المحاضرة السابعة: وصف البيانات الاحصائية (الجداول التكرارية وصوربيانية):

هدف المحاضرة:

نهدف من خلال الدرس إلى تعريف الطالب بالية وصف افراد العينة عن طريق الجداول التكرارية حيث سنقدم اهميتها، ومن ثم أنواعها، وكذا كيف يتم اعداد جدول تكراري وكذا بناء الصور البيانية.

اشكالية المحاضرة:

تقوم المحاضرة على اشكالية اساسية تتمثل في:

ما هي الجداول التكرارية وما هي الصور البيانية؟

تمهيد:

الصفة الإحصائية:

تخص الصفة الوحدة الإحصائية، وهي الخاصية أو الميزة التي تقوم عليها الدراسة. وتنقسم إلى نوعين:

أ – **صفة كيفية (نوعية):** وهي تلك الصفة التي لا يمكن أن تقاس بأرقام مثل اللون، الجنس، الجنسية،...وتنقسم إلى نوعين:

- صفة كيفية ترتيبية: وهي صفة كيفية قابلة للترتيب. ومن أمثلتها:
  - المستوى التعليمي (ابتدائي، متوسط، ثانوي،...)
  - رتبة أستاذ في الجامعة (معيد، أستاذ مساعد ب، أستاذ مساعد أ،...)

ب – **صفة كمية (كمية):** وهي تلك الصفة التي يمكن قياسها بأرقام. مثل الطول، الوزن، الحجم،.... وتنقسم إلى:

- **صفة كمية منفصلة (متقطعة، وثابة):** ويطلق عليها أيضا متغير منفصل، وهو المتغير الذي يمكن أن يأخذ فقط قيما محدودة و متميزة. ومن أمثلتها:
  - عدد العمال بمؤسسة
  - عدد المصانع في دولة
  - عدد الطلقات على هدف

- **صفة كمية متصلة (مستمرة):** ويطلق عليها أيضا متغير متصل، وهو المتغير الذي يمكن أن يأخذ عدد لا نهائيا من القيم داخل أي مجال معلوم. ومن أمثلتها:
  - طول شخص
  - مساحة بلد
  - فترة اشتغال مصباح

يمكننا ان نستهل درسنا من خلال الشكل الموالي الذي يلخص لنا مجمل انواع وصف البيانات الاحصائية عن طريق جداول التكرار كما يلي:

الفصـــل الثاني
طرق عرض البيانات

1/2 مقدمـــة

الخطـوة التاليـة بعـد جمـع البيانـات فـي مجـال الإحصـاء الوصـفي، هـو تبويـب البيانـات وعرضـها بصـورة يمكـن الاسـتفادة منهـا فـي وصـف الظـاهرة محـل الدراسـة، مـن حيـث تمركـز البيانات، ودرجة تجانسها. وهناك طريقتين لعرض البيانات هما:

1- عرض البيانات جدوليا.
2- عرض البيانات بيانيا.

2/2 عرض البيانات جدوليا

يمكـن عـرض البيانـات فـي صـورة جـدول تكـراري، ويختلـف شـكل الجـدول طبقـا لنـوع البيانات، وحسب عدد المتغيرات، وفيما يلـي عرض بيانـات متغير (وصـفي أو كمـي) فـي شكل جدول تكراري بسيط.

1/2/2 عرض بيانات المتغير الوصفي في شكل جدول تكراري بسيط

إذا كنـا بصـدد دراسـة ظـاهرة مـا تحتـوي علـى متغير وصـفي واحـد، فإنـه يمكـن عـرض بياناتـه فـي شـكل جـدول تكـراري بسيط، وهـو جـدول يتكـون مـن عمـودين، أحـدهما بـه مسـتويات (مجموعات) المتغير، والثاني به عدد المفردات (التكرارات) لكل مستوى (مجموعة).

والمثـال التـالي يبـين لنـا كيـف يمكـن تبويـب البيانـات الوصـفية الخـام فـي شـكل جـدول تكراري.

مثال (2-1)

فيما يلي بيانات عينة من **40** مزرعة عن نوع التمر الذي تنتجه المزرعة.

سكري	خلاص	برحي	خلاص	برحي	خلاص	صقعي	خلاص
برحي	سكري	برحي	صقعي	خلاص	برحي	نبوت سيف	برحي
صقعي	برحي	سكري	خلاص	برحي	برحي	صقعي	خلاص
برحي	خلاص	برحي	سكري	نبوت سيف	صقعي	نبوت سيف	صقعي
خلاص	برحي	صقعي	نبوت سيف	سكري	برحي	صقعي	خلاص

والمطلوب:

1- ما هو نوع المتغير؟، وما هو المعيار المستخدم في قياس البيانات؟.
2- اعرض البيانات في شكل جدول تكراري.
3- كون التوزيع التكراري النسبي.
4- علق على النتائج.

