المحور الثالث: تمارين النماذج الرئيسية لتوازن السوق

(المنافسة المثلى - الاحتكار التام والتمييزي- المنافسة الاحتكارية- نماذج احتكار القلة)

التمرين الاول:

تعمل مؤسسة في إطار سوق يتميز بمنافسة مثلى وتواجه دالة التكلفة الكلية بالشكل:

$$Ct = 1.5X^2 + 2X + 1$$

المطلوب:

1. حدد حدي الإغلاق والمردودية
2. أوجد دالة عرض المؤسسة
3. حدد دالة العرض لـ 60 مؤسسة متماثلة تعمل في هذا السوق.
4. أوجد سعر وكمية التوازن في المدى القصير، إذا قدرت دالة طلب السوق بـ: $D_X = -10\mathrm{P} + 50$
5. إذا فرضت الحكومة ضريبة وحدوية $t = 2$ أوجد دالة عرض المؤسسة ودالة عرض السوق وكمية وسعر التوازن مع إفتراض عدم تغير دالة الطلب
6. ما هو الثقل الضريبي على المستهلك وعلى المؤسسة؟ وما هي قيمة عائدات الضريبة؟
7. التوازن في المدى الطويل يتحقق بفضل دخول مؤسسات أخرى إلى السوق وبإفتراض أن دالة الطلب تبقى ثابتة، حدد سعر وكمية التوازن في المدى الطويل.

الاجابة

1- <u>حدد حدي الإغلاق والمردودية</u>

أ- يتحدد حد الاغلاق في الحد الادنى لمنحنى التكلفة المتغيرة المتوسطة

$$CVT = 1.5X^2 + 2X$$

$$CVM = \frac{CVT}{X} = 1.5X + 2$$

$$Min\ CVM \Rightarrow \frac{\partial CVM}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial CVM}{\partial X} = 1.5 \neq 0$$

حسب العلاقة الاخيرة حد الاغلاق يساوي 2 لما $X = 0$

ب- يتحدد حد المردودية في الحد الادنى لمنحنى التكلفة الكلية المتوسطة:

$$CTM = \frac{Ct}{X} = 1.5X + 2 + \frac{1}{X}$$

$$Min\ CTM \Rightarrow \frac{\partial CTM}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial CTM}{\partial X} = 1.5 - \frac{1}{X^2} = 0$$

$$X = \sqrt{\frac{1}{1.5}} = 0.8$$

نعوض $X = 0.8$ في CTM لنحصل على $Min\ CTM$ ومنه:

$$Min\ CTM = 1.5(0.8) + 2 + \frac{1}{0.8} = 4.45$$

حد الاغلاق يساوي 4.45 و $X = 0.8$

2- **ايجاد دالة عرض المؤسسة**

تكتب دالة عرض المؤسسة الفردية بالشكل:

$$S_i = S_i(P) \quad \rightarrow \quad P \geq Min\ CVM$$

$$S_i = 0 \quad \rightarrow \quad P < Min\ CVM$$

المساواة بين التكلفة الحدية والسعر يسمح لنا بكتابة: $P = Cm$

$$P = 3X + 2$$

$$X_i = \frac{P-2}{3}$$

ومنه تأخذ دالة عرض المؤسسة الشكل التالي:

$$S_i = \frac{P-2}{3} \quad \rightarrow \quad P \geq 2$$

$$S_i = 0 \quad \rightarrow \quad P < 2$$

3- **تحديد دالة العرض الفرع او السوق:**

تقدر دالة عرض السوق كجمع دوال العرض الفردية أي:

$$S = \sum_{i=1}^{n} S_i(P) \quad \rightarrow \quad P \geq Min\ CVM$$

$$S = 0 \quad \rightarrow \quad P < Min\ CVM$$

ومنه دالة عرض الفرع تكتب بالشكل:

$$S = 60\left(\frac{P-2}{3}\right) \rightarrow \quad P \geq 2$$

$$S = 0 \quad \rightarrow \quad P < 2$$

$$S = 20P - 40 \rightarrow \quad P \geq 2$$

$$S = 0 \quad \rightarrow \quad P < 2$$

4- ايجاد سعر وكمية التوازن في المدى القصير:

ينتج سعر وكمية التوازن في المدى القصير عن تساوي دالة العرض السوقي مع دالة الطلب السوقي:

شرط توازن السوق: $D = S$

$$-10P + 5 = 20P - 40$$
$$P^* = 3$$

وبتعويض $P^* = 3$ إما في دالة الطلب السوقي أو دالة العرض السوقي نحصل عل كمية توازن السوق: $X^* = 20$

