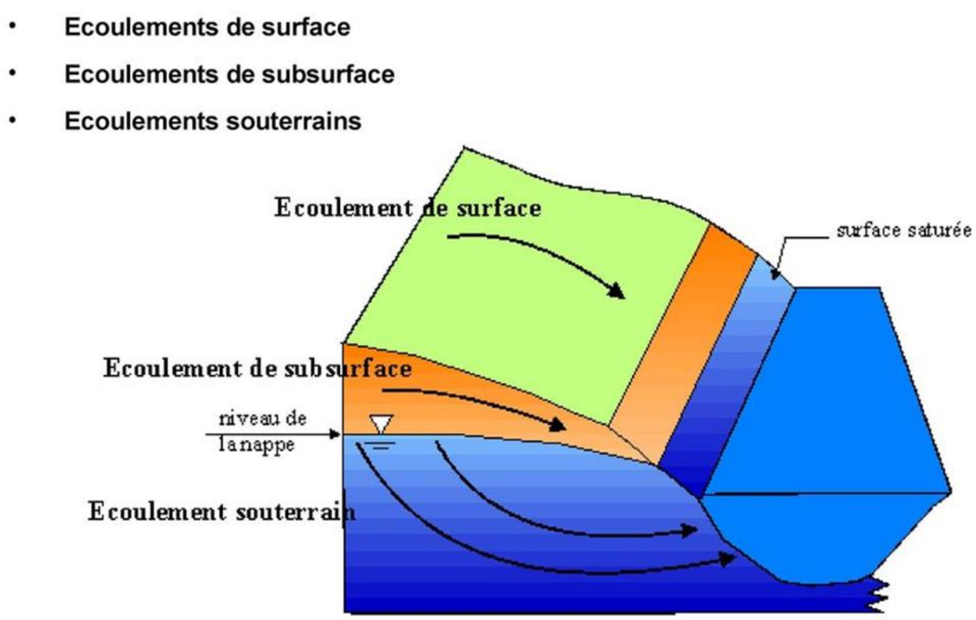


Figure 3.7 : différents types d'écoulements

3.6. Bilan annuel des écoulements

L'écoulement total Et représente la quantité d'eau qui s'écoule chaque année à l'exutoire d'un bassin versant considéré. L'écoulement est la somme des différents termes : écoulement superficiel Es, écoulement hypodermique Eh et écoulement de base (ou écoulement souterrain) Eb qui résulte de la vidange des nappes. L'écoulement total s'exprime ainsi :

$$E_t = E_s + E_h + E_b \quad (3.2)$$

Le bilan hydrologique d'un bassin versant est également caractérisé par trois coefficients essentiels :

3.6.1. Le coefficient d'écoulement total Cet,

Défini par le rapport entre les quantités d'eau écoulées et les quantités d'eau précipitées P :

$$C_{et} = \frac{E_t}{P} \quad (3.3)$$

3.6.2. Le coefficient d'écoulement de surface Ces,

Obtenu en calculant le rapport entre les quantités d'eau écoulées rapidement et les quantités d'eau précipitées :

$$C_{es} = \frac{E_S + E_k}{P} \quad (3.4)$$

3.6.3. Le coefficient de ruissellement Cr

Est défini par le rapport entre la quantité d'eau ruisselée (i.e. écoulée) à la surface du sol et celles des précipitations :

$$C_r = \frac{E_s}{P} \quad (3.5)$$

Exercice 01

Pour une année hydrologique, un bassin versant d'une superficie de 100 km2 reçoit des précipitations correspondant à une hauteur d'eau de 1000 mm. Sachant que le débit moyen mesuré à l'exutoire du bassin est de 2.8 m3 /s, on vous demande de répondre aux questions suivantes :

1. Pour cette année hydrologique, quel est le volume d'eau total écoulé à l'exutoire (en m3) ?
2. Quel est le coefficient de ruissellement ?
3. Quelle sont les pertes en eau dues à la combinaison des effets de l'évaporation, la transpiration et l'infiltration (en mm).

Solution

1. Volume d'eau V= nombre de secondes en un an × débit moyen = 88300800 m3 ;
2. Cr = nombre de secondes en un an × débit moyen = 88% ;
3. Utilisation du résultat précédent, Cr = 88%
4. Soit Perte% = Cr * Pluie = 117 mm OU Utilisation de l'équation du bilan hydrologique : Pertes = (ET+I) = P-R+/-ΔS Avec : P = 1.00E+08 m3 et R =

8.83E+07 m3 Hypothèse : ΔS = 0 (pas de variation de stock) D'où : ET+I = 1.17E+07 m3 Soit = 116.992 mm

Exercice 02

Pour mesurer le débit d'un écoulement naturel (cours d'eau, canal, dérivation...), il existe quatre grandes catégories de méthodes :

1/ méthodes volumétriques,

2/ méthodes d'exploration du champ de vitesse,

3/ méthodes hydrauliques et

4/ méthodes physico-chimiques. A quelle catégorie correspondent les méthodes ci-dessous ?

Compléter avec le chiffre correspondant :

3 déversoirs calibrés

2 jaugeages au moulinet

4 méthodes de l'injection à débit constant

3 canaux jaugeurs

2 jaugeages au flotteur

Exercice 03

Dans un cours d'eau donnée, un debit moyen annuel de 20 m3 /s est atteint 25 fois au cours des 50 dernières années. Quel est le temps de retour de ce débit ?

Si ce débit est atteint en 2004, a t'il plus de chance de se produire en 2006 ? Justifier !

Solution

F=25/50 = 0.5 sot T=2 ans

NON. Le temps de retour donne la probabilité pour qu'en moyenne l'évènement arrive tous les deux ans. La probabilité d'apparition est donc la même chaque année et égale à 50%.

Exercice 04: Etablissement d'une courbe de tarage.

À l'aide des 37 mesures concomitantes, hauteur d'eau H - débit Q, effectuées sur le Djerem à Mbakaou (affluent de la Sanaga au Cameroun) et présentées dans le tableau ci-dessous, on vous demande de répondre aux questions suivantes :

1) Ajuster les mesures H/Q à l'aide d'une ou de plusieurs courbes.

2) Donner un barème de correspondance hauteur H - débit Q (i.e. la courbe de tarage) pour ce cours d'eau, en faisant varier la hauteur d'eau H entre 0.0 et 7.0 mètres, ceci par incrément de 25 centimètres.

3) Est-ce que cette courbe de tarage peut être utilisée pour estimer le débit de l'année 2000 ? Est-ce que cette courbe peut être utilisée pour une hauteur H= m ?

Données :

Date (jj.mm.aaaa)	Hauteur d'eau [cm]	Débit [m^3/s]
02.12.1959	186	261
10.01.1960	118	118
17.03.1960	42	26
22.04.1960	129	136
22.11.1960	271	451
14.12.1960	208	264
30.03.1961	45	27
18.07.1961	305	578
19.07.1962	261	423
26.08.1962	411	936
21.09.1962	483	1207
24.09.1962	501	1309
15.12.1962	192	258
14.02.1963	95	86
05.03.1963	84	71
09.09.1963	461	1152
28.09.1963	430	1007
30.09.1963	448	1066
10.10.1963	508	1365
11.03.1966	45	28
03.02.1967	98	81
17.03.1967	52	33
16.09.1967	415	930
24.09.1967	414	898
27.09.1967	402	850
28.09.1967	414	900
29.09.1967	424	937
30.09.1967	433	965
07.10.1967	450	1052
09.10.1967	461	1100
10.10.1967	477	1180
21.10.1967	427	966
28.10.1967	322	578
12.11.1967	252	388
13.11.1967	244	369
04.12.1967	177	206
07.12.1967	171	189

Pistes de résolution :

Représentez graphiquement les couples hauteur d'eau-débit pour choisir la/les relation(s) adéquate(s) entre ces deux variables.

Chapitre 4. Etude des débits de crues

Chapitre 4. Etude des débits de crues

4.1. Données de base

4.1.2.Définition :

Une crue se définit comme une augmentation importante du débit (et par conséquent du niveau) d'un cours d'eau, le plus souvent attribuable aux apports verticaux : la fonte de la neige ou les précipitations sous forme liquide. Au Québec, le printemps, au moment de la fonte du couvert de neige, est propice aux crues importantes. Ces crues peuvent aussi se produire à l'été ou à l'automne lors de précipitations intenses; on parle alors de crues éclair.

Les deux variables les plus demandées sont les suivantes :

- **Le débit de crue historique**. Il s'agit du débit d'un cours d'eau à un moment précis;
- **Le débit de crue de différentes récurrences**. Il s'agit d'un débit de crue projeté et de sa probabilité d'occurrence.