الحـل

1- نـوع التمـر (سـكري – خـلاص – برحـي – صـقعي – نبـوت سـيف) متغيـر وصـفي، تقـاس بياناته بمعيار اسمي.
2- لعرض البيانات في شكل جدول تكراري ، يتم إتباع الآتي:

- **تكوين جدول تفريغ البيانات:**

وهو جدول يحتوي على علامات إحصائية، كل علامة تعبر عن تكرار للمجموعة التي ينتمي إليها نوع التمر الذي تنتجه المزرعة، وكل خمس علامات تكون حزمة إحصائية، كما هو مبين بالجدول التالي:

جدول تفريغ البيانات

نوع التمر	العلامات الإحصائية	عدد المزارع (التكرارات)
سكري	𝍸	5
خلاص	𝍸 𝍸	10
برحي	𝍸 𝍸 ///	13
صقعي	𝍸 ///	8
نبوت سيف	////	4
Sum		**40**

- **تكوين الجدول التكراري.**

وهو نفس الجدول السابق، باستثناء العود الثاني، ويأخذ الصورة التالية:

التوزيع التكراري لعينة حجمها **40** مزرعة حسب نوع التمر الذي تنتجه

نوع التمر	عدد المزارع (التكرارات) *(f)*	التوزيع التكراري النسبي
سكري	5	$\left(\frac{5}{40}\right) = 0.125$
خلاص	10	$\left(\frac{10}{40}\right) = 0.25$
برحي	13	$\left(\frac{13}{40}\right) = 0.325$
صقعي	8	$\left(\frac{8}{40}\right) = 0.20$
نبوت سيف	4	$\left(\frac{4}{40}\right) = 0.10$
Sum	**40**	**1.00**

3- التوزيع التكراري النسبي:

يحسب التكرار النسبي بقسمة تكرار المجموعة على مجموع التكرارات، أي أن:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار المجموعة}}{\text{مجموع التكرارات } (n)} = \left(\frac{f}{\Sigma f}\right)$$

والعمود الثالث في الجدول رقم (2-1) يعرض التكرار النسبي للمزارعين حسب نوع التمر.

4- **التعليق**: من الجدول رقم (2-1) يلاحظ أن نسبة المزارع التي تنتج النوع "برحي" في العينة هي **32.5%** وهي أكبر نسبة مما يدل على أن النمط الشائع في إنتاج التمور هو ذلك النوع، بينما نجد أن نسبة المزارع التي تنتج النوع "نبوت سيف" حوالي **10.0%** وهي أقل نسبة.

مثال (2-2) فيما يلي بيانات عن المستوى التعليمي لعينة من **50** فرد.

متوسط	يقرا ويكتب	ثانوي	متوسط	ثانوي	اعلى من جامعي	متوسط	ابتدائي
يقرا ويكتب	متوسط	ثانوي	ثانوي	متوسط	ثانوي	ابتدائي	متوسط
ابتدائي	ثانوي	يقرا ويكتب	جامعي	ثانوي	ابتدائي	يقرا ويكتب	ثانوي
متوسط	ابتدائي	متوسط	ثانوي	ابتدائي	متوسط	جامعي	متوسط
ثانوي	متوسط	ابتدائي	ثانوي	يقرا ويكتب	ابتدائي	ثانوي	ابتدائي
جامعي	ثانوي	جامعي	ابتدائي	جامعي	اعلى من جامعي	ثانوي	ثانوي
متوسط	يقرا ويكتب						

والمطلوب: 1- اعرض البيانات في شكل جدول تكراري.
2- كون التوزيع التكراري النسبي، ثم علق على النتائج.

الحل

1- عرض البيانات في شكل جدول تكراري:
المستوى التعليمي (يقرأ ويكتب- ابتدائي_ متوسط- ثانوي- جامعي- أعلى من جامعي) متغير وصفي ترتيبي، ويمكن عرض البيانات أعلاه في شكل جدول تكراري بإتباع الآتي:

- تكوين جدول تفريغ البيانات:

المستوى التعليمي	العلامات الإحصائية	عدد الأفراد (التكرارات)
يقرأ ويكتب	𝍸 /	6
ابتدائي	𝍸 𝍸	10
متوسط	𝍸 𝍸 //	12
ثانوي	𝍸 𝍸 𝍸	15
جامعي	𝍸	5
أعلى من جامعي	//	2
Sum		**50**

- تكوين الجدول التكراري:

التوزيع التكراري لعينة حجمها **50** فرد حسب المستوى التعليمي

المستوى التعليمي	**عدد الأفراد (التكرارات)** *(f)*	**التوزيع التكراري النسبي**
يقرأ ويكتب	6	0.12
ابتدائي	10	0.20
متوسط	12	0.24
ثانوي	15	0.30
جامعي	5	0.10
أعلى من جامعي	2	0.04
Sum	**50**	**1.00**

2- تكوين التوزيع التكراري النسبي.
بتطبيق المعادلة رقم (2-1) يمكن حساب التكرارات النسبية، والعمود الثالث في الجدول

رقم (2-2) يبن هذا التوزيع،
ومن التوزيع النسبي يلاحظ أن حوالي **30%** من أفراد العينة ممن لديهم مؤهل ثانوي، بينما يكون نسبة الأفراد ممن لديهم مؤهل اقل من الثانوي (متوسط، ابتدائي، يقرأ ويكتب) أكثر من **5%**، أما نسبة الأفراد الحاصلين على مؤهل أعلى من جامعي حوالي **4%** وهي أقل نسبة.

ملاحظات على الجدول

عند تكوين جدول ما لعرض البيانات، يجب مراعاة الآتي:
1- كتابة رقم للجدول.
2- كتابة عنوان للجدول.
3- لكل عمود من أعمدة الجدول عنوان يدل على محتواه.
4- يجب كتابة مصدر البيانات في الجدول.

2/2/2 عرض بيانات المتغير الكمي في شكل جدول تكراري بسيط

بنفس الأسلوب السابق المتبع في تكوين جدول تكراري، يمكن أيضا عرض بيانات المتغير الكمي في شكل جدول تكراري بسيط، ويتكون هذا الجدول من عمودين، الأول يحتوي على فئات تصاعدية للقراءات التي يأخذها المتغير، والثاني يشمل التكرارات أو عدد المفردات التي تنتمي قراءاتها للفئة المناسبة لها، والمثال التالي يبين كيف يمكن عرض البيانات الكمية بيانيا.