وبتعويض $P^* = 3$ في دالة عرض المؤسسة نحصل على كمية توازن المؤسسة: $X_i^* = \frac{1}{3}$

أو بطريقة أخرى: $X_i^* = \frac{X_D}{n} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

5- ايجاد دالة عرض المؤسسة ودالة عرض السوق وكمية وسعر التوازن بعد فرض الضريبة الوحدوية:

اضافة الضريبة الوحدوية على مستوى التكلفة يعطي لنا:

$$CT = 1.5X^2 + 2X + 1 + tX$$
$$CT = 1.5X^2 + 2X + 1 + 2X$$
$$CT = 1.5X^2 + 4X + 1$$

أ- ايجاد دالة عرض المؤسسة بعد الضريبة الوحدوية

تكتب دالة عرض المؤسسة الفردية بالشكل:

$$S_i = S_i(P) \quad \rightarrow \quad P \geq Min\ CVM$$
$$S_i = 0 \quad \rightarrow \quad P < Min\ CVM$$

المساواة بين التكلفة الحدية والسعر يسمح لنا بكتابة: $P = Cm$

$$P = 3X + 4$$
$$X_i = \frac{P - 4}{3}$$
$$CVT = 1.5X^2 + 4X$$
$$CVM = \frac{CVT}{X} = 1.5X + 4$$
$$Min\ CVM \Rightarrow \frac{\partial CVM}{\partial X} = 0$$
$$\frac{\partial CVM}{\partial X} = 1.5 \neq 0$$

حسب العلاقة الاخيرة حد الاغلاق يساوي 4 لما $X = 0$

ومنه تأخذ دالة عرض المؤسسة الشكل التالي:

$$S_i = \frac{P-4}{3} \quad \rightarrow \quad P \geq 4$$

$$S_i = 0 \quad \rightarrow \quad P < 4$$

ب- **تحديد دالة العرض الفرع او السوق بعد الضريبة الوحدوية:**

تقدر دالة عرض السوق كجمع دوال العرض الفردية أي:

$$S = \sum_{i=1}^{n} S_i(P) \quad \rightarrow \quad P \geq Min\ CVM$$

$$S = 0 \quad \rightarrow \quad P < Min\ CVM$$

ومنه دالة عرض الفرع تكتب بالشكل:

$$S = 60\left(\frac{P-4}{3}\right) \rightarrow \quad P \geq 4$$

$$S = 0 \quad \rightarrow \quad P < 4$$

$$S = 20P - 80 \rightarrow \quad P \geq 4$$

$$S = 0 \quad \rightarrow \quad P < 4$$

ت- **ايجاد سعر وكمية التوازن في المدى القصير بعد الضريبة:**

ينتج سعر وكمية التوازن في المدى القصير عن تساوي دالة العرض السوقي مع دالة الطلب السوقي:

شرط توازن السوق: $D = S$

$$-10P + 5 = 20P - 80$$

$$P^{**} = 4.3$$

وبتعويض $P^{**} = 4.3$ إما في دالة الطلب السوقي أو دالة العرض السوقي نحصل عل كمية توازن السوق:

$$X^{**} = 6$$

وبتعويض $P^{**} = 4.3$ في دالة عرض المؤسسة نحصل على كمية توازن المؤسسة: $X_i^{**} = 0.11$

أو بطريقة أخرى: $X_i^* = \frac{X_D}{n} = \frac{6}{60} = 0.11$

6- الثقل الضريبي على المستهلك وعلى المؤسسة وقيمة عائدات الضريبة:

أ- الثقل الضريبي على المستهلك:

$$CF_C = P^* - P^{**} = 4.3 - 3 = 1.33$$

ب- الثقل الضريبي على المؤسسة:

$$CF_e = t - CF_C = 2 - 1.33 = 0.67$$

ت- قيمة عائدات الضريبة:

$$RF = tX^{**} = 2(6) = 12$$

7- **التوازن في المدى الطويل:**

شرط التوازن في المدى الطويل $P = Min\ CM_L$

$$CM_L = \frac{Ct}{X} = 1.5X + 2 + \frac{1}{X}$$

$$Min\ CM_L \Rightarrow \frac{\partial CM_L}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial CM_L}{\partial X} = 1.5 - \frac{1}{X^2} = 0$$

$$X = \sqrt{\frac{1}{1.5}} = 0.8$$

نعوض $X_i = 0.81$ في لنحصل على $Min\ C_L$ ومنه:

$$Min\ CTM = 1.5(0.81) + 2 + \frac{1}{0.81} = 4.45$$

$$\begin{cases} Min\ CM_L = 3.68 \\ Min\ CM_L = P \end{cases} \Longrightarrow \bar{P} = 3.68$$