Différentes périodes peuvent être déterminées pour ces variables :

- **Annuelle** : données considérées entre le 1er janvier et le 31 décembre de chaque année;
- **Estivale :** données considérées entre le 1er juin et le 31 octobre. La période estivale désigne la période où l'écoulement se fait en eaux libres. Cette période peut varier selon la situation géographique du bassin versant concerné;
- **Mensuelle** : données considérées pour les différents mois de l'année;
- **Spécifique** : données liées à des besoins plus spécifiques du 15 octobre au 15 décembre, par exemple).

On utilise aussi le coefficient mensuel de débits, qui est défini comme le rapport du débit mensuel moyen au module inter-annuel (moyenne inter-annuelle calculée sur un certain nombre d'années). Celui-ci permet de représenter la répartition, en pourcentage, des débits mensuels au cours de l'année.

$$C_m(\%) = \frac{Débit\ mensuel\ moyen}{Module\ Interannuel} \cdot 100$$

On définit également le coefficient d'écoulement annuel par le rapport suivant :

$$C_a(\%) = \frac{Lame\ moyenne\ écoulée}{Pluie\ moyenne\ annuelle} \cdot 100$$

La courbe des coefficients mensuels de débits de l'année moyenne permet de mettre en évidence le caractère systématique des variations saisonnières, et de comparer les rivières entre elles. La connaissance de ce coefficient est aussi d'un grand intérêt pour pouvoir estimer les volumes écoulés au cours d'une saison afin de dimensionner une retenue.

4.2. Régime d'écoulement

Le régime d'écoulement naturel des cours d'eau d'un bassin versant peut subir une influence anthropique. Celle-ci peut être liée, par exemple, à la présence d'ouvrages de retenue gérés, au drainage agricole, à des prélèvements d'eau ou à des rejets dans le milieu récepteur.

Au Ministère, la caractérisation du degré d'influence anthropique d'un bassin versant se limite principalement à l'évaluation des effets de la gestion des barrages présents sur le débit d'un cours d'eau, le cas échéant.

Dans une étude hydrologique sur les débits de crue, il est important de tenir compte des effets des changements du régime d'écoulement passés ou à venir sur le cours d'eau. Bien que cette précaution soit fondamentale, il arrive que de l'information manque. Certaines études sur les crues sont donc basées sur des données hydrologiques historiques qui ne représentent plus la réalité, et d'autres reposent sur l'hypothèse que des ouvrages présents sur les cours d'eau ont peu d'effet sur le régime d'écoulement, ce qui n'est pas nécessairement le cas.

on distingue trois types de régimes d'écoulement selon la présence et l'effet d'ouvrages de retenue :

- **Naturel :** mouvement naturel de l'eau dans un cours d'eau. S'il existe des ouvrages de retenue dans le bassin versant, ils ne sont pas gérés (ex. crête déversante) et leur volume de retenue est tel que l'ouvrage n'est pas réputé influencer l'écoulement du cours d'eau;

- **Influencé journellement** : mouvement de l'eau dans un cours d'eau qui subit des modifications en raison de la présence de structures de retenue ou de structures de régularisation de l'écoulement, comme des digues ou des barrages. Des interventions opérées sur la structure de retenue, qui modifient l'écoulement, peuvent mener à des variations du volume qui sont généralement jugées significatives à l'échelle horaire, mais faibles à l'échelle journalière;

- **Influencé mensuellement** : mouvement de l'eau dont l'influence anthropique est jugée significative sur les variations du volume aux échelles journalière et mensuelle.

il est possible de caractériser un bassin versant et son écoulement en adoptant une classification du régime des cours d'eau basée d'une part sur l'allure de la fluctuation saisonnière systématique des débits qu'il présente, et d'autre part sur son mode d'alimentation, c'est-à-dire, la nature et l'origine des hautes eaux (pluviale, nivale ou glaciaire). La répartition mensuelle des débits est alors utilisée pour classifier le régime d'écoulement d'un cours d'eau appelé le régime hydrologique.

Une des classifications des régimes hydrologiques des rivières les plus simples est celle de Pardé (1933), qui distingue trois types de régimes :

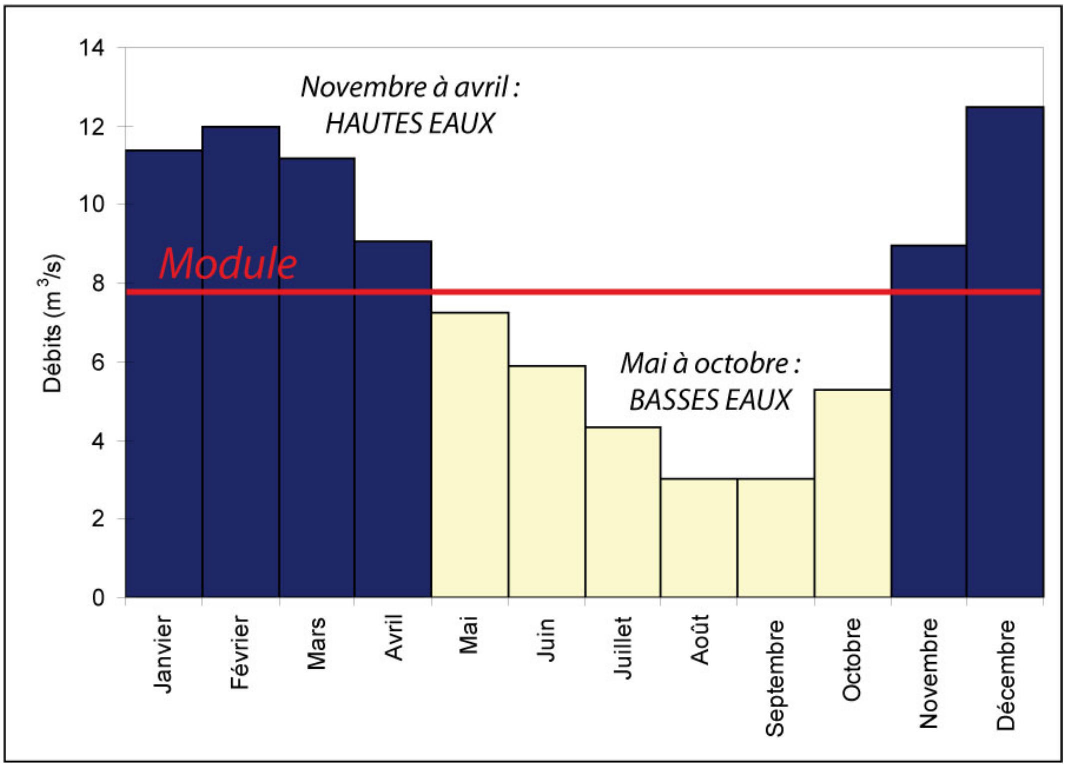
Régime simple : caractérisé par une seule alternance annuelle de hautes et de basses eaux (un maximum et un minimum mensuels au cours de l'année hydrologique) et, en général, par un seul mode d'alimentation

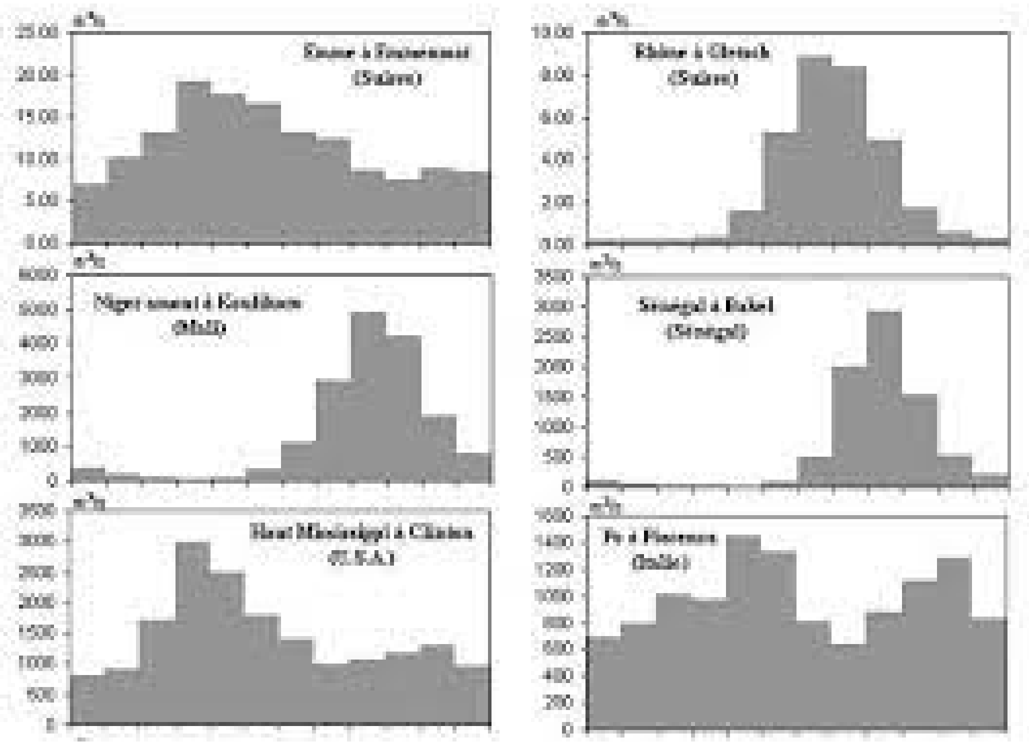
Régime mixte : 2 maxima et 2 minima, par an, correspondant à plusieurs modes d'alimentation.