مثال (2-3)

فيما يلي بيانات درجات **70** طالب في الاختبار النهائي لمقرر مادة الإحصاء التطبيقي.

56	65	70	65	55	60	66	70	75	56
60	70	61	67	61	71	67	62	71	66
68	72	57	68	72	69	57	71	69	75
72	62	67	73	58	63	66	73	63	65
58	73	74	76	74	80	81	60	74	58
76	82	77	83	77	85	91	78	94	72
79	64	57	79	55	87	64	88	78	62

والمطلوب:
1- كون التوزيع التكراري لدرجات الطلاب.
2- كون التوزيع التكراري النسبي.
3- ما هو نسبة الطلاب الحاصلين على درجة ما بين **70**إلى أقل من **80**؟
4- ما هو نسبة الطلاب الحاصلين على درجة أقل من **70** درجة؟
5- ما هو نسبة الطلاب الحاصلين على درجة **80** أو أكثر ؟

الحل تكوين التوزيع التكراري:
درجة الطالب في الاختبار متغير كمي مستمر، ولكي يتم تبويب البيانات في شكل جدول تكراري، يتم اتباع الآتي:

- حساب المدى Range(R) Range = Maximum – Minimum
  R = 94 - 55 = 39
- تحديد عدد الفئات **Classes(C)**:

تتحدد عدد الفئات وفقا لاعتبارات منها: رأي الباحث، والهدف من البحث، وحجم البيانات، ويرى كثيرا من الباحثين أن أفضل عدد للفئات يجب أن يتراوح بين **5** إلى **15** ، بفرض أن عدد الفئات هو **8** فئات، أي أن: **(C=8)**.

- حساب طول الفئة **Length(L)**: $L = \frac{Range}{Classes} = \frac{R}{C} = \frac{39}{8} = 4.875 \approx 5$

- تحديد الفئات:

الفئة تبدأ بقيمة تسمي الحد الأدنى، وتنتهي بقيمة تسمي الحد الأعلى، ومن ثم نجد أن :

- الحد الأدنى للفئة الأولى هو أقل قراءة (درجة) أي أن الحد الأدنى للفئة الأولى = **55**

الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة = **L + 55** = **5+55=60**

إذا الفئة الأولى هي: **"55 to les than 60"** وتقرأ " من **55** إلى أقل من **60** "

_ الحد الأدنى للفئة الثانية = الحد الأعلى للفئة الأولى = **60**

الحد الأعلى للفئة الثانية = الحد الأدنى للفئة + طول الفئة = **5 + 60 = 65**

إذا الفئة الثانية هي: **"60 to les than 65"** وتقرأ "من **60** إلى أقل من **65**"

- وبنفس الطريقة يتم تكوين حدود الفئات الأخرى، وهي:

الفئة الثالثة : **65 to les than 70** الفئة الرابعة : **70 to les than 75**

الفئة الخامسة: **75 to les than 80** الفئة السادسة: **80 to les than 85**

الفئة السابعة: **85 to les than 90** الفئة الثامنة: **90 to les than 95**

ويمكن كتابة الفئات بأشكال مختلفة كما هو مبين بجدول تفريغ البيانات:

- تكوين جدول تفريغ البيانات:

الدرجة			العلامات الإحصائية	عدد الطلاب (التكرارات)
فئات	فئات	فئات		
55 to les than 60	55 – 60	55-	𝍸 𝍸	10
60 to les than 65	60 – 65	60-	𝍸 𝍸 //	12
65 to les than 70	65 – 70	65-	𝍸 𝍸 // /	13
70 to les than 75	70 – 75	70-	𝍸 𝍸 𝍸 /	16
75 to les than 80	75 – 80	75-	𝍸 𝍸	10
80 to les than 85	80 – 85	80-	////	4
85 to les than 90	85 – 90	85-	///	3
90 to les than 95	90 - 95	90-95	//	2
Sum				**70**

- تكوين الجدول التكراري:

التوزيع التكراري لعدد **70** طالب حسب درجاتهم في اختبار مقرر الإحصاء

فئات الدرجة	عدد الطلاب (التكرارات) *(f)*	التكرار النسبي
55 – 60	10	0.143
60 – 65	12	0.171
65 – 70	13	0.186
70 – 75	16	0.229
75 – 80	10	0.143
80 – 85	4	0.057
85 – 90	3	0.043
90 – 95	2	0.028
Sum	**70**	**1.00**

1- التوزيع التكراري النسبي:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{f}{n}$$

والعمود الثالث في الجدول رقم (2-3) يبين التكرار النسبي.

2- نسبة الطلاب الحاصلين على درجات ما بين **70** إلى أقل من **80** هو مجموع التكرارين النسبيين للفئتين الرابعة والخامسة:

$0.372 = 0.229 + 0.143$ = نسبة الطلاب الحاصلين على درجات ما بين **(70 , 80)**

أي حوالي **37.2%** من الطلاب حصلوا على درجات ما بين **(70 , 80)** .

3- نسبة الطلاب الحاصلين على درجات أقل من **70**، هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الأولى والثانية، والثالثة:

$0.5 = 0.143 + 0.171 + 0.186$ = نسبة الطلاب الحاصلين على درجة أقل من **70**

أي أن حوالي **50%** من الطلاب حصلوا على درجة أقل من **70** درجة

4- نسبة الطلاب الحاصلين على درجة **80** أو أكثر، هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الثلاث الأخيرة:

$0.128 = 0.057 + 0.043 + 0.028$ = نسبة الطلاب الحاصلين على درجات **80**أو أكثر

أي أن حوالي **12.8%** من الطلاب حصلوا على درجة **80** أو أكثر.

