

## الفصل الثاني: نظرية الانتاج

### المحور الاول- الاطار المفاهيمي لدوال وعملية الانتاج

تطورت نظرية الإنتاج كغيرها من النظريات الاقتصادية تطورا كبيرا ، منذ مدرسة الكلاسيك حيث ينظر للإنتاج على أنه خلق المادة لكن لفظ الإنتاج في الفكر الاقتصادي الحديث لا يقصد به توفير السلع المادية أو الخدمات ، وإنما يقصد به إضفاء صفة معينة على الشيء تجعل له قدرة على إشباع حاجة إنسانية تسمى المنفعة ، وعلى هذا فالإنتاج هو إضافة منفعة جديدة متمثلة فيما يلي:

1-المنفعة الشكلية: أي أن الإنتاج في هذه الحالة يغير في شكل السلعة ويحولها من شكل لا منفعة لها إذا بقيت عليه إلى شكل آخر يصبح لها فيه منفعة.

2-المنفعة المكانية: ومعناه نقل السلعة من مكان لا تتمتع فيه بالمنفعة، أو تكون منفعتها فيه صغيرة إلى مكان آخر تكون منفعتها فيه أكبر، كنقل السلع الغذائية من الريف إلى المدينة.

3- عمليات التخزين: حيث يضيف التخزين منفعة إلى السلعة تسمى المنفعة الزمنية، كتخزين القمح كي يستهلك على طول السنة.

### اولا- تابع الإنتاج

يعتبر تابع الإنتاج تعبيراً عن العلاقة التي تربط بين الكميات المستخدمة من عوامل الإنتاج، وبين كمية الإنتاج التي تحصل عليها المؤسسة نتيجة استخدام هذه العوامل.

هذا ومن أجل إنتاج أي سلعة من السلع سواء كانت الراعية لي اشتراك عدة عوامل إنتاج مع بعضها.

وتتعلق الكمية المستعملة من كل من هذه العوامل إلى حد كبير أو كن بحجم الإنتاج المطلوب، وهذا يجعلنا نفرق بين نوعين من عوامل الإنتاج المتغيرة وعوامل الإنتاج الثابتة، وهو موضوع المبحث الأول من هذا الفصل في حين يتناول المبحث الثاني والثالث المكونات الأساسية لتوابع الإنتاج ذي المعاملات المتغيرة في المدى القصير وال المدى الطويل ، لتخلص في المبحث الرابع للتعريف بالطرق المختلفة الرياضية والبيانية التي تحدد الكميات المختلفة من عوامل الإنتاج التي تستعملها المؤسسة حتى تنتج بأقل تكلفة ممكنة، وذلك تحت عنوان تحديد التوفيق الأمثل لعوامل الإنتاج.

### 1- عوامل الإنتاج

إن عوامل الإنتاج في الاقتصاد أربعة : الأرض والعمل ورأس المال والتنظيم . ويقصد بالأرض ، الأراضي سواء كانت زراعية أو أراضي بناء ، وكذلك ما فوقها من أشجار وثمار وما في باطنها من معادن ومواد ، أما العمل فهو يشمل الجهود الإنتاجية الذي يبذله الإنسان ويتقاضى عنه أجرا ، لتوفير مجموعة من المنافع ، فالعمل إذن يشمل جهود الموظفين والعمال والمديرين المأجورين ( عمل يدوي أو ذهني ) ، ويشمل رأس المال في الاقتصاد كل السلع التي

أنتجها الإنسان بحيث تستخدم في إنتاج سلع أخرى تسمى سلع رأسمالية ( آلات ، مباني ، أدوات إنتاج ) ، وبالنسبة لعنصر التنظيم فهو عبارة عن مجهود الأشخاص الذين يجمعون عناصر الإنتاج الثلاثة السابقة ويستخدمونها في إنتاج السلع والخدمات، وهذا المجهود يشمل اتخاذ القرارات الإنتاجية، ورسم السياسات وفي النهاية تحمل الأخطار.

## 2- عناصر الإنتاج الثابتة والمتغيرة

يمكن أن نقسم عناصر الإنتاج إلى:

-عناصر الإنتاج الثابتة: وهي العناصر التي لا تتغير الكمية المستخدمة ا في الحالة التي تتطلب فيها ظروف السوق تغيرا فوريا في حجم الإنتاج.