وبتعويض $\bar{P} = 3.68$ في دالة الطلب السوقي نحصل عل كمية توازن السوق: $\bar{X}_D = 13.2$

التمرين الثاني:

إذا كانت مؤسسة ما في وضعية احتكار لإنتاج وبيع السلعة X يتوقع أن تكون دالة طلبها: $X = 39.8 - P$

ودالة تكلفتها الكلية: $CT = 9X + 0.1X^2$

المطلوب:

1- حدد سعر وكمية التوازن للمحتكر؟

2- إذا فرضت الحكومة ضريبة بقيمة $t = 2$ وحدة نقدية على كل وحدة مباعة، حدد التوازن الجديد للمؤسسة؟

3- حدد الثقل الضريبي و الإيرادات الضريبة؟

الاجابة

1- تحديد سعر وكمية التوازن للمحتكر

عند مساواة الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية نجد: $Rm = Cm$

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 9 + 0.2X$$

باعادة كتابة دالة الطلب نجد: $P = 39.8 - X$

$$RT = PX = (39.8 - X)X = 39.8X - X^2$$

$$Rm = \frac{\partial RT}{\partial X} = 39.8 - 2X$$

$$Rm = Cm \Rightarrow 39.8 - 2X = 9 + 0.2X$$

$$\bar{X} = 14$$

بالتعويض $\bar{X} = 14$ في دالة الطلب نجد: $P = 39.8 - X = 39.8 - 14$

$$\bar{P} = 25.8$$

2- <u>تحديد سعر وكمية التوازن للمحتكر بعد الضريبة الوحدوية:</u>

بعد فرض الضريبة تتغير دالة التكلفة الكلية: $Ct_2 = 9X + 0.1X^2 + tX$

$$Ct_2 = 9X + 0.1X^2 + 2X$$

$$Ct_2 = 11X + 0.1X^2$$

عند مساواة الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية نجد: $Rm = Cm$

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 11 + 0.2X$$

باعادة كتابة دالة الطلب نجد: $P = 39.8 - X$

$$RT = PX = (39.8 - X)X = 39.8X - X^2$$

$$Rm = \frac{\partial RT}{\partial X} = 39.8 - 2X$$

$$Rm = Cm \Rightarrow 39.8 - 2X = 11 + 0.2X$$

$$\bar{\bar{X}} = 13.09$$

بالتعويض $\bar{X} = 13.09$ في دالة الطلب نجد: $P = 39.8 - X = 39.8 - 13.09$

$$\bar{\bar{P}} = 26.71$$

3- <u>تحديد الثقل الضريبي و الإيرادات الضريبة</u>

أ- الثقل الضريبي على المستهلك:

$$CF_C = \bar{\bar{P}} - \bar{P} = 26.71 - 25.8 = 0.91$$

ب- الثقل الضريبي على المؤسسة:

$$CF_e = t - CF_C = 2 - 0.91 = 1.09$$

ت- قيمة عائدات الضريبة:

$$RF = tX^{**} = 2(13.09) = 26.18$$

التمرين الثالث:

تنتج مؤسسة إحتكارية السلعة X في مصنعين مختلفين وفق التكاليف الكلية التالية:

$$Ct_1 = \frac{1}{2}X_1^2 + 126X_1 + 500$$

$$Ct_2 = \frac{1}{2}X_2^2 + 40X_2 + 490$$

وحدد منحنى التكلفة الحدية للمؤسسة وفق العلاقة التالية:

$$Cm = \frac{1}{3}X + \frac{440}{3}$$

حيث : $(X = X_1 + X_2)$ وتواجه هذه المؤسسة دالة الطلب: $X_D = 1600 - 3P$

المطلوب:

1- حدد الحجم الأمثل للإنتاج وتوزيعه بين المصنعين؟

2- أحسب ربح المحتكر ؟

الاجابة

1- <u>تحديد الحجم الأمثل للإنتاج وتوزيعه بين المصنعين:</u>

يتحدد الحجم الأمثل للإنتاج بالنسبة للمحتكر عندما يتساوى الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية: $Rm = Cm$

بإعادة كتابة دالة الطلب $X_D = 1600 - 3P$

لتصبح:

$$P = \frac{1600}{3} - \frac{1}{3}X$$

ومنه نحصل على العلاقة التالية:

$$Rm = Cm \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)X + \left(\frac{1600}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)X + \left(\frac{440}{3}\right)$$