3/2 العرض البياني للبيانات الكمية

العرض البياني للبيانات، هو أحد طرق التي يمكن استخدامها في وصف البيانات، من حيث شكل التوزيع ومدى تمركز البيانات، وفي كثير من النواحي التطبيقية يكون العرض البياني أسهل وأسرع في وصف الظاهرة محل الدراسة، وتختلف طرق عرض البيانات بيانيا حسب نوع البيانات المبوبة في شكل جدول تكراري، وفيما يلي عرض للأشكال البيانية المختلفة.

1/3/2 المدرج التكراري Histogram

المدرج التكراري هو التمثيل البياني للجدول التكراري البسيط الخاص بالبيانات الكمية المتصلة، وهو عبارة عن أعمدة بيانية متلاصقة، حيث تمثل التكرارات على المحور الرأسي، بينما تمثل قيم المتغير (حدود الفئات) على المحور الأفقي، ويتم تمثيل كل فئة بعمود، ارتفاعه هو تكرار الفئة، وطول قاعدته هو طول الفئة.

مثال (2-4)

فيما يلي التوزيع التكراري لأوزان عينة من الدواجن بالجرام، حجمها 100 اختيرت من أحد المزارع بعد **45** يوم.

الوزن	600-	620-	640-	660-	680-	700-720	Sum
عدد الدجاج	10	15	20	25	20	10	100

والمطلوب:

1- ما هو طول الفئة؟

2- ارسم المدرج التكراري.

3- ارسم المدرج التكراري النسبي، ثم علق على الرسم.

الحل

1- طول الفئة **(L)**

طول الفئة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة

$$L = upper - Lower \quad (٢-٢)$$

$$L = 620 - 600 = 640 - 620 = ... = 720 - 700 = 20$$

إذا طول الفئة = **20**

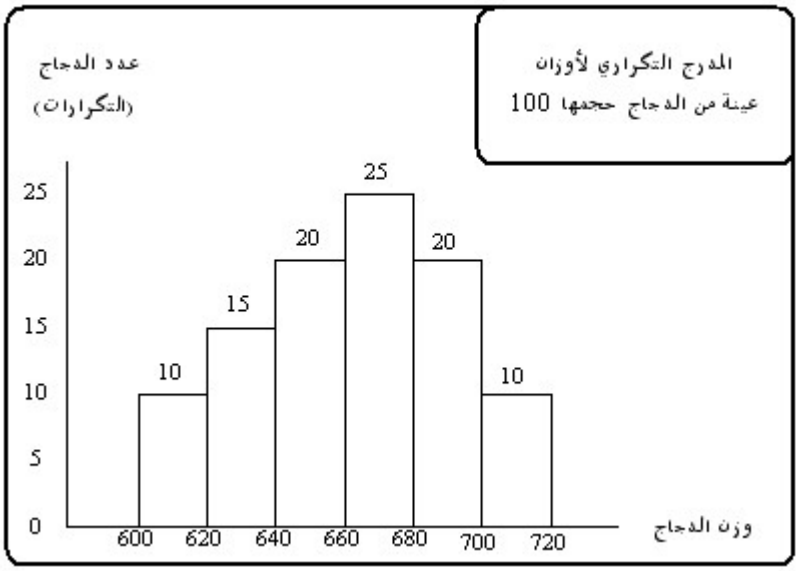
2- رسم المدرج التكراري.

لرسم المدرج التكراري يتم إتباع الخطوات التالية:

- رسم محوران متعامدان، الرأسي ويمثل التكرارات، الأفقي ويمثل الأوزان.
- كل فئة تمثل بعمود ارتفاعه هو تكرار الفئة، وطول قاعدته هو طول الفئة.
- كل عمود يبدأ من حيث انتهى به عمود الفئة السابقة.

والشكل (2-1) يبين المدرج التكراري لأوزان الدجاج.

المدرج التكراري لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



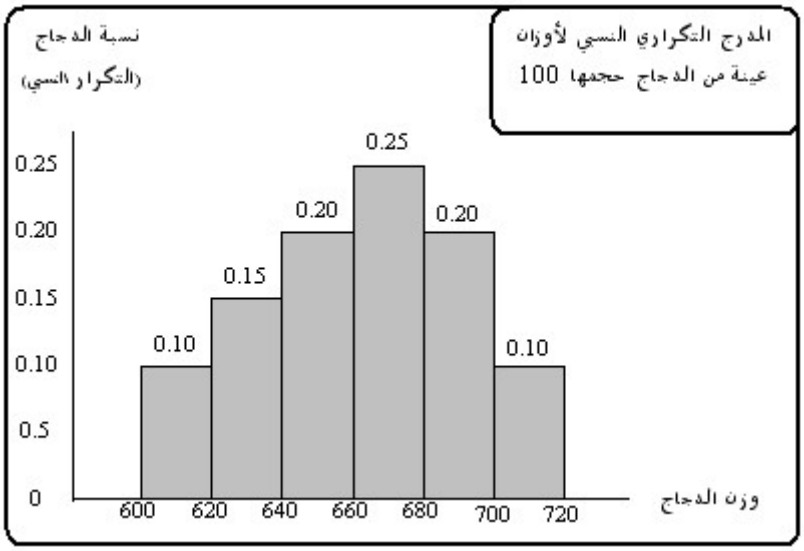
3- رسم المدرج التكراري النسبي: لرسم المدرج التكراري النسبي يتم إجراء الآتي:

- حساب التكرارات النسبية.