- عناصر الإنتاج المتغيرة: وهي العناصر التي تتغير الكمية المستخدمة منها، استجابة للتغيرات المرغوبة في حجم الإنتاج.

يعود هذا التمييز بين عوامل الإنتاج، إلى تمييز من نوع آخر بين الفترة قصيرة الأمد والفترة طويلة الأمد:

- الفترة قصيرة الأمد: وهي فترة زمنية تبقى فيها بعض عناصر الإنتاج ثابتة، وعليه فإن الزيادة في الإنتاج يتم الحصول عليها من خلال تغيرات الحادثة في استعمال العوامل المتغيرة.

-الفترة طويلة الأمد: وهي المدة الطويلة بما فيه الكفاية لجعل الكميات المستخدمة من جميع عوامل الإنتاج متغيرة، ويمكن إحلالها محل بعضها بنسب مختلفة وليس بنسب ثابتة، وعليه لا يبقى أي عامل من عوامل الإنتاج ثابتا في الفترة الطويلة.

## 3- ترابط عوامل الإنتاج وفق تركيب متغير:

وتعني أن النسب التي يتم بموجها التوفيق بين عناصر الإنتاج هي نسب متغيرة، بمعنى أن هناك خيارات متعددة التوفيق بين عوامل الإنتاج. حيث يمكن لكمية عامل ما من عوامل الإنتاج أن تتوافق مع كميات مختلفة من العوامل الأخرى، وعليه يمكن الحصول على نفس الكمية من المنتجات انطلاقا من تراكيب مختلفة وعديدة من عوامل الإنتاج.

## 4- ترابط عوامل الإنتاج وفق تركيب ثابت:

وتعني أنه لا يوجد سوى إمكانية تركيب وحيد لعوامل الإنتاج قابل للتنفيذ من أجل إنتاج كمية ما من سلعة معينة.

## ثانيا- دالة الإنتاج في المدى القصير

وهي الدالة التي تربط بين الكمية المنتجة وعوامل الإنتاج المستخدمة في إنتاج سلعة ما، ويمكن تمثيلها عن طريق جدول أو منحنى أو معادلة رياضية، تبين المستوى الأقصى للإنتاج الذي يمكن الحصول عليه من خلال استعمال عوامل الإنتاج المعطاة. وتكتب على الشكل التالي

$$X = f(L, K; F, \dots)$$

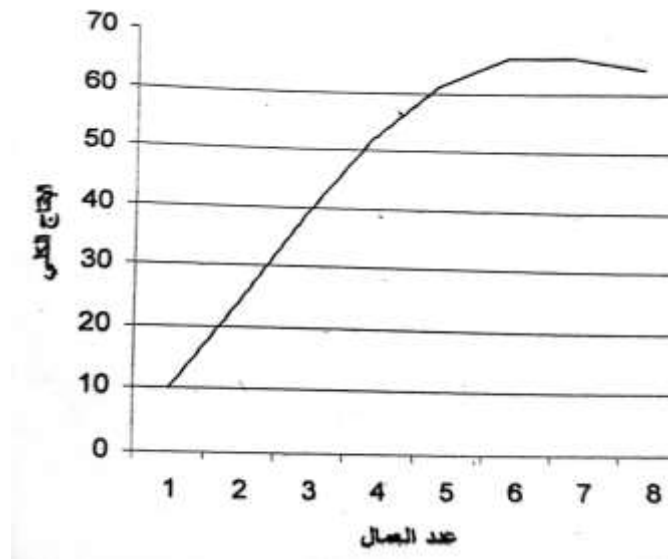
حيث تمثل كل من:  $X$  كمية الإنتاج؛  $L$  كمية العمل؛  $K$  كمية رأس المال؛  $F$  كمية الموارد الطبيعية.

ونظرا لصعوبة ربط تطور الإنتاج بأكثر من عاملي إنتاج، نكتفي بعاملين من عوامل الإنتاج فقط وهما العمل ورأس المال. بشرط أن نثبت أحدهما وتترك الثاني متغيرًا.