عند حل هذه المعادلة نجد : $\bar{X} = 386$ و $\bar{P} = 404$ كما أن تقييم الأمثل بين المصنعين يتحدد عن طريق:

$$Cm = Cm_1 = Cm_2 = Rm$$

وللحصول على قيمة Rm أو Cm يكفي أن نعوض بـ : $\bar{X} = 386$ في دالة التكلفة الحدية أو الإيراد الحدي فنجد

$$Rm = Cm = 276$$

إذن:

$$Rm = Cm_1 \Rightarrow \quad 276 = X_1 + 126$$

$$Rm = Cm_2 \Rightarrow \quad 276 = X_2 + 40$$

من المعادلتين الأخيرتين نستخرج كمية كل مصنع، $\bar{X}_2 = 236$ و $\bar{X}_1 = 150$

2- **حساب ربح المحتكر:**

نحسب ربح المحتكر من العلاقة التالية: $\pi = RT - [CT_1 + CT_2] = 87920$

$$\pi = 404(386) - \left[\left(\frac{1}{2}(150)^2 + 126(150) + 500\right) + \left(\frac{1}{2}(236)^2 + 40(236) + 490\right)\right]$$

$$\pi = 87920$$

التمرين الرابع:

تعرض مؤسسة احتكارية إنتاجها في سوقين مختلفين بمنحنى تكلفة حدية: $Cm = 0.1X + 10$ ،

حيث $(X = X_1 + X_2)$

و تواجه دوال الطلب في السوقين بالشكل: $X_1 = 1000 - P_1$ و $X_2 = 1200 - 5P_2$

المطلوب:

1. حدد كمية الإنتاج التي تجعل ربح المحتكر أكبر ما يمكن؟
2. حدد كمية الإنتاج الموجهة من طرف المؤسسة لكل سوق وكذلك سعر البيع؟

الاجابة:

1- **تحديد كمية الإنتاج التي تجعل ربح المحتكر أكبر ما يمكن:**

يهدف المحتكر إلى تحقيق أقصى ربح ومن أجل ذلك ينتج الكمية التي تحقق له ذلك الهدف.

$$X = X_1 + X_2 = 1000 - P + 1200 - 5P$$

$$X = 2200 + 6P$$

وباعادة كتابة دالة الطلب نجد:

$$P = 366{,}66 - \left(\frac{1}{6}\right)X$$

ومن شروط توازن المحتكر المحدد بالعلاقة $Rm = Cm$ نجد:

$$Cm = 0.1X + 10$$

$$RT = PX = \left(366{,}66 - \left(\frac{1}{6}\right)X\right)X = 366{,}66X - \left(\frac{1}{6}\right)X^2$$

$$Rm = \frac{\partial RT}{\partial X} = 366{,}66 - \left(\frac{1}{3}\right)X$$

$$Rm = Cm \Rightarrow 10 + 0{,}1X = 366{,}66 - \left(\frac{1}{3}\right)X$$

$$\bar{X} = 823.2$$

بتعويض $\bar{X} = 823.2$ في دالة الطلب نجد: $P = 366{,}66 - \left(\frac{1}{6}\right)X = 366{,}66 - \left(\frac{1}{6}\right)823.2$

$$\bar{P} = 229.46$$

2- **تحديد كمية الإنتاج الموجهة من طرف المؤسسة لكل سوق وكذلك سعر البيع:**

في حالة التمييز بين الأسواق يكفي أن نبحث عن كمية الإنتاج الموجهة لكل سوق وهذا من خلال علاقة شرط التوازن للمحتكر الإيراد الحدي يساوي التكلفة الحدية ($Rm = Cm$):

السوق الاول: $\boldsymbol{Rm_1 = Cm}$

$$X_1 = 1000 - P_1$$

باعادة كتابة دالة الطلب للسوق الاول نجد: $P_1 = 1000 - X_1$

ومنه:

$$Cm = 0.1X + 10$$

$$RT_1 = P_1X_1 = (1000 - X_1)X_1 = 1000X_1 - X_1^2$$

$$Rm_1 = \frac{\partial RT_1}{\partial X_1} = 1000 - 2X_1$$

$$Cm = Rm_1 \Rightarrow 10 + 0{,}1X = 1000 - 2X_1$$

$$10 + 0{,}1(823.2) = 1000 - 2X_1$$

$$\bar{X}_1 = 453.9$$

بالتعويض $\bar{X}_1 = 453.9$ في دالة الطلب نجد: $P_1 = 1000 - X_1 = 1000 - 453.9$

$$\bar{P}_1 = 229.46$$

السوق الثاني: $\boldsymbol{Rm_2 = Cm}$

$$X_2 = 1200 - 5P_2$$

باعادة كتابة دالة الطلب للسوق الثاني نجد:

$$P_2 = \left(\frac{1200}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)X_2$$