الوزن	600-	620-	640-	660-	680-	700-720	Sum
عدد الدجاج	10	15	20	25	20	10	100
التكرار النسبي	0.10	0.15	0.20	0.25	0.20	0.10	1.00

- بإتباع نفس الخطوات السابقة عند رسم المدرج التكراري، يتم رسم المدرج التكراري النسبي، بإحلال التكرارات النسبية محل التكرارات المطلقة على المحور الرأسي، كما هو مبين في الشكل التالي:

المدرج التكراري النسبي لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



ومن الشكل أعلاه يلاحظ الآتي:

- أن **25%** من الدجاج يتراوح وزنه بين **660** ، **680** جرام وهي أكبر نسبة.
- أن الشكل ملتوي جهة اليسار، مما يدل على أن توزيع أوزان الدجاج سالب الالتواء.

ملاحظات على شكل المدرج التكراري

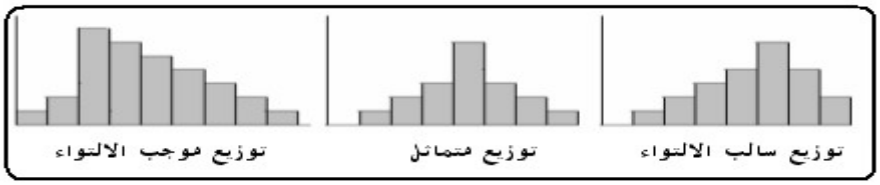
أ- أن المساحة أسفل المدرج التكراري تساوي مجموع التكرارات **(n)**.

ب- أما المساحة أسفل المدرج التكراري النسبي، فهي تعبر عن مجموع التكرارات النسبية، وهي تساوي الواحد الصحيح.

ت- يمكن تقدير القيم الشائعة، وهي القيم التي يناظرها أكبر ارتفاع، ففي الشكلين السابقين، نجد أن الوزن الشائع يقع في الفئة **(660-680)** ويطلق عليه المنوال.

ث- يمكن معرفة شكل توزيع البيانات، كما هو مبين بالأشكال الثلاث التالية:

شكل (2-3)



2/3/2 المضلع التكراري

هو تمثيل بياني أيضا للجدول التكراري البسيط، حيث تمثل التكرارات على المحور الرأسي، ومراكز الفئات على المحور الأفقي، ثم التوصيل بين الإحداثيات بخطوط منكسرة، وبعد ذلك يتم توصيل طرفي المضلع بالمحور الأفقي. ومركز الفئة هي القيمة التي تقع في منتصف الفئة، وتحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

$$Midpoint = \frac{Lower + Upper}{2}$$

ونظرا لعدم معرفة القيم الفعلية لتكرار كل فئة، يعتبر مركز الفئة هو التقدير المناسب لقيمة كل مفردة من مفردات الفئة.

مثال (2-5) استخدم بيانات الجدول التكراري في المثال (2-4) لرسم المضلع التكراري.

الحل لرسم المضلع التكراري يتبع الآتي:

- حساب مراكز الفئات بتطبيق المعادلة رقم (2-3)

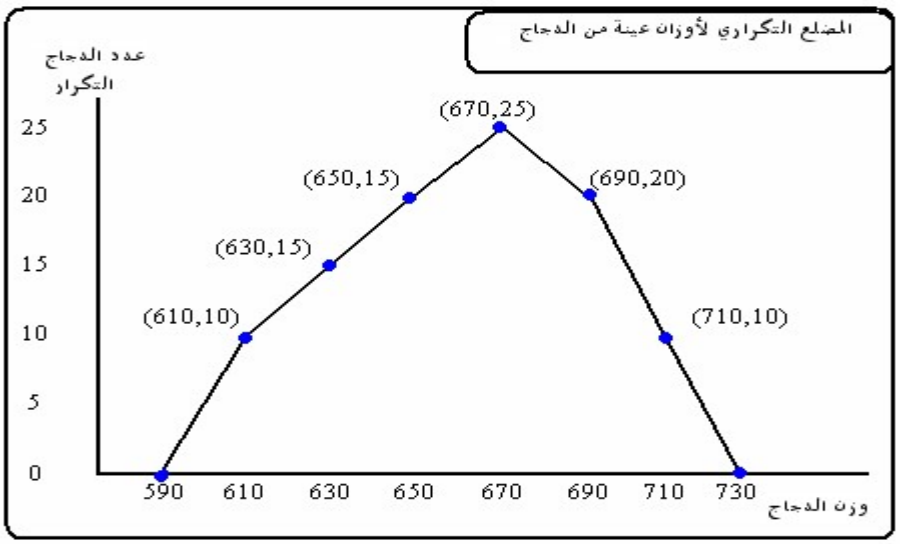
الوزن	عدد الدجاج (التكرار)	مركز الفئة (x)
600-	10	(600+620)/2= 610
620-	15	(620+640)/2=630
640-	20	650
660-	25	670
680-	20	690
700-720	10	(700+720)/710
Sum	100	

- نقط الإحداثيات هي :

مركـز الفئـة (x)	590	610	630	650	670	690	710	730
التكرار (y)	0	10	15	20	25	20	10	0

- التمثيل البياني لنقط الإحداثيات وتوصيلها بخطوط مستقيمة، كما هو مبين بالشكل (2-4)