مثال: يمثل الجدول التالي إنتاج السلعة  $X$  باستخدام كميات من  $L$  (العمل) و  $K$  (رأس المال)

| الانتاج (X) | عدد العمال (L) | رأس المال (K) |
|-------------|----------------|---------------|
| 10          | 1              | 1             |
| 24          | 2              | 1             |
| 39          | 3              | 1             |
| 52          | 4              | 1             |
| 61          | 5              | 1             |
| 66          | 6              | 1             |
| 66          | 7              | 1             |
| 64          | 8              | 1             |

الشكل 01: منحنى الناتج الكلي



## 1-2- الناتج الكلي، الانتاجية الحدية، الانتاجية المتوسطة:

إذا اقتصر دالة الإنتاج على عامل إنتاج واحد وهو العمل مثلا فإنها تكتب على الشكل:

$$X = f(L)$$

انطلاقا من هذه العبارة يمكن اعطاء المقصود بالمصطلحات التالية:

- **الناتج الكلي**: وهو مجموع النواتج الحدية أو هو أيضا حاصل ضرب الانتاجية المتوسطة الأخير بعدد الوحدات المستخدمة من عامل الإنتاج المتغير.

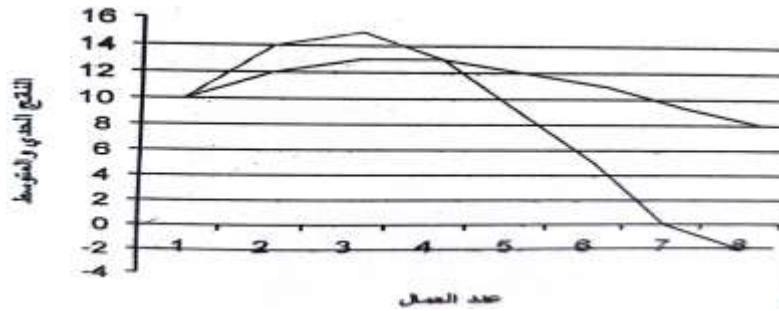
- **الانتاجية الحدية  $Pm$** : هي الزيادة في الناتج الكلي الناتجة عن استخدام وحدة إضافية من العامل المتغير كالعامل مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

- **الانتاجية المتوسطة  $PM$** : هي حاصل قسمة الناتج الكلي على عدد الوحدات المستخدمة من العمل المتغير للحصول على الناتج الكلي.

واعتمادا على معطيات الجدول السابق يمكن حساب الناتج المتوسط والناتج الحدي كما يلي:

| الانتاج الكلي (X) | عدد العمال (L) | الانتاجية المتوسطة ( $PM_L$ ) | الانتاجية الحدية ( $Pm_L$ ) |
|-------------------|----------------|-------------------------------|-----------------------------|
| 10                | 1              | 10                            | -                           |
| 24                | 2              | 12                            | 14                          |
| 39                | 3              | 13                            | 15                          |
| 52                | 4              | 13                            | 13                          |
| 61                | 5              | 12                            | 09                          |
| 66                | 6              | 11                            | 05                          |
| 66                | 7              | 9,4                           | 0                           |
| 64                | 8              | 8                             | -2                          |

الشكل 02: منحنى الانتاجية الحدية والانتاجية المتوسطة



وإذا ارتبطت دالة الإنتاج بعدة عوامل إنتاج نستعمل التفاضل الجزئي، فإذا افترضنا أن دالة الإنتاج

مرتبطة بعاملَي الإنتاج العمل ورأس المال تصبح دالة الإنتاج من الشكل:  $X = f(L, K)$  وعليه فإن:

- الانتاجية المتوسطة للعمل  $PM_L = \frac{X}{L}$  :

- الانتاجية المتوسطة لرأس المال  $PM_K = \frac{X}{K}$  :