Régime complexe : plusieurs extrêmes et modes d'alimentation.

Cette classification peut être éventuellement rectifiée en fonction des causes hydrologiques provoquant les hautes eaux ; c'est le cas pour les phénomènes **d'embâcle** et de **débâcle.**

L'embâcle désigne une accumulation, due à un obstacle (présence d'un pont, d'un barrage, d'un rétrécissement, d'un coude, etc.), de glaçons ou de bois dans un cours d'eau qui crée un barrage. Lorsque ce barrage cède pour différentes raisons c'est **la débâcle**. Lorsqu'il s'agit d'un démantèlement de couche de glace sur les cours d'eau, cela traduit l'effet du dégel. **La débâcle** produit alors un charriage de glaçons de tailles plus ou moins grosses, pouvant à leur tour occasionner, lorsqu'ils sont arrêtés par un autre accident hydrographique ou autres, des barrages provisoires (embâcle) qui provoquent souvent des inondations.





4.3. Méthodes probabilistes

Les méthodes probabilistes permettent d'ajuster des lois de probabilité aux crues observées et à extrapoler la meilleure loi qui représente la distribution empirique pour des périodes de retour données.

1. Vérification de l'homogénéité de la série et apport des corrections nécessaires :

2. Description de l'échantillon :

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Xi \qquad \sigma^{2} = \sum_{i=1}^{n}(Xi - \bar{X})$$

Variance

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{\overline{X}}}$$

Coefficient de variation

3. Classement de l'échantillon par valeurs croissantes.

4. Choix d'une loi de probabilité empirique F(xi) (fréquence expérimentale xi) :

$$F(xi) = \frac{(i + a)}{(n + b)}$$

- Weibull :
- Hazen :
- Cunnane :

5. Tracer la courbe expérimentale F(xi) et déterminer la médiane.

6. Comparer les valeurs centrales (moyenne, mode, médiane). Si elles sont très peu différentes, on pourra supposer que la distribution est normale ou gaussienne.

7. Reporter les points sur un papier (GAUSS, Gumbel, ...etc.) en fonction de la loi. Si les fréquences expérimentales de non-dépassement suivent rigoureusement une loi, tous les points seront alignés (droite).

8. Ajustement graphique d'une droite sur l'ensemble des points. Il faut avoir une bonne répartition des points de part et d'autre de la droite. On peut ainsi déterminer n'importe quel quantile par lecture directe sur la droite.

9. Ajustement par le calcul d'une droite sur les points. Pour cela, il faut utiliser la moyenne et l'écart-type, puis calculer les coordonnées de deux points assez éloignés (généralement F =0.05 et F = 0.95).

10. Détermination de l'intervalle de confiance et validation de la loi utilisée.

11. L'objectif de cet exercice est d'estimer les débits de pointes (débits maximaux) correspondants à un certain temps de retour, c'est-à-dire à une certaine probabilité d'apparition donnée.

12. **1/ Méthode à appliquer :** ajustement statistique d'une série de données - Gumbel

L'analyse fréquentielle d'une longue série de débits maximaux permet d'estimer le temps de retour d'une valeur particulière. Cette prédiction repose sur la définition et la mise en œuvre d'un modèle fréquentiel qui est une équation décrivant (modélisant) le comportement statistique d'un processus. Ces modèles décrivent la probabilité d'apparition d'un événement

de valeur donnée. C'est du choix du modèle fréquentiel (et plus particulièrement de son type) que dépendra la validité des résultats de l'analyse fréquentielle.
Un modèle fréquentiel très souvent utilisé pour décrire le comportement statistique des valeurs extrêmes est la distribution statistique de Gumbel (loi double exponentielle ou loi de Gumbel). La fonction de répartition de la loi de Gumbel F(x) s'exprime de la manière suivante :

$$F(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)\right) \quad (1)$$

Avec la variable réduite suivante : $u = \frac{x-a}{b}$ (2)

où a et b sont les paramètres du modèle de Gumbel.

La distribution s'écrit alors de la manière suivante:

$F(x) = \exp\left(-\exp(-u)\right)$ (3) et $u = -\ln\left(-\ln\left(F(x)\right)\right)$ (4).

L'avantage d'utiliser la variable réduite est que l'expression d'un quantile est alors linéaire : $x_q = a + bu_q$.

En conséquence, dès lors que les points de la série à ajuster peuvent être reportés dans un système d'axes x - u il est possible d'ajuster une droite qui passe le mieux par ces points et d'en déduire les deux paramètres a et b de la loi. Il existe différentes méthodes d'ajustement : méthode graphique (ajustement à l'œil ou à l'aide d'une régression statistique), méthode des moments ect.
En pratique, il s'agit essentiellement d'estimer la probabilité de non dépassement F(xi) qu'il convient d'attribuer à chaque valeur xi. Il existe de nombreuses formules d'estimation de la fonction de répartition à l'aide de la fréquence empirique. Elles reposent toutes sur un tri de la série par valeurs croissantes permettant d'associer à chaque valeur son rang r. Des simulations ont montré que pour la loi de Gumbel, il faut utiliser la fréquence empirique de Hazen :

$$\frac{r-0.5}{n} \quad (5)$$

où r est le rang dans la série de données classée par valeurs croissantes, n est la taille de l'échantillon, x[r] la valeur de rang r.

Rappelons encore que le temps de retour T d'un événement est défini comme étant l'inverse de la fréquence d'apparition de l'événement. Soit :

$$T = \frac{1}{1-F(x_i)} \quad (6)$$

2/ Autre méthode : Méthode des moments

La méthode des moments consiste à égaler les moments des échantillons avec les moments théoriques de la loi . Par la méthode des moments les paramètres a et b sont calculés d'après les formules :

$$\begin{cases} \hat{b} = \frac{\sqrt{6}}{\pi}\hat{\sigma} \\ \hat{a} = \hat{\mu} - \hat{b}\gamma \end{cases} \quad (7)$$

Avec

$\gamma = 0.5772$ (constante d'Euler).

avec

σ : écart-type des valeurs composant l'échantillon.
μ : moyenne de l'échantillon.

Dès lors il est possible d'estimer les débits dont la représentation graphique est une droite d'équation :

$$\hat{Q} = \hat{a} + \hat{b} \cdot u \quad (8)$$

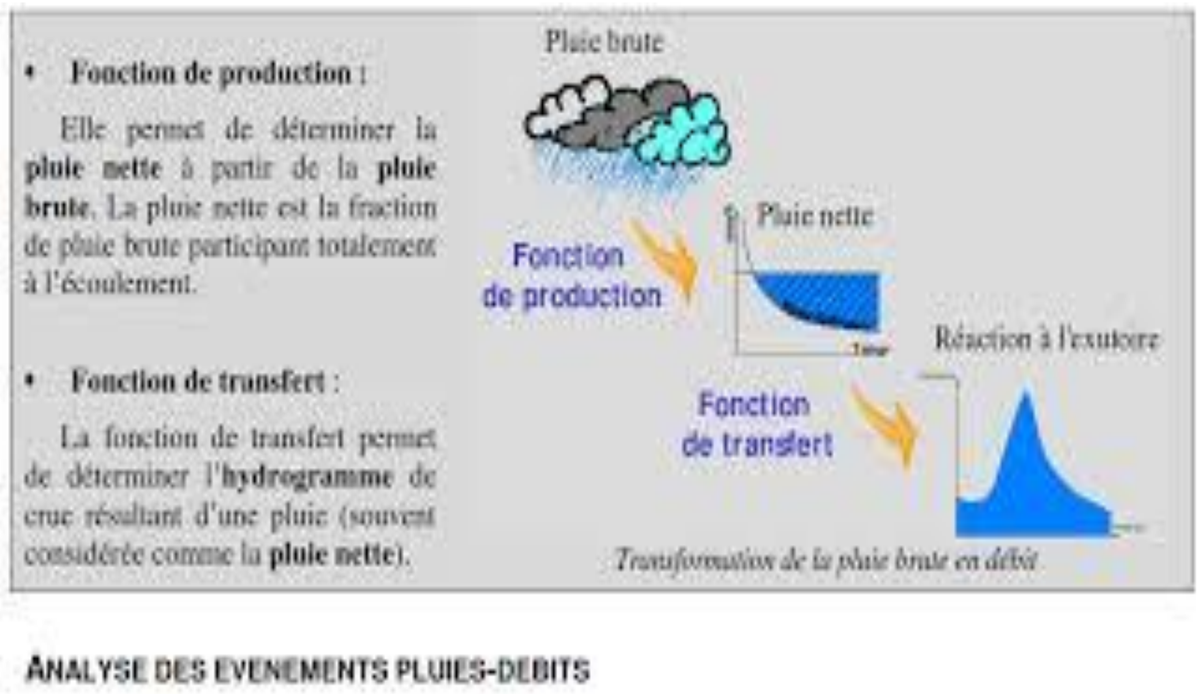
avec : u: variable réduite (cf. équation (4)).