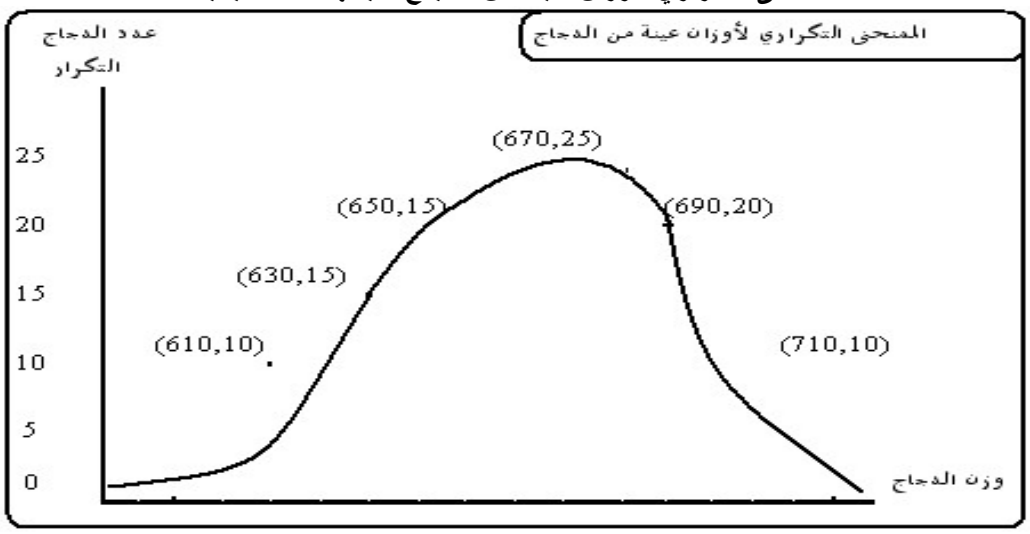
المضلع التكراري لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



3/3/2 المنحنى التكراري

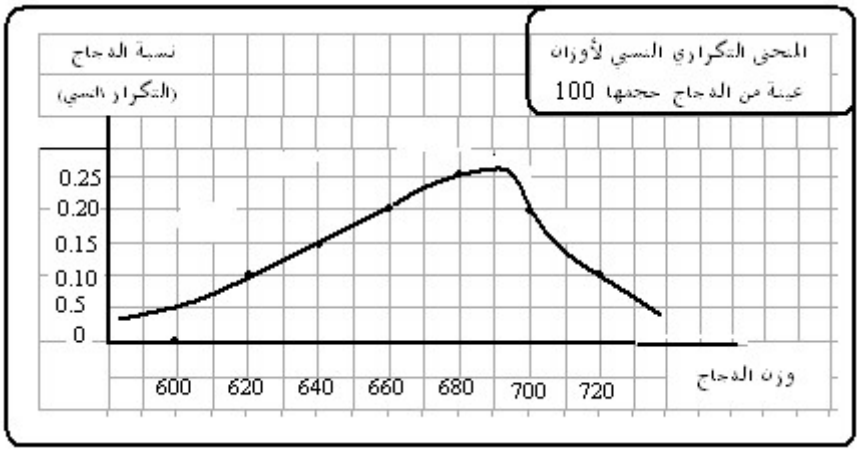
بإتباع نفس الخطوات السابقة في رسم المضلع يمكن رسم المنحنى التكراري، ولكن يتم تمهيد الخطوط المنكسرة في شكل منحنى بحيث يمر بأكثر عدد من النقاط، وفي المثال السابق يمكن رسم المنحنى التكراري، والشكل (2-5) يبين هذا الشكل.

المنحنى التكراري لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة

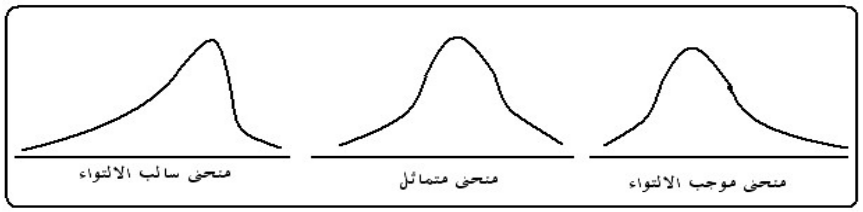


كما يمكن رسم المنحنى التكراري النسبي بتمثيل التكرارات النسبية على المحور الرأسي بدلا من التكرارات المطلقة، ومن ثم يأخذ هذا المنحنى الشكل رقم (2-6) التالي:

شكل (2-6)
المنحنى التكراري النسبي لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



والمنحنى التكراري أعلاه موجب الالتواء، كما أن المساحة أسفل هذا المنحنى تعبر عن مجموع التكرارات النسبية، أي أنها تساوي الواحد الصحيح، وهناك أشكل مختلفة للمنحنى التكراري النسبي، تدل على أشكال توزيع البيانات، ومن أهمها ما يلي:



3/3 التوزيعات التكرارية المتجمعة

في كثير من الأحيان قد يحتاج الباحث إلى معرفة عدد المشاهدات التي تقل عن قيمة معينة أو تزيد عن قيمة معينة، ومن ثم يلجأ الباحث إلى تكوين جداول تجميعية صاعدة أو هابطة، وفيما يلي بيان كيفية تكوين كل نوع من هذين النوعين على حدة:

1/3/3 التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

لتكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد، يتم حساب مجموع التكرارات (عدد القيم) التي تقل عن كل حد من حدود الفئات.

مثال (2-6)

الجدول التكراري التالي يبين توزيع **40** بقرة في مزرعة حسب كمية الألبان التي تنتجها البقرة في اليوم باللتر.

كمية الألبان	18-	22-	26-	30-	34-38	Sum
عدد الأبقار	4	9	15	8	4	40

والمطلوب:

1- كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد.
2- كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي.
3- ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد النسبي.
4- من المنحنى المتجمع أوجد الآتي:
   - نسبة الأبقار التي يقل إنتاجها عن **28** لتر.
   - كمية الإنتاج التي يقل عنها **25%** من الأبقار.
   - كمية الإنتاج التي يقل عنها **50%** من الإنتاج.