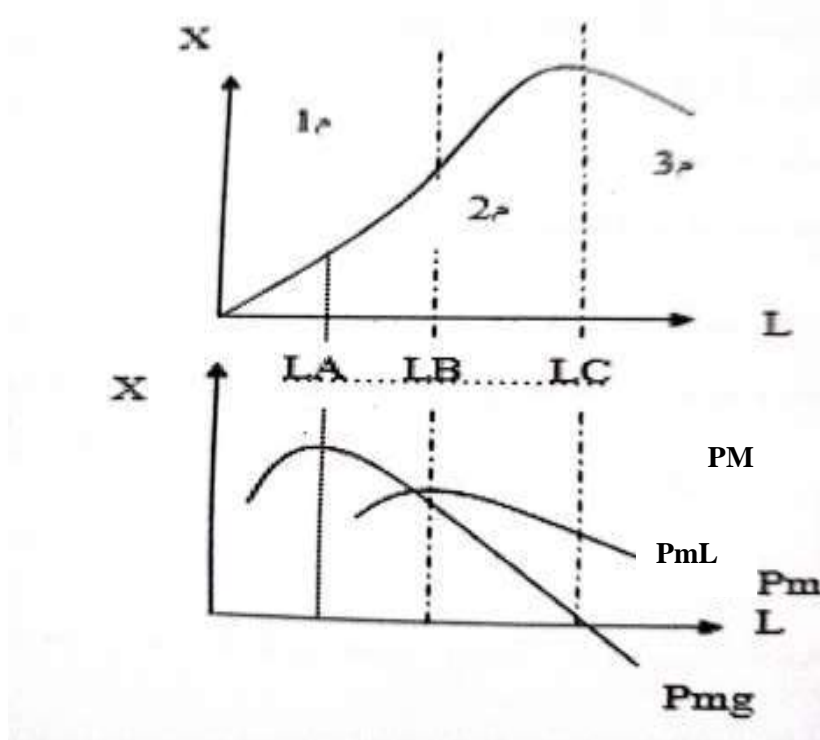
- الانتاجية الحدية للعمل  $Pm_L = \frac{\partial X}{\partial L}$  :

- الانتاجية الحدية لرأس المال  $Pm_K = \frac{\partial X}{\partial K}$  :

2-2- طبيعة العلاقة التي تربط بين منحنيات الناتج الكلي، الانتاجية الحدية والانتاجية المتوسطة

عندما تتزايد الانتاجية الحدية يتزايد الناتج الكلي بمعدل متزايد كذلك تتزايد الانتاجية المتوسطة وتكون أقل من الانتاجية الحدية، وتصل الانتاجية الحدية إلى أقصاها قبل الانتاجية المتوسطة عند النقطة (LA)، وعندما تبدأ الانتاجية الحدية في التناقص يكون الناتج الكلي متزايد ولكن بمعدل متناقص، وتكون الانتاجية المتوسطة مستمرة في التزايد، وعندما تصل الانتاجية المتوسطة إلى أقصاها عند النقطة (LB) تتساوى مع الانتاجية الحدية، وبعد ذلك يستمر كلاهما في التناقص وتكون الانتاجية المتوسطة أكبر من الانتاجية الحدية. كما هو موضح بالشكل البياني التالي:

الشكل 03 : مراحل الإنتاج الثلاث



ويمكن أن نستخرج ثلاثة مراحل للإنتاج بالاعتماد على الشكل البياني:

أ- المرحلة الأولى: وتبدأ من نقطة الصفر (البداية) حتى النقطة LB ، حيث تصل الانتاجية المتوسطة إلى نهايتها العظمى، وبذلك تتساوى مع الانتاجية الحدية، وعندها تكون المرونة الإنتاجية مساوية للواحد، ولا تعتبر هذه المرحلة إنتاجية نظراً لأنه يمكن زيادة الناتج الكلي بكميات أكبر، إذا ما تم الاستمرار في إضافة عناصر الإنتاج، أي أن زيادة الإنتاج الكلي يصبح حقيقياً إذا انخفض عنصر الإنتاج الثابت بالنسبة إلى عنصر الإنتاج المتغير، وعليه فإن هذه المرحلة غير منطقية لتوقف الإنتاج.

ب المرحلة الثانية : وتبدأ من النقطة LB إلى النقطة LC ، أي هي المرحلة المحصورة بين مرونة إنتاجية أصغر من الواحد وأكبر من الصفر، وفيها تتناقص الانتاجية المتوسطة، وهي المرحلة المنطقية نظراً لأنها لا تشمل على عناصر إنتاجية متغيرة أو ثابتة غير مستغلة، أو مستعملة بدون فائدة.

ج - المرحلة الثالثة: وتبدأ من النقطة LC إلى ما لانهاية، وفيها يبدأ الناتج الكلي في التناقص، ونكون الانتاجية الحدية سالبة، وهذه المرحلة تعتبر غير مناسبة للإنتاج.