ومنه:

$$Cm = 0.1X + 10$$

$$RT_2 = P_2X_2 = \left[\left(\frac{1200}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)X_2\right]X_2 = \left(\frac{1200}{5}\right)X_2 - \left(\frac{1}{5}\right)X_2^2$$

$$Rm_2 = \frac{\partial RT_2}{\partial X_2} = \left(\frac{1200}{5}\right) - \left(\frac{2}{5}\right)X_2$$

$$Cm = Rm_2 \Rightarrow 10 + 0{,}1X = \left(\frac{1200}{5}\right) - \left(\frac{2}{5}\right)X_2$$

$$10 + 0{,}1(823.2) = \left(\frac{1200}{5}\right) - \left(\frac{2}{5}\right)X_2$$

$$\bar{X}_2 = 369.3$$

بالتعويض $\bar{X}_2 = 369.3$ في دالة الطلب: $P_2 = \left(\frac{1200}{5}\right) - \left(\frac{2}{5}\right)X_2 = \left(\frac{1200}{5}\right) - \left(\frac{2}{5}\right)(369.3)$

$$\bar{P}_2 = 166.14$$

حسب النتائج المتحصل عليها فإن السوق الثانية تتميز بمرونة اكبر لأنها تقابل سعر اقل.

التمرين الخامس:

ضمن سوق يتميز بالمنافسة الاحتكارية، تأخذ دالة الطلب النسبي الشكل التالي: $P = 51 - 2X$

اذا قدرت دالة التكاليف الكلية في المدى الطويل كما يلي: $CT_L = X^3 - 16X^2 + 100X$

المطلوب:

1. حدد سعر وكمية التوازن في المدى الطويل لهذه المؤسسة.
2. حدد انحدار منحنى دالة الطلب المعرفة للمؤسسة.
3. ما هو الدخل الحدي للمؤسسة في نقطة التوازن؟

الاجابة

1- <u>سعر وكمية التوازن بالنسبة لهذه المؤسسة في حالة المنافسة الاحتكارية:</u>

في حالة سوق تسودها المنافسة الاحتكارية في المدى الطويل فإنّ شرط التوازن هو تعادل التكلفة المتوسطة والإيراد المتوسط أي: $CM = RM$

$$CT_L = X^3 - 16X^2 + 100X$$

$$CM = \frac{CT}{X} = X^2 - 16X + 100$$

$$RM = \frac{RT}{X}$$

$$RT = PX = (51 - 2X)X = 51X - 2X^2$$

$$RM = \frac{RT}{X} = 51 - 2X$$

شرط التوازن: $CM = RM \Rightarrow X^2 - 16X + 100 = 51 - 2X$

$$X^2 - 14X + 49 = 0$$

$$\Delta = B^2 - 4AC = (-14)^2 - (4)(1)(49) = 0$$

بما أن $\Delta = 0$ للمعادلة حل وحيد هو جذر مضاعف تحدد قيمته وفق الصيغة التالية: $X = \frac{-B}{2A}$

$$X_1 = X_2 = \frac{-B}{2A} = \frac{14}{2} = 7$$

كمية توازن المؤسسة هي: $X^* = 7$

لإيجاد سعر توازن المؤسسة نعوض في دالة الطلب نجد:

$$P = 51 - 2X = 51 - 2(7) = 37$$

سعر توازن المؤسسة هي: $P^* = 37$

في الأجل الطويل، في حالة المنافسة الاحتكارية ينعدم الربح وبالتالي فإنّ:

$$\pi = RT - CT = PX - CT$$
$$\pi = 51X - 2X^2 - X^3 + 16X^2 - 100X$$
$$\pi = 51(7) - 2(7)^2 - (7)^3 + 16(7)^2 - 100(7)$$
$$\pi = 0$$

2. **تحديد انحدار منحنى دالة الطلب الموجهة للمؤسسة:**

يساوي انحدار منحنى دالة الطلب الموجهة نحو المؤسسة انحدار منحنى دالة التكلفة المتوسطة في نقطة التوازن $X^* = 7$ و $\frac{\mathrm{dCM}_L}{\mathrm{dx}} = 2X - 16 = -2$ عند $(X = 7)$

3. **الدخل الحدي للمؤسسة في نقطة التوازن:**

يتساوى الايراد الحدي مع التكلفة الحدية في نقطة التوازن، و $Rm = 23$

$$RT = PX = (51 - 2X)X = 51X - 2X^2$$
$$Rm = \frac{\partial RT}{\partial X} = 51 - 4X$$