الحل

1- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد.

التوزيع التكراري

كمية الإنتاج باللتر	عدد الأبقار
18-	4
22-	9
26-	15
30-	8
34-38	4
Sum	40

توزيع تكراري متجمع صاعد

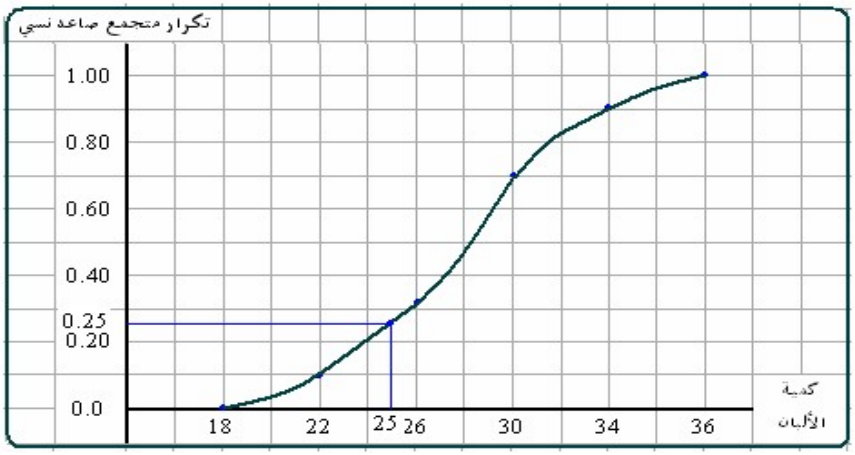
أقل من	تكرار متجمع صاعد	تكرار متجمع صاعد نسبي
أقل من 18	0	0.00
أقل من 22	4	0.10
أقل من 26	13	0.325
أقل من 30	28	0.70
أقل من 34	36	0.90
أقل من 38	40	1.00

2- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي: يحسب التكرار المتجمع الصاعد النسبي بقسمة التكرار المتجمع الصاعد على مجموع التكرارات، كما هو مبين بالعمود الأخير في جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد.

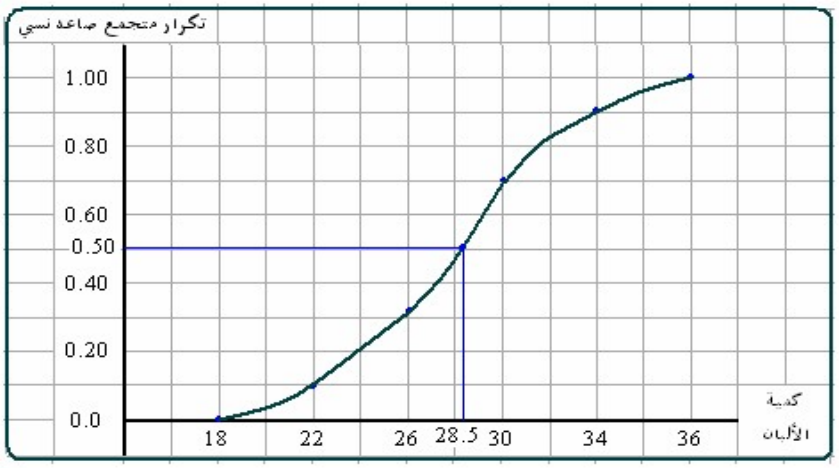
3- رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد: المنحنى التكراري المتجمع الصاعد النسبي هو التمثيل البياني للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي، حيث تمثل حدود الفئات على المحور الأفقي، والتكرار المتجمع الصاعد النسبي على المحور الرأسي، ويتم تمهيد المنحنى ليمر بالإحداثيات، كما هو مبين في الشكل التالي:

- نسبة الأبقار التي يقل إنتاجها عن **28** لتر هي **0.47** تقريبا.

- كمية الإنتاج التي يقل عنها **25%** من قيم الإنتاج هي: **25** لتر تقريبا.



- كمية الإنتاج التي يقل عنها **50%** من قيم الإنتاج هي: **28.5** لتر، ويطلق عليها الوسيط:



2/3/3 التوزيع التكراري المتجمع الهابط (النازل)

لتكوين الجدول التكراري المتجمع النازل، يتم حساب مجموع التكرارات (عدد القيم) التي تساوي أو تزيد عن كل حد من حدود الفئات.

مثال (2-7)

استخدم بيانات الجدول التكراري في مثال (2-6)، وأوجد الآتي:

1- كون التوزيع التكراري المتجمع النازل.
2- ارسم المنحنى التكراري المتجمع النازل النسبي.

الحل:

1- تكوين التوزيع التكراري المتجمع النازل.