### ثالثاً- دالة الإنتاج في الفترة الطويلة

نتناول في هذا المبحث سلوك تابع الإنتاج في الفترة الطويلة، حيث تصبح كل عوامل الإنتاج متغيرة، ولتبسيط الدراسة نكتفي بعاملين إنتاج فقط وهما العمل ورأس المال، وعليه فإن دالة الإنتاج تكتب على الشكل التالي:  $X = f(L, K)$

فإذا افترضنا أن النسب التي يتم بواسطتها التوفيق بين عاملي الإنتاج العمل ورأس المال متغيرة، فإنه يمكن لكمية من أحد العاملين أن تحل محل كمية من العامل الآخر، بحيث تحصل على نفس كمية الإنتاج، أما إذا تغيرت الكميات المستخدمة من عوامل الإنتاج ونسبة واحدة، حيث يبقى تركيب عوامل الإنتاج ثابتاً، فإن كمية الإنتاج لا بد وأن تتغير، وإذا تضاعفت عناصر الإنتاج مثلاً فإن حجم الإنتاج يتضاعف. ولمعرفة الأهمية النسبية للتغير الذي يطرأ على الإنتاج، نتناول في هذا المبحث مسألتين الإحلال بين عوامل الإنتاج والعوائد بدلالة حجم الإنتاج.

#### 3-1- الإحلال بين عوامل الإنتاج

يلزم شرح مشكلة الإحلال بين عوامل الإنتاج للحفاظ على نفس مستوى الإنتاج التعريف أولاً بالمفاهيم التالية:

#### 3-1-1- منحنيات الناتج المتساوي:

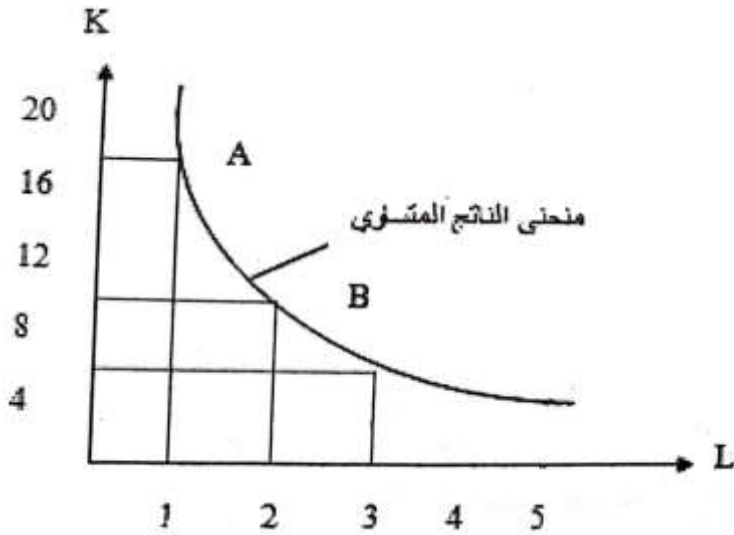
هو المحل الهندسي لجميع النقاط التي تمثل كلا منها تركيبة (زوج) من عنصري الإنتاج المستخدمين. وتعطي المنتج نفس المستوى من الإنتاج، وهذا يعني أن المنتج يتردد في اختيار أي مجموعة من هذه المجموعات من عنصري الإنتاج مادام أنها تسمح له بالحصول على نفس المستوى من الإنتاج.

مثال: ليكن لدينا الجدول التالي من التركيبات المكوّنة من عنصري الانتاج K ، L

| التركيبية | عدد العمال (L) | راس المال (K) |
|-----------|----------------|---------------|
| A         | 1              | 18            |
| B         | 2              | 10            |
| C         | 3              | 6             |
| D         | 4              | 4             |
| E         | 5              | 3             |

ويمكن تمثيل هذه المركبات بيانيا في صورة منحنى الناتج المتساوي كما يلي:

الشكل 04: منحنى الناتج المتساوي



يتبين من الجدول والشكل البياني وجود 5 تركيبات يعطى كلا منها نفس الكمية من الإنتاج ولتكن 100 وحدة. فالتركيبية الأولى (A) عبارة عن مزيج من وحدة واحدة من العمل و 18 وحدة من رأس المال، والتركيبية (B) تمثل 2 وحدة من العمل و 10 وحدات من رأس المال وهكذا بالنسبة لبقية التركيبات.

### 2-1-3- خصائص منحنيات الناتج المتساوي:

تتميز منحنيات الناتج المتساوي بالخصائص التالية:

- منحنيات الناتج المتساوي تتحدر إلى النقل من اليسار إلى اليمين لأن هذا الانحدار يدل على إمكانية الإحلال بين خدمة عنصر الإنتاج الإبقاء على ثبات الإنتاج.
- لا تتقاطع منحنيات الناتج المتساوي فيما بينها، إذ لو حدث وتقاطع منحنيان فإن هذا يعني أنه يمكن إنتاج كميتين مختلفتين من سلعة معينة بنفس المجموعة من عنصري الإنتاج، وهي المجموعة الممثلة بنقطة التقاطع وهذا غير ممكن.