4.4. ANALYSE DES EVENEMENTS PLUIES-DEBITS

Une crue se définit par différents critères : sa genèse, sa durée, sa fréquence, son "débit de pointe", son volume. Une crue décennale, centennale… est une crue qui a 1 chance sur 10, 100... d'être dépassée au cours d'une année dans les conditions de climat actuel. La crue de projet est une crue de récurrence donnée (fonction de l'environnement et d'impératifs technologiques) servant à calculer la résistance des ouvrages de génie civil : ponts, barrages... La transformation de la pluie en hydrogramme de crue se traduit par l'application successive de deux fonctions, nommées respectivement fonction de production et fonction de transfert :

Fonction de production : Elle permet de déterminer la pluie nette à partir de la pluie brute. La pluie nette est la fraction de pluie brute participant totalement à l'écoulement.

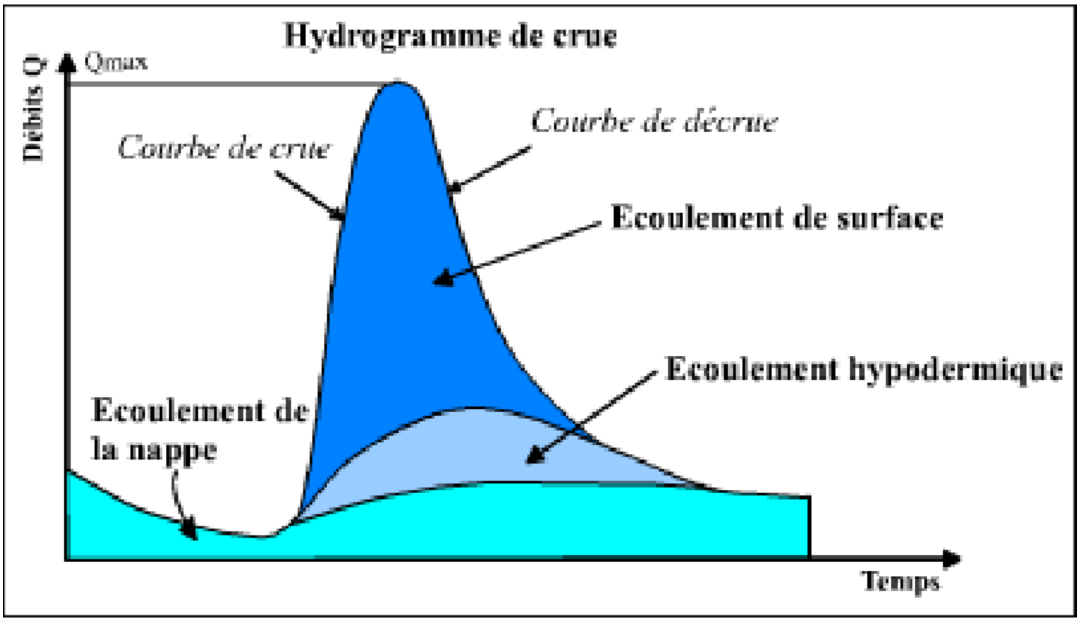
Fonction de transfert : La fonction de transfert permet de déterminer l'hydrogramme de crue résultant d'une pluie (souvent considérée comme la pluie nette



L'analyse des événements pluies-débits requiert la connaissance d'un certain nombre d'éléments caractéristiques de la crue (forme et durées caractéristiques)

La forme de l'hydrogramme de crue se caractérise par :

- **La courbe de montée** de crue ou de concentration,
- **la pointe de crue**, ou crête de l'hydrogramme,
- **la courbe de décrue**,
- **la courbe de tarissement**



La figure suivante schématise les différents processus de génération de l'écoulement que l'on détaille ensuite point par point.

Genèse des crues et facteurs d'influence de la réponse hydrologique

La nature et l'origine des crues ou « hautes eaux » sont liées aux régimes hydrologiques et à la taille du bassin versant. On distingue les crues généralement selon leur cause, à savoir :

- **Les crues d'averses** (fortes pluies de plusieurs jours ou averses orageuses localisées),
- **les crues de fonte de neige**,
- **les crues d'embâcle et de débâcles de glace**.

Facteurs d'influence de la réponse hydrologique

- Facteurs « externes » : - Les conditions climatiques du milieu ; - La pluviosité (durée de l'averse, intensité, variations spatiales, etc.)

- Facteurs « internes » : - La morphologie du bassin versant ; - Les propriétés physiques du bassin ; - La structuration du réseau hydrographique ; - L'état antécédent d'humidité

4.4.1. Méthodes dites empiriques

4.4.2. Méthode Rationnelle

Cette méthode est adaptée aux bassins versant dont la superficie n'excède pas 150 km^2 Il fait intervenir la pente du bassin et la nature du couvert végétal. Elle suppose que le débit de pointe de ruissellement ne peut être observé à l'exutoire d'un bassin versant que lorsque toute la superficie y contribue. Ceci est vrai si la durée de l'averse est uniforme, généralisée et au moins égale au temps de concentration tc du bassin en question. Si on admet que la période de retour du débit maximum déterminé est égale a celle de la pluie maximale au cours de la durée tc , le débit de pointe pour une période de retour T s'écrit :

$$Qp = CIA \qquad (9)$$

Qp = débit de pointe m3/s

I = intensité d'une averse dont la durée est égale au temps de concentration du bassin.

C = Coefficient de ruissellement ($0<C<1$)

A = superficie du BV en km2

4.5. Méthode de Turazza

$$Q = \frac{CHA}{3{,}6Tc} \qquad (10)$$

Q : débit maximum de la crue en m3/s

C : coefficient de ruissellement

H : hauteur totale maximum des précipitations

A : Surface du bassin versant (Km^2).

I (tc,T) : Intensité des pluies pour un temps de concentration donnée de période de retour T.

Ces formules empiriques doivent être utilisées avec beaucoup de précautions.

4.6. Analyses des hydro grammes de crues.

Un hydrogramme de crue est défini par différentes grandeurs plus ou moins facilement mesurables :

Débit de pointe qui correspond à la plus forte valeur du débit qp ;

Temps de base tb : durée pendant laquelle le débit est significativement différent du débit habituel, et qui caractérise la durée de la crue ;

Temps de montée tp : temps qui s'écoule entre le début d'une montée significative de l'hydrogramme et l'apparition du débit maximum ;

Volume total V ou le débit moyen : qm=V/tb

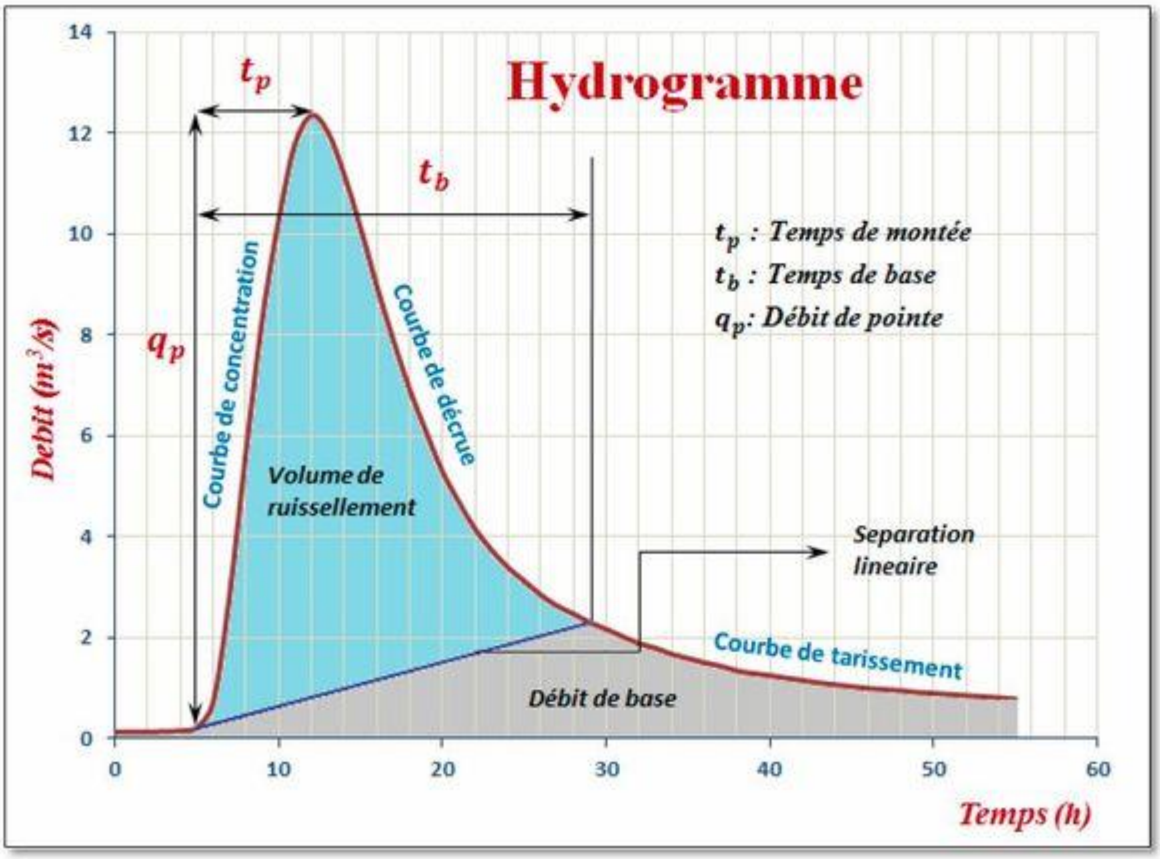


Figure 1 : Différentes grandeurs remarquables sur un hydrogramme de crue ; Source : Rocha (2014)