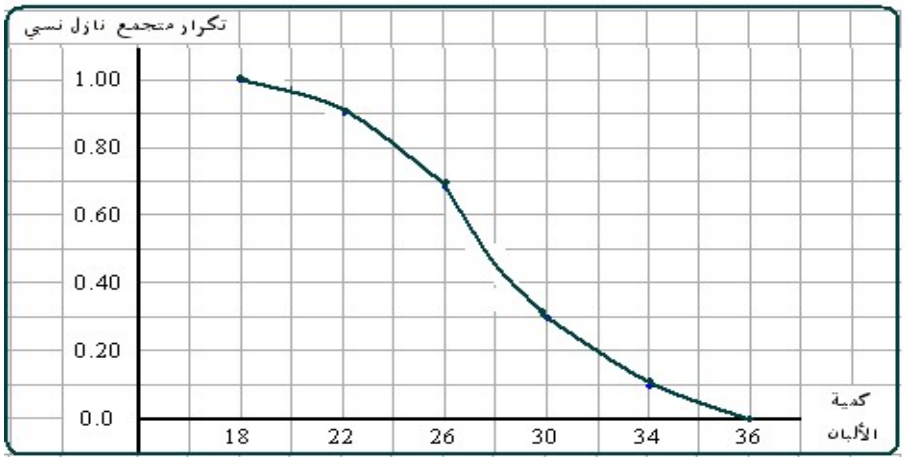
التوزيع التكراري

كمية الإنتاج باللتر	عدد الأبقار
18-	4
22-	9
26-	15
30-	8
34-38	4
Sum	40

توزيع تكراري متجمع نازل

أكثر من أو يساوي	تكرار متجمع نازل	تكرار متجمع نازل نسبي
أكثر من أو يساوي **18**	40	1.00
أكثر من أو يساوي **22**	36	0.90
أكثر من أو يساوي **26**	27	0.675
أكثر من أو يساوي **30**	12	0.30
أكثر من أو يساوي **34**	4	0.10
أكثر من أو يساوي **38**	0	0.00

رسم المنحنى التكراري المتجمع النازل.



ملاحظات:

1- يمكن رسم المنحنيان في شكل بياني واحد، ويلاحظ أنهما يتقاطعان عند نقطة تسمى الوسيط.
2- يكون استخدامنا للمنحنى المتجمع الصاعد أكثر وأوقع من الناحية التطبيقية.

4/3 العرض البياني للبيانات الوصفية

يمكن عرض البيانات الخاصة بمتغير وصفي في شكل دائرة بيانية أو أعمدة بيانية، يمكن من خلاله وصف ومقارنة مجموعات أو مستويات هذا المتغير.

1/4/3 الدائرة البيانية

لعرض بيانات المتغير الوصفي في شكل دائرة، يتم توزيع الـ **360°** درجة حسب التكرار النسبي لمجموعات المتغير، حيث تحدد مقدار الزاوية الخاصة بالمجموعة رقم **r** بتطبيق المعادلة التالية:

التكرار النسبي للمجموعة × **360°** = مقدار الزاوية

مثال

الجدول التكراري التالي يبين توزيع عينة حجمها **500** أسرة حسب المنطقة التي تنتمي إليها.

المنطقة	الرياض	الشرقية	القصيم	الغربية	sum
عدد الأسر	150	130	50	170	500

مثل البيانات أعلاه في شكل دائرة بيانية.

الحل:

1- تحديد مقدار الزاوية المخصصة لكل منطقة، بتطبيق المعادلة:

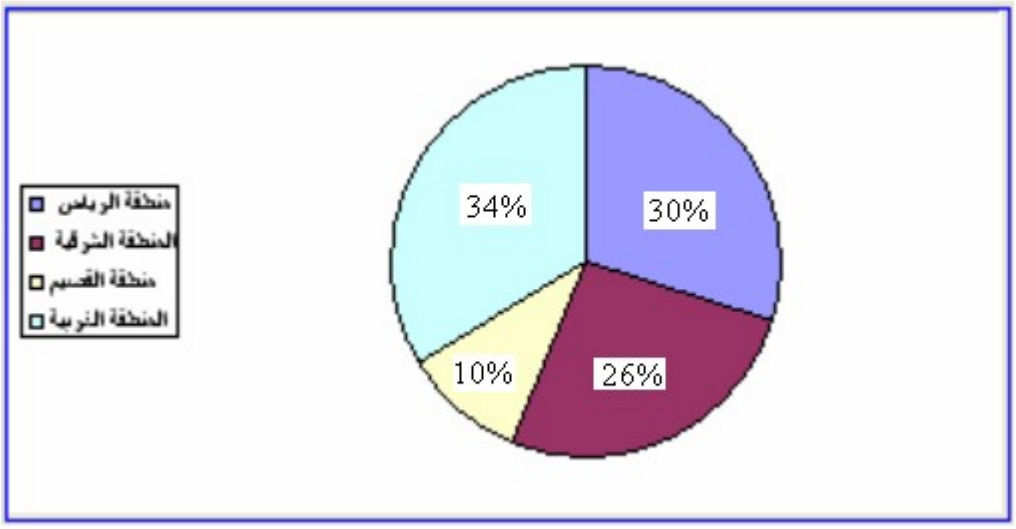
التكرار النسبي للمنطقة × **360°** = مقدار الزاوية المخصص للمنطقة

المنطقة	عدد الأسر	التكرار النسبي	مقدار الزاوية
الرياض	150	0.30	$360 \times 0.30 = 108^{\circ}$
الشرقية	130	0.26	$360 \times 0.26 = 93.6^{\circ}$
القصيم	50	0.10	$360 \times 0.10 = 36^{\circ}$
الغربية	170	0.34	$360 \times 0.30 = 122.4^{\circ}$
Sum	500	1.00	360°

2- رسم الدائرة

يتم رسم دائرة وتقسيمها إلى أربع أجزاء لكل منطقة جزء يتناسب مع مقدار الزاوية المخصصة له، كما هو مبين في الشكل التالي:

الدائرة البيانية لعينة حجمها 500 أسرة موزعة حسب المنطقة



ومن الشكل أعلاه يلاحظ أن نسبة الأسر التي تنتمي للمنطقة الغربية حوالي 34% وهي أكبر نسبة في العينة، بينما يكون نسبة الأسر في منطقة القصيم حوالي 10% وهي أقل نسبة في العينة.