- تكون منحنيات الناتج المتساوي محدبة نحو نقطة الأصل: إن هذا التحدب هو نتيجة لقانون تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني بين عنصري الإنتاج المستخدمين، وكلما كان منحني الناتج المتساوي أبعد عن نقطة الأصل كلما كان مستوى من الإنتاج أكبر ، وكلما كان أقرب إلى نقطة الأصل كلما مثل مستوى إنتاج أقل.

### 3-1-3- المعدل الحدي للإحلال التقني:

يعرف المعدل الحدي للإحلال التقني بين عنصري الإنتاج (K,L) بأنه عدد الوحدات من العنصر K التي يمكن أن تحل محلها وحدة واحدة من العنصر L مع بقاء كمية الإنتاج دائما ثابتة.

مثال: يمكن حساب من الجدول السابق المعدل الحدي للإحلال رأس المال محل العمل:

| التركيبية | عدد العمال (L) | رأس المال (K) | TMST <sub>L,K</sub> |
|-----------|----------------|---------------|---------------------|
| A         | 1              | 18            | -                   |
| B         | 2              | 10            | 8/1                 |
| C         | 3              | 6             | 4/1                 |
| D         | 4              | 4             | 2/1                 |
| E         | 5              | 3             | 1/1                 |

تلاحظ من الجدول أنه في حالة التركيبية (A) نستخدم وحدة واحدة من العمل (L) و 18 وحدة من رأس المال (K) لإنتاج 100 وحدة مثلا، وإذا أردنا زيادة وحدة أخرى من العمل ليصبح العدد وحدتين فإنه يلزم الاستغناء عن 8 وحدات من رأس المال للإبقاء على نفس المستوى من الإنتاج، ولذا فإن المعدل الحدي للإحلال التقني يكون 1/8، وهكذا لبقيّة المركبات. نلاحظ في العمود الأخير من الجدول أنه كلما انتقلنا تدريجيا من التركيبية (A) إلى التركيبية (E) يتناقص عدد الوحدات من رأس المال التي تحل محل وحدة واحدة من العمل، أي كلما زاد عدد الوحدات من العمل بالنسبة إلى رأس المال فإن المعدل الحدي التقني في إحلال رأس المال محل العمل يتناقص، ويطلق عليه تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني، ويمكن التعبير عنه جبريا بالعلاقة:

$$TMST = \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

ولكن هذه النسبة تعبر عن ميل منحني الناتج المتساوي عند نقطة فوقه (على منحني الناتج المتساوي). إذن المعدل الحدي للإحلال التقني عند نقطة على منحني الناتج المتساوي يساوي ميل هذا المنحني عند هذه النقطة، وهو ميل سالب، وبذلك فإن المعدل الحدي للإحلال التقني دائما متناقص، ويمكن استنتاج المعدل الحدي للإحلال التقني

$$X = f(L, K) \text{ بطريقتة أخرى من خلال تابع الإنتاج}$$

$$dX = \frac{dX}{dL} dL + \frac{dX}{dK} dK \text{ وبأخذ التفاضل الكلي لهذا التابع:}$$

بما أن تفاضل الثابت يساوي الصفر أي  $dX = 0$  وعليه فإن:

$$\frac{dX}{dL} dL + \frac{dX}{dK} dK = 0 \Rightarrow Pm_L dL + Pm_K dK = 0$$

$$\Rightarrow Pm_L dL = -Pm_K dK$$

$$\Rightarrow \frac{Pm_L}{Pm_K} = -\frac{dK}{dL}$$

$$TMST_{K,L} = -\frac{dK}{dL} = \frac{Pm_L}{Pm_K}$$

## 2-3- مرونة الإحلال

تكمن أهمية مرونة الإحلال في كونها مقياس نسبي يستخدم في قياس درجة الإحلال بين عناصر الإنتاج ولا يتأثر بوحدات القياس، وتشير مرونة الإحلال إلى درجة استجابة معامل الكثافة للتغير في السعر النسبي لعنصري الإنتاج مع ثبات حجم الإنتاج.