نعوض نقطة التوازن $X^* = 7$ في Rm نجد:

$$Rm = 51 - 4X = 51 - 4(7) = 23$$

التمرين السادس:

تنشط مؤسسة ما في اطار منافسة احتكارية، وتقدر دالة تكلفتها المتوسطة بالشكل التالي:

$$CM = \frac{1}{3}X^2 - 9X + 200$$

اذا قدرت دالة الطلب النسبي في المدى الطويل على الشكل التالي: $P = 181.25 - 4X$

المطلوب:

1. حدد سعر وكمية التوازن لهذه المؤسسة في حالة المنافسة الاحتكارية.

2. اذا كانت المؤسسة تنشط في سوق منافسة مثلى، ماذا يكون مستوى انتاجها في المدى الطويل وسعر التوازن؟
3. ما هو افضل اطار(المنافسة الاحتكارية او المنافسة التامة) بالنسبة للمجتمع؟ وضح

الاجابة

1- <u>سعر وكمية التوازن بالنسبة لهذه المؤسسة في حالة المنافسة الاحتكارية:</u>

في حالة سوق تسودها المنافسة الاحتكارية في المدى الطويل فإنّ شرط التوازن هو تعادل التكلفة المتوسطة والإيراد المتوسط أي: $CM = RM$

$$CM = \frac{CT}{X} = \frac{1}{3}X^2 - 9X + 200$$

$$RM = \frac{RT}{X}$$

$$RT = PX = (181.25 - 4X)X = 181.25X - 4X^2$$

$$RM = \frac{RT}{X} = 181.25 - 4X$$

شرط التوازن: $CM = RM \Rightarrow \frac{1}{3}X^2 - 9X + 200 = 181.25 - 4X$

$$\frac{1}{3}X^2 - 5X + 18.75 = 0$$

$$\Delta = B^2 - 4AC = (-5)^2 - (4)\left(\frac{1}{3}\right)(18.75) = 0$$

بما أن $\Delta = 0$ للمعادلة حل وحيد هو جذر مضاعف تحدد قيمته وفق الصيغة التالية: $X = \frac{-B}{2A}$

$$X_1 = X_2 = \frac{-B}{2A} = \frac{5}{\frac{2}{3}} = 5(\frac{3}{2}) = 7.5$$

كمية توازن المؤسسة هي: $X^* = 7.5$

لإيجاد سعر توازن المؤسسة نعوض في دالة الطلب نجد:

$$P = 181.25 - 4X = 181.25 - 4(7.5) = 151.25$$

سعر توازن المؤسسة هي: $P^* = 151.25$

في الأجل الطويل، في حالة المنافسة الاحتكارية ينعدم الربح وبالتالي فإنّ:

$$\pi = RT - CT = PX - CT$$

$$\pi = 181.25X - 4X^2 - \frac{1}{3}X^3 - 9X^2 + 200X$$

$$\pi = 181.25(7.5) - 4(7.5)^2 - \frac{1}{3}(7.5)^3 + 9(7.5)^2 - 200(7.5)$$
$$\pi = 0$$

وبالتالي فإنّ 7,5 هو مستوى إنتاج التوازن لأنّ الربح انعدم في المدى الطويل في حالة المنافسة الاحتكارية.

2- **سعر وكمية التوازن بالنسبة لهذه المؤسسة في حالة المنافسة التامة:**

في حالة المنافسة التامة فإنّه في حالة المدى الطويل فإن التوازن يتحقق عند النهاية الصغرى للتكلفة المتوسطة، وبالتالي يكون لدينا: $Min\ CM_L = P$

$$CM = \frac{1}{3}X^2 - 9X + 200$$
$$\frac{\partial CM}{\partial X} = \frac{2}{3}X - 9 = 0$$
$$\frac{2}{3}X = 9 \Rightarrow X = \frac{9 \times 3}{2} = 13.5$$
$$X^{**} = 13.5$$

كمية توازن المؤسسة هي: $X^{**} = 13.5$

سعر التوازن المؤسسة هو: $Min\ C_L = P$

$$Min\ CM_L = \frac{1}{3}(13.5)^2 - 9(13.5) + 200 = 139.25$$
$$P^{**} = 139.25$$

سعر توازن المؤسسة هو: $P^{**} = 139.25$

الربح الاجمالي:

$$\pi = RT - CT = PX - CT$$
$$\pi = PX - 4X^2 - \frac{1}{3}X^3 - 9X^2 + 200X$$
$$\pi = 139.25(13.5) - \frac{1}{3}(13.5)^3 + 9(13.5)^2 - 200(13.5)$$
$$\pi = 0$$

نلاحظ أنّ السعر في حالة المنافسة المثلى هو: $P^{**} = 139.25$ اقل سعر المنافسة الاحتكارية هو: $P^* = 151.25$ وبالتالي فإنّه أفضل سوق بالنسبة للمستهلكين هو سوق المنافسة المثلى نظرا لانخفاض السعر.