Ces différentes grandeurs permettent de distinguer trois phases dans la crue :

1. La crue elle-même (ou concentration), de durée tp qui correspond à la période d'augmentation rapide du débit ;

2. La décrue, de durée tb−tc, qui correspond à la période de décroissance rapide du débit
3. Le tarissement qui correspond à des écoulements retardés (dans les réseaux d'assainissement il s'agit souvent d'infiltration d'eaux parasites).
4. La séparation entre la décrue et le tarissement n'est pas toujours facile à déterminer.

4.7. La séparation des éléments constitutifs de l'hydro gramme

L'hydrogramme intègre les débits générés par la pluie efficace et les débits de base provenant des nappes souterraines. Le débit généré par la pluie efficace en intensité et en volume. Ce débit génère les crues. Alors avant toute étude de crue, il faut séparer le ruissellement direct généré par la pluie efficace du débit de base généré par les nappes souterraines.

La méthode de la ligne droite

Pour séparer le débit du ruissellement direct, on relie par une droite horizontale le point A, ou le ruissellement direct commence, au point   A', ou il s'arrête. Le ruissellement direct est égale au volume sous la courbe AEBA'A(ce volume = volume de la pluie efficace).

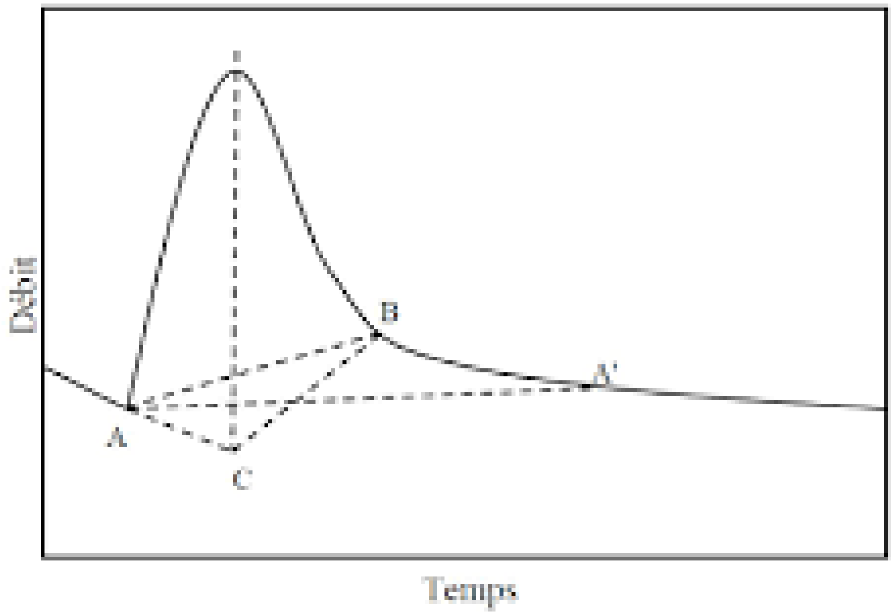


Figure 6: séparation des éléments constitutifs de l'hydro gramme

4.8. La méthode de l'hydrogramme unitaire (HU)

La méthode de l'hydrogramme unitaire vise à déterminer l'hydrogramme de ruissellement superficiel à l'exutoire d'un bassin versant à partir des hyétogrammes de l'averse correspondante reçue par ce même bassin. L'obtention d'un hydrogramme unitaire permettra ainsi de prévoir la crue conséquence d'une averse donnée.

On appelle :

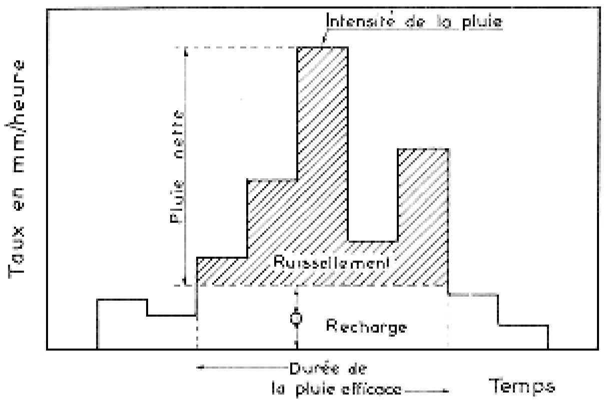
hyétogramme la représentation temporelle de la lame d'eau incidente sur un bassin versant;

Intensité la valeur maximum de l'averse en mm d'eau par unité de temps;

Pluie nette la différence entre la pluie totale et les pertes par stockage superficiel et par infiltration;

Pluie efficace la hauteur totale de la lame d'eau reçue par le bassin pendant la seule durée de la pluie nette;

Recharge phréatique la hauteur de lame d'eau par unité de temps qui s'infiltre dans le sol.



4.9. Averse unitaire

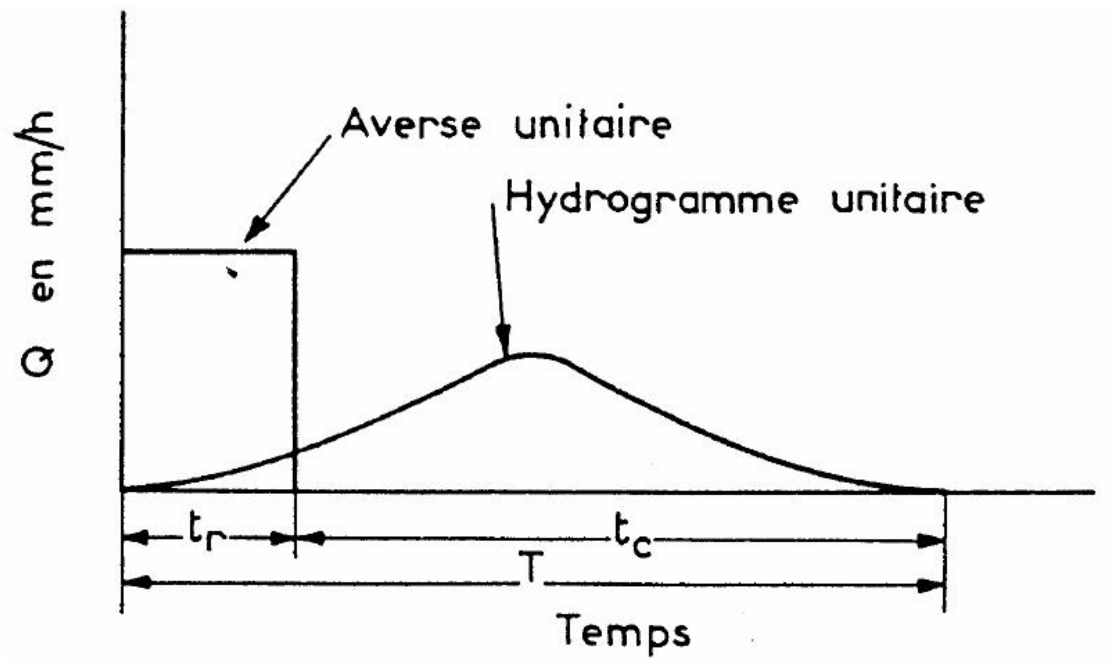
Soit **tr** la durée de l'averse nette tombant sur un bassin versant de temps de concentration **tc.** Le temps de base de l'hydrogramme sera donc : **T = tr + tc.**

On considère qu'une averse est unitaire si sa durée est suffisamment inférieure au temps de concentration du bassin. Cette définition a pour but de **superposer les hydrogrammes** consécutifs à de telles **averses**. On prendra en pratique des averses unitaires de durée :

$$t_r \leq \frac{t_c}{3 \text{ à } 5}$$

4.10. Hydrogramme unitaire

L'hydrogramme correspondant à une **averse unitaire de volume unité** (équivalente à une lame d'eau de **1 mm** uniformément répartie sur tout le bassin) est appelé **hydrogramme unitaire**. Ce hydrogramme est de fait une caractéristique propre du bassin versant considéré.