$$\text{معامل الكثافة} = \frac{\text{كمية رأس المال اللازمة لإنتاج مستوى معين من الناتج}}{\text{كمية العمل اللازمة لإنتاج نفس المستوى من الناتج}}$$

حيث يرمز لمعامل الكثافة:  $\frac{K}{L}$

$$\text{السعر النسبي للعنصرين} = \frac{\text{ثمن الوحدة الواحدة من العمل}}{\text{ثمن الوحدة الواحدة من رأس المال}}$$

حيث يرمز للسعر النسبي:  $\frac{P_L}{P_K}$

ويمكن قياس مرونة الإحلال باستخدام الصيغة التالية:

$$\text{مرونة الإحلال} = \frac{\text{التغير النسبي في معامل الكثافة}}{\text{التغير النسبي في السعر النسبي للعنصرين}}$$

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta \left[ \frac{K}{L} \right]}{\frac{K}{L}}}{\frac{\Delta \left[ \frac{P_L}{P_K} \right]}{\frac{P_L}{P_K}}} = \frac{\Delta \left[ \frac{K}{L} \right]}{\Delta \left[ \frac{P_L}{P_K} \right]} \times \frac{P_L}{P_K} \times \frac{K}{L}$$

ملاحظة: تتراوح بصفة عامة قيمة مرونة الإحلال بين الصفر وما لانهاية وهي تؤثر في شكل منحنى الناتج المتساوي.

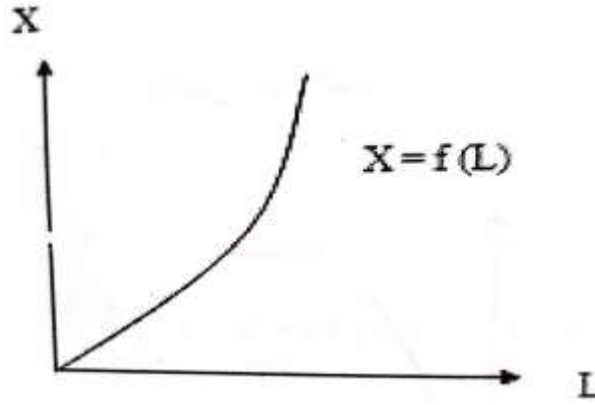
### 3-3- غلة الحجم (مردودية السلم):

وهي تمثل الكيفية التي يتغير بها حجم الناتج الكلي (الانتاج) نتيجة تغير كميات عوامل الإنتاج المستخدمة في الإنتاج بنسبة واحدة.

### 3-3-1- غلة الحجم المتزايدة:

هي الحالة التي تكون فيها زيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة ما تؤدي الى زيادة الناتج الكلي (الانتاج) بنسبة أكبر مثل زيادة عنصري العمل ورأس المال بنسبة 10% يؤدي إلى زيادة الناتج الكلي (الانتاج) بنسبة أكبر من 10%.

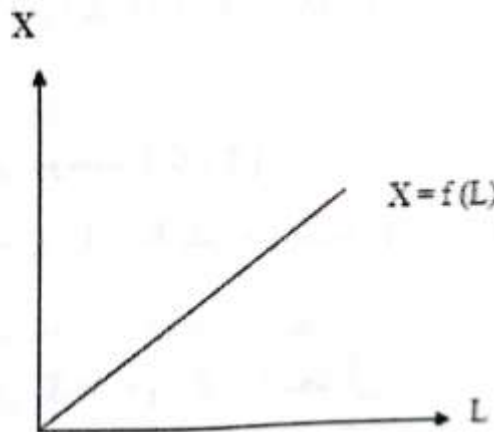
الشكل 05: غلة حجم متزايدة



### 3-3-2- غلة الحجم الثابتة:

هي الحالة التي تكون فيها زيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة ما تؤدي الى زيادة الناتج الكلي (الانتاج) بنفس النسبة مثل زيادة عنصري العمل ورأس المال بنسبة 10% يؤدي إلى زيادة الناتج الكلي (الانتاج) بنفس النسبة 10%.

الشكل 06: غلة حجم ثابتة



3-3-3- غلة الحجم المتزايدة:

هي الحالة التي تكون فيها زيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة ما تؤدي الى زيادة الناتج الكلي (الانتاج) بنسبة اقل مثل زيادة عنصري العمل ورأس المال بنسبة 10% يؤدي إلى زيادة الناتج الكلي (الانتاج) بنسبة اقل من 10%.

الشكل 07: غلة حجم متزايدة