التمرين السابع:

افترض ان دالة الطلب الموجهة نحو مؤسستين تكتب على شكل: $P = -3X + 99$

اذا كانت دوال التكلفة للمؤسستين $C_1 = 51\ X_1$ و $C_2 = 33\ X_2$

المطلوب:

1. اوجد توازن المؤسستين حسب نموذج كورنو، ووضحه بيانيا؟
2. اوجد توازن المؤسستين حسب نموذج ستكلبارق؟

الجواب :

1- <u>ايجاد توازن المؤسستين حسب نموذج كورنو:</u>

تكتب دالة الطلب على شكل: $P = -3\,(X_1 + X_2) + 99$

وتكتب دوال الربح لكل مؤسسة على شكل:

$$\pi_1 = [-3\,(X_1 + X_2) + 99]\,X_1 - 51X_1$$
$$\pi_2 = [-3\,(X_1 + X_2) + 99]\,X_2 - 33X_2$$

تكتب شروط الدرجة الأولى لتعظيم الربح على شكل:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = -6X_1 - 3X_2 + 48 = 0 \ \dots\dots\dots (1)$$
$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = -3X_1 - 6X_2 + 66 = 0 \ \dots\dots\dots (2)$$

من المعادلة (1) نكتب دالة رد الفعل للمؤسسة (1):

$$X_1 = -\frac{1}{2}X_2 + 8 \ \dots\dots\dots (3)$$

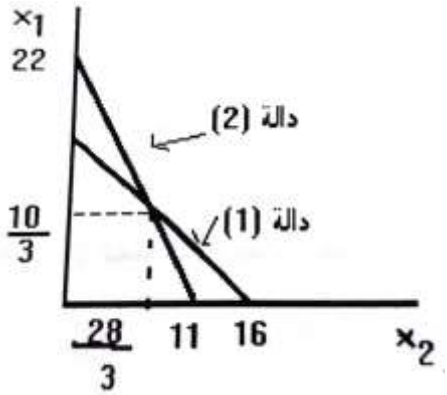
من المعادلة (2) نكتب دالة رد الفعل للمؤسسة (2):

$$X_2 = -\frac{1}{2}X_1 + 11 \ \dots\dots . (4)$$

يؤدي تقاطع دوال رد الفعل الى ايجاد الحل:

$$X_1 = \frac{10}{3} \ , \quad X_2 = \frac{28}{3} \quad , \quad \pi_1 = 33.33 \ , \ \pi_2 = 261.33$$

يظهر التوازن بيانيا كمايلي:



2- ايجاد توازن المؤسستين حسب نموذج ستكلبارق:

من السؤال السابق كتبت دوال رد الفعل على الشكل:

$$X_1 = -\frac{1}{2}X_2 + 8 \ \dots\dots\dots (3)$$

$$X_2 = -\frac{1}{2}X_1 + 11 \ \dots\dots . (4)$$

أ- حل ستكلبارق اذا كانت المؤسسة (1) في موقف قيادي.

تكتب دالة الربح للمؤسسة (1) على شكل:

$$\pi_1 = -3X_1^2 - 3X_1X_2 + 48X_1$$

ويؤدي استعمال دالة رد الفعل للمؤسسة (2) في حساب π_1 الى:

$$\pi_1 = -3X_1^2 - 3X_1\left[-\frac{1}{2}X_1 + 11\right] + 48X_1$$

$$= -\frac{3}{2}X_1^2 + 15X_1$$

وتكتب شروط المرتبة الأولى لتعظيم الربح على شكل:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = -3X_1 + 15 = 0$$

$$X_1 = 5$$

ومن دالة رد الفعل للمؤسسة (2) يمكن كتابة $X_2 = 8.5$

ومن دالة الطلب يظهر السعر : $P = -3\,(X_1 + X_2) + 99 = 58.5$

و يؤدي تعويض X_1 و X_2 في دوال الربح سوف نحصل على : $\pi_1 = 37.5 \quad , \quad \pi_2 = 216.5$

ب- حل ستكلبارق اذا كانت المؤسسة (2) في موقف قيادي.