Afin de déteminer l'hydrogramme unitaire d'un bassin versant, il est nécessaire de disposer de l'enregistrement d'une averse (hyétogramme) de répartition uniforme sur le bassin versant considéré et de la courbe des débits correspondante (hydrogramme) à l'exutoire. Plusieurs manipulations sont ensuite à effectuer sur ces données.

4.11. Séparation des différentes composantes de l'hydrogramme

La première phase consiste à séparer les différentes composantes de l'hydrogramme. Pour simplifier, on ne considérera ici que les deux composantes principales suivantes :

Écoulement de base;

Ruissellement superficiel.

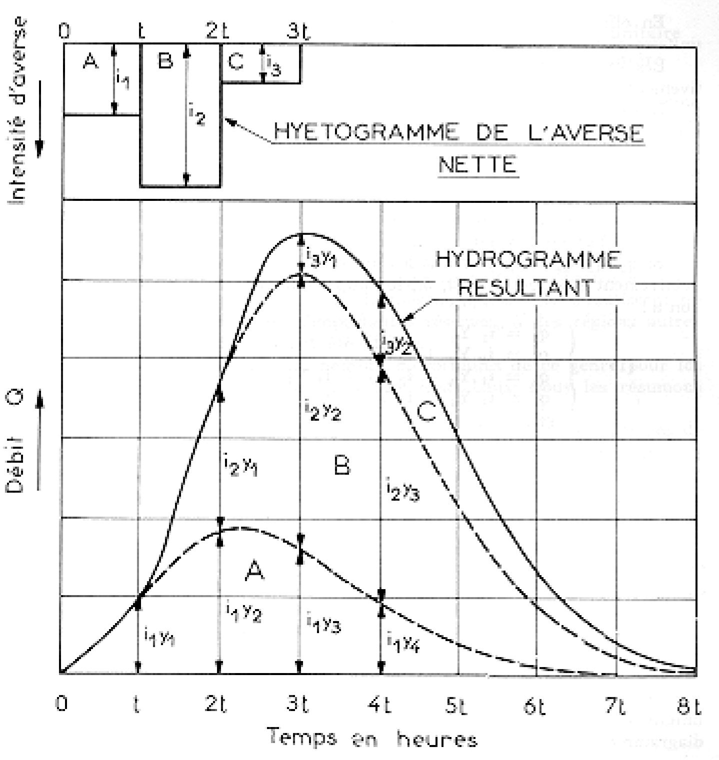
On utilisera ici une méthode dite "simplifiée" qui consiste à relier le point correspondant à l'origine de la crue à celui correspondant à la fin du ruissellement. Le volume correspondant au ruissellement superficiel sera situé au-dessus de cette droite. Pour plus de précisions sur ces deux points, on peut se rapporter au schéma synthétique d'un hydrogramme.

4.11.1. Détermination du graphe de l'hydrogramme unitaire

On obtient ainsi une averse nette et un hydrogramme de ruissellement correspondant. Deux cas se présentent alors :

- **l'averse considérée peut être considérée comme unitaire :** et l'hydrogramme unitaire du bassin est obtenu par simple division de l'hydrogramme de ruissellement par l'intensité de la pluie nette;
- l'averse est de durée très supérieure à celle des averses unitaires et l'on va procéder de la manière suivante :

- ✓ Décomposition de l'averse réelle en averses élémentaires
- ✓ Séparation des composantes de l'hydrogramme de ruissellement afférentes à ces averses élémentaires, par discrétisation de l'hydrogramme.



Le schéma ci-dessus représente cette décomposition, que l'on effectuera en pratique en résolvant le système linéaire suivant :

Où les notations sont celles du schéma ci-dessus et les yi les ordonnées de l'hydrogramme unitaire.

$$\begin{cases} q_1 = i_1 \cdot y_1 \\ q_2 = i_1 \cdot y_2 + i_2 \cdot y_1 \\ q_3 = i_1 \cdot y_3 + i_2 \cdot y_2 + i_3 \cdot y_1 \\ \dots \\ q_n = \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot y_{n-k+1} \\ \dots \end{cases}$$

TD N^{0}04

Exercice N01 :

Estimation des débits de crue pour différents temps de retour par la méthode statistique – Application au bassin versant de la Mentue à Yvonand (VD, Suisse)

Pour le bassin versant de la Mentue (station à Yvonand), localisé dans la région de Plateau, en Suisse Romande, et se jetant dans le lac de Neuchâtel, on vous demande :

1) Ajuster la série des débits maximums annuels selon une distribution de Gumbel. Ajuster les données graphiquement.

2) Estimer les débits de pointe de temps de retour, 5, 20, 50, 100 ans.

3) Ajuster les données par la méthode des moments. Estimer les débits de pointe de temps de retour, 5, 20, 50, 100 ans.

Données :

L'exercice porte sur le bassin versant de la Mentue (station à Yvonand). Les données nécessaires à la réalisation de cet exercice se trouvent ci-dessous et dans un fichier Excel (il s'agit d'une série de débits maximums annuels en [m3/s]).

Année	débit de pointe
	[m3/s]
1971	23,00
1972	15,40
1973	13,20
1974	19,08
1975	18,09
1976	20,81
1977	41,50
1978	30,82
1979	43,67
1980	33,25
1981	27,59
1982	52,66
1983	32,55
1984	30,47
1985	37,43
1986	35,47
1987	29,65
1988	33,60
1989	16,83
1990	27,99
1991	37,27
1992	37,99
1993	25,41
1994	21,83
1995	45,40

Démarche :

Etape 1 : Préparation de la série de données des débits de pointe.

* Trier les valeurs dans l'ordre croissant.
* Attribuer un rang à chaque valeur.

Etape 2 : Calcul de la fréquence empirique pour chaque rang (Hazen, équation (5)).

Etape 3 : Calcul de la variable réduite « u » du Gumbel (équation (4)).

Etape 4 : Représentation graphique des couples (ui, xi) de la série à ajuster

Etape 5 : Ajustement d'une relation linaire de type aux couples (ui, xi) (figure 1) et en déduire les deux paramètres a et b). Avec un **ajustement de type graphique** (à l'œil), on a alors une estimation des paramètres a et b : a = 25.5et b = 7.98

voir aussi avec la méthode des moments...

Etape 6 : Utilisation du modèle statistique pour estimer des débits de pointe de différents temps de retour T. Par exemple pour T=100 ans, on suit les étapes suivantes :

*Calcul de la fréquence de non-dépassement d'après la relation (6) : F =0.99
*Calcul de la variable réduite de Gumbel correspondante d'après la relation (4): u= 4.60:
*Calcul du quantile correspondant d'après la relation linéaire (avec a et b fournis par l'étape 5 précédente) : Q100 = 25.5+4.60 . 7.98 = 62.2 m3/s

On a de même pour les autres temps de retour :

Q5=37.5m3/s

Q20=49.2m3/s

Q50=56.6 m3/s

Réponse :

Année	Qpmax	rang r	fréquence empirique F	variable réduite u
	[m3/s]	[-]	[-]	[-]
1973	13,2	1	0,02	-1,364
1972	15,4	2	0,06	-1,034
1989	16,8	3	0,1	-0,834
1975	18,1	4	0,14	-0,676
1974	19,1	5	0,18	-0,539

1976	20,8	6	0,22	-0,415
1994	21,8	7	0,26	-0,298
1971	23,0	8	0,3	-0,186
1993	25,4	9	0,34	-0,076
1981	27,6	10	0,38	0,033
1990	28,0	11	0,42	0,142
1987	29,7	12	0,46	0,253
1984	30,5	13	0,5	0,367
1978	30,8	14	0,54	0,484
1983	32,6	15	0,58	0,607
1980	33,3	16	0,62	0,738
1988	33,6	17	0,66	0,878
1986	35,5	18	0,7	1,031
1991	37,3	19	0,74	1,200
1985	37,4	20	0,78	1,392
1992	38,0	21	0,82	1,617
1977	41,5	22	0,86	1,892
1979	43,7	23	0,9	2,250
1995	45,4	24	0,94	2,783
1982	52,7	25	0,98	3,902

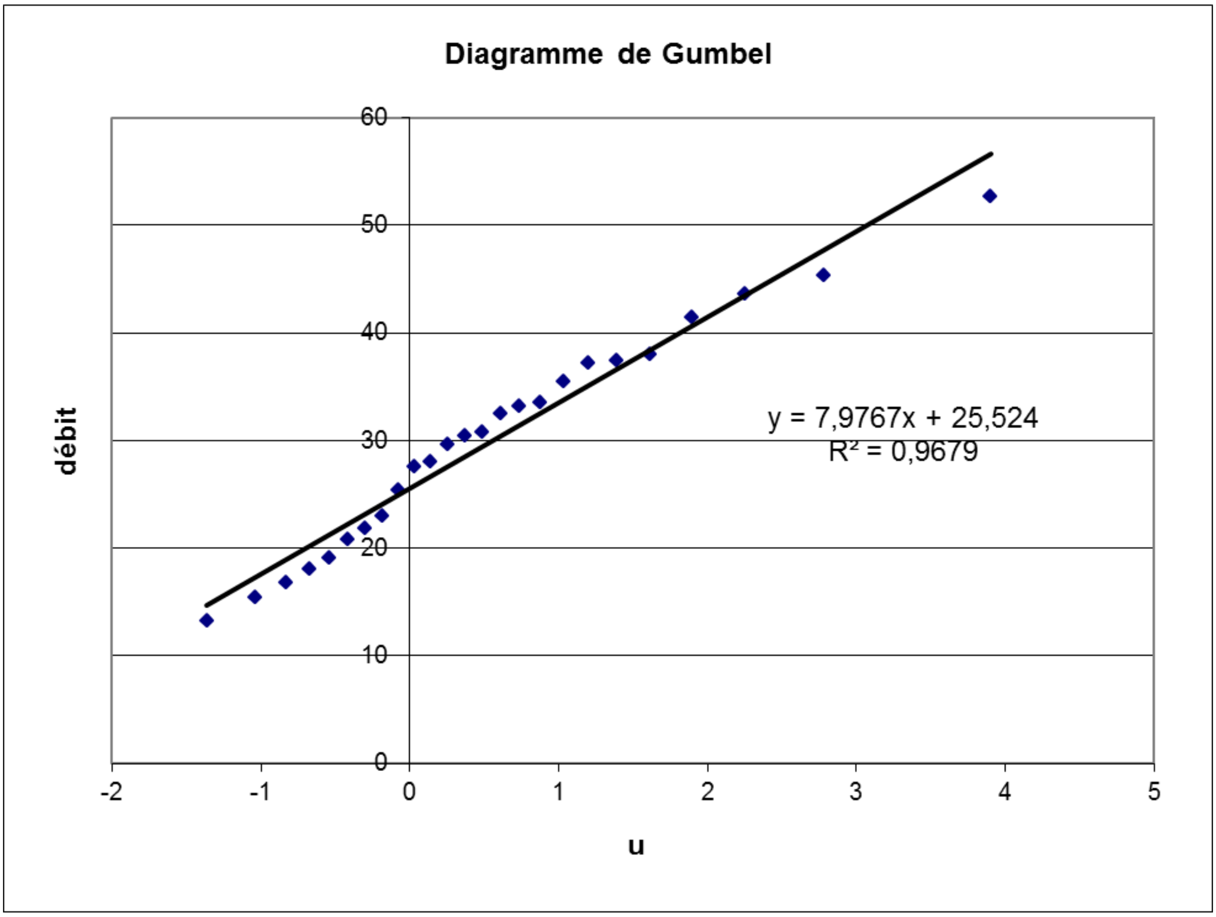
Moyenne = 30,0 [m3/s]

période de retour T=	100	50	20	5	2,33	[ans]
probabilité de non dépassement de Qp=	0,99	0,98	0,95	0,8	0,57	[-]
variable réduite de Gumbel=	4,6	3,9	3,0	1,5	0,6	[-]
Qp pour période de retour T =	**62,2**	**56,6**	**49,2**	**37,5**	**30,1**	[m3/s]

Coefficients de la droite de Gumbel : Qp= a+bu

A lire sur le graphique : coeff. De la droite de regression

b	a
7,97670464	**25,5243366**



Exercice 02 :

Il tombe sur un bassin versant une pluie efficace de 2 cm pendant 2h. il en resulte l'hydrogramme suivant :

T(hr)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Q(m3/s)	10	10	24	40	31	20	15	10	10	10

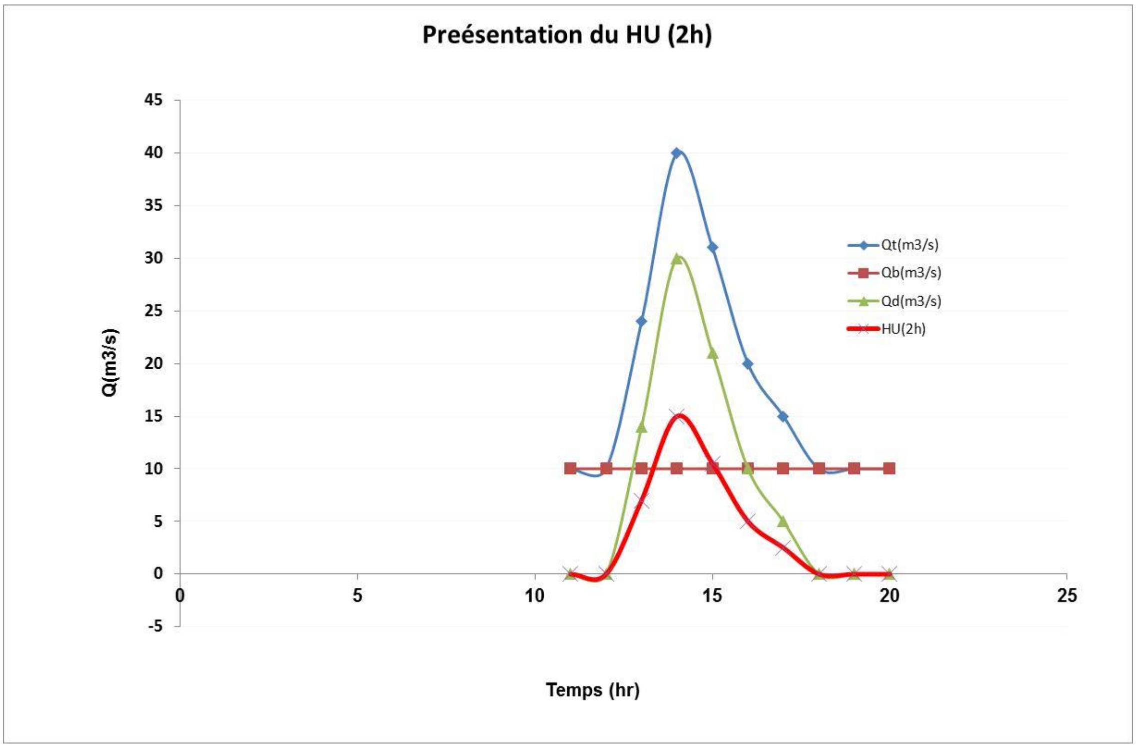
Sachant que le débit de base est constant est égal à 10 m3/s.

- ✓ Déterminer l'HU (2h)
- ✓ Trouver la surface du BV

Solution

A	B	C	D	E

T(hr)	Qt(m3/s)	Qb(m3/s)	Qd(m3/s)	HU(2h)
11	10	10	0	0
12	10	10	0	0
13	24	10	14	7
14	40	10	30	15
15	31	10	21	10,5
16	20	10	10	5
17	15	10	5	2,5
18	10	10	0	0
19	10	10	0	0
20	10	10	0	0



La surface du BV S = V/Lr = 14.400.000 m^2 avec V = (14+30+21+10+5)*3600=288.000m^3

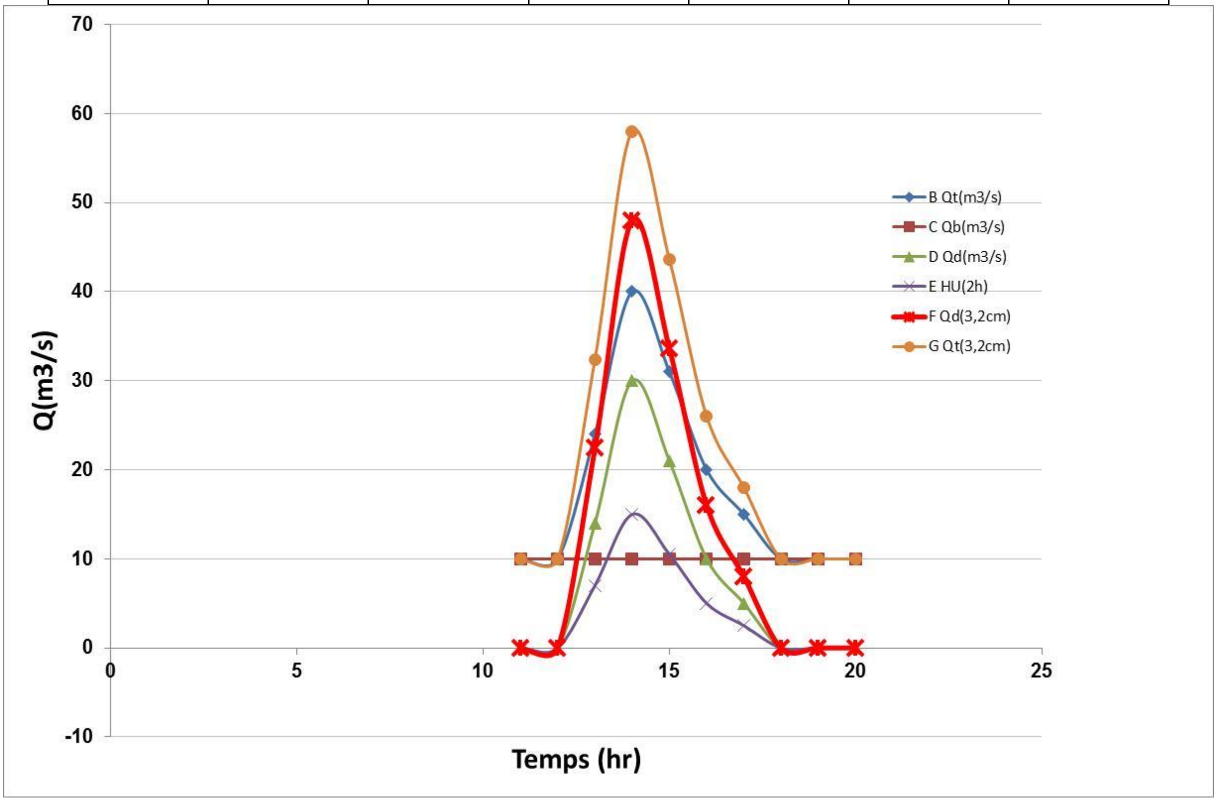
Exercice 02 :

En utilisant les données de l'exemple précédent déterminé l'hydrogramme du débit total généré par une pluie efficace de 2 heures et de 3.2 cm.

Solution

A	B	C	D	E	F	G
T(hr)	Qt(m3/s)	Qb(m3/s)	Qd(m3/s)	HU(2h)	Qd(3,2cm)	Qt(3,2cm)

11	10	10	0	0	0	10
12	10	10	0	0	0	10
13	24	10	14	7	22,4	32,4
14	40	10	30	15	48	58
15	31	10	21	10,5	33,6	43,6
16	20	10	10	5	16	26
17	15	10	5	2,5	8	18
18	10	10	0	0	0	10
19	10	10	0	0	0	10
20	10	10	0	0	0	10



Exercice 03 :

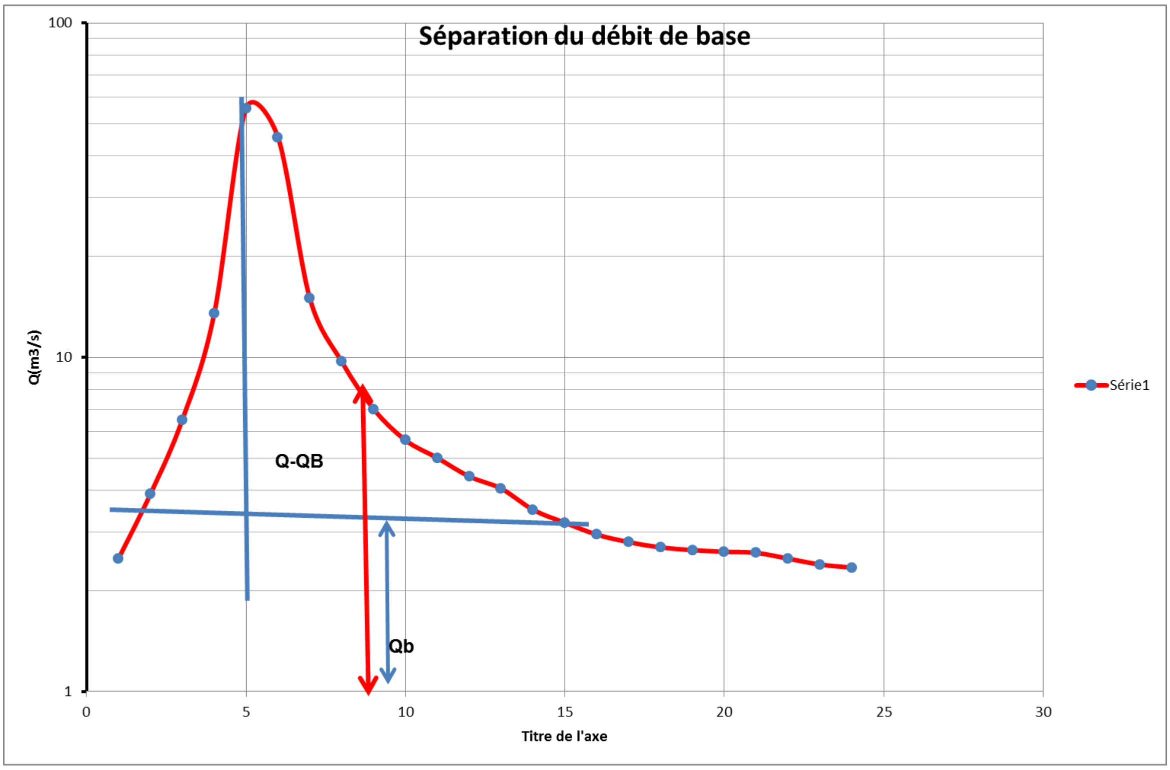
Au cours d'une crue on a mesuré les débits suivants :

mesure de débits d'une crue		
dates	heures	débits
03-juil	0	2,5
03-juil	12	3,9
04-juil	0	6,5
04-juil	12	13,5
05-juil	0	55,5
05-juil	12	45,5
06-juil	0	15
06-juil	12	9,7

07-juil	0	7
07-juil	12	5,65
08-juil	0	5
08-juil	12	4,4
09-juil	0	4,05
09-juil	12	3,5
10-juil	0	3,2
10-juil	12	2,95
11-juil	0	2,8
11-juil	12	2,7
12-juil	0	2,65
12-juil	12	2,62
13-juil	0	2,6
14-juil	0	2,5
15-juil	0	2,4
16-juil	0	2,35

Le maximum de la crue s'est produit le 05/07 à 2h25mn.

1. Tracer sur du papier semi-log cet hydrogramme, et séparer graphiquement les trois types d'écoulement : écoulement direct ; écoulement hypodermique et écoulement de base.
2. Sachant que la superficie du BV est de 1500 km2, déterminer l'hydrogramme unitaire.
3. Déterminer la crue générée sur ce BV par une pluie efficace de 7.2 mm.



		Qt	Qb	Q-Qb
05-juil	2h25	60	3,4	56,6
	12	45,5	3,4	42,1
	0	15	3,3	11,7
	12	9,7	3,25	6,45
	0	7	3,2	3,8
	12	5,65	3,15	2,5
	0	5	3,1	1,9
	12	4,4	3,02	1,38
	0	4,05	2,99	1,06
	12	3,5	2,9	0,6
	0	3,2	2,9	0,3
	12	2,95	2,85	0,1
11-juil	0	2,8	2,8	0

Devoir à la maison :

Une averse tombe sur un BV. Le héytogramme de cette averse est le suivant :

T(hr)	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
I(mm/h)	1	2	4	5	3	1.5

Le taux de recharge Ø a été estimé lors des précédents événements pluvieux ; on avait trouvé Ø= 2.4 mm/h.

L'hydrogramme de crue résultant de cette averse est le suivant :

T(hr)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Q(m3/s)	100	100	100	230	460	650	740	720	620	510	410	320	260	220	190	150	130	110	100	100

Le débit de base est constant Qb= 100m3/s.

Déterminer :

- ✓ La pluie efficace, sa durée, l'heure de son début et celle de sa fin.
- ✓ Le temps de base tb et le temps de concentration tc ;
- ✓ La surface du bassin versant.

Exercice N04 :

En vous basant sur la courbe de récession d'un hydro gramme donné dans le tableau 1, on vous demande de répondre aux questions suivantes :

1. Question 1. Déterminer l'équation de la courbe de tarissement.
2. Question 2. Séparer l'écoulement de la crue du débit de base.

L'exercice porte sur l'analyse de la courbe de récession d'un hydrogramme donné dans le tableau ci-dessous (observations faites toutes les 3 heures).

Courbe de recession d'un hydrogramme	
temps (hr)	Q(m3/s)
15	41,5
18	35,8
21	25
24	19,2
27	15,1
30	12,2
33	10
36	8,3
39	7
42	5,8
45	4,9
48	4,1

<u>Exercice N05 :</u>

Les pluies maximales annuelles mesurées à une station pluviométrique sont les suivantes :

An	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P(mm)	530	642	353	720	426	502	830	572	620

On donne

$\sum P^2 i$= 3170037 $\sum P i$= 5195

On utilisant la loi de Gumbel,déterminer ;

1) La probabilité au non- dépassement d'une pluie de 500mm,
2) La période de retour d'une pluie de 700mm ;

La pluie de période de retour égale à 20ans