تكتب دالة الربح للمؤسسة (2) على شكل:

$$\pi_2 = -3X_2^2 - 3X_1X_2 + 66X_2$$

ويؤدي استعمال دالة رد الفعل للمؤسسة (1) في حساب π_2 الى:

$$\pi_2 = -3X_2^2 - 3X_2\left[-\frac{1}{2}X_2 + 8\right] + 66X_2$$

$$= -\frac{3}{2}X_2^2 + 42X_2$$

وتكتب شروط المرتبة الأولى لتعظيم الربح على شكل:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = -3X_2 + 42 = 0$$

$$X_2 = 14$$

ومن دالة رد الفعل للمؤسسة (1) يمكن كتابة $X_1 = 1$

ومن دالة الطلب يظهر السعر : $P = -3\,(X_1 + X_2) + 99 = 54$

و يؤدي تعويض X_1 و X_2 في دوال الربح سوف نحصل على : $\pi_1 = 3 \quad , \quad \pi_2 = 294$

ملاحظة:

حسب التحليل والنتائج تفضل كل مؤسسة ان تكون في موقع قيادي وهذه الحالة سوف تؤدي الى انسحاب المؤسسة الاضغف أو التفاهم والتحول الى مؤسسة احتكارية.

التمرين الثامن:

لتكن لديك دالة الطلب على شكل: $P = 100 - 0.5X$

أو $P = 100 - 0.5(X_1 + X_2)$

وتكون دوال التكلفة لمؤسسات الكارتل:

$$C_1 = 5X_1$$
$$C_2 = 0.5X_2^2$$

المطلوب: اذا كان الكارتل ينوي تعظيم الربح الاجمالي، حدد كمية وسعر التوازن والربح الإجمالي؟

الاجابة:

اذا كان الكارتل ينوي تعظيم الربح الاجمالي سوف تكتب دالة الربح على الشكل:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2$$

$$\pi = [100 - 0.5(X_1 + X_2)](X_1 + X_2) - 5X_1 - 0.5X_2^2$$

$$\pi = 95X_1 + 100X_2 - 0.5X_1^2 - X_1X_2 - X_2^2$$

يؤدي تعظيم الربح الى تحقيق الشروط الاولى:

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 95 - X_1 - X_2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_2} = 100 - X_1 - 2X_2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

بحل جملة المعدلتين (1) و(2) نجد:

$$X_1 = 90 \qquad P = 52.5$$
$$X_2 = 5 \qquad \pi = 452.5$$

التمرين التاسع:

اعتبر ان دالة العرض للمؤسسات الصغيرة تقدر من طرف المؤسسة المهيمنة كالتالي: $S_i = 0.2P$

كما قدرت دالة طلب السوق بـ : $D = 50 - 0.3P$

اذا كانت دالة التكلفة للمؤسسة المهيمنة تكتب بالشكل: $Ct = 2X$

المطلوب:

1- ما هو مستوى الانتاج الامثل للمؤسسة المهيمنة؟

2- ما هو السعر المرتبط بمستوى الانتاج التوازني للمؤسسة المهيمنة؟

3- ما هي الكمية الكلية المطلوبة وحصة المؤسسات الصغيرة منها؟

4- ما هو سلوك المؤسسات الصغيرة تجاه السعر؟

الاجابة:

1- <u>مستوى الانتاج الامثل للمؤسسة المهيمنة:</u>

بالمعلومات السابقة تستطيع المؤسسة المهيمنة ان تعرف دالة الطلب الموجهة إليها حسب مستوى السعر اي:

$$D = X + S_i$$
$$X = D - S_i$$
$$X = 50 - 0.3P - 0.2P$$
$$X = 50 - 0.5P$$
$$P = 100 - 2X \quad \text{أو}$$

تكتب دالة ربح المؤسسة المهنية على الشكل:

$$\pi = (100 - 2X)X - 2X$$
$$\pi = 98X - 2X^2$$

يؤدي تعظيم ربح المؤسسة المهيمنة الى:

$$\frac{\partial \pi}{\partial X} = 98 - 4X = 0$$
$$X = 24.5$$

2- <u>السعر المرتبط بمستوى الانتاج التوازني للمؤسسة المهيمنة:</u>

بالتعويض في دالة الطلب: $P = 100 - 2X = 51$

3- <u>الكمية الكلية المطلوبة وحصة المؤسسات الصغيرة منها:</u>

عند السعر $P = 51$ يكون السوق في توازن حيث الكمية الكلية المطلوبة تساوي:

$$D = 50 - 0.5P = 34.7$$

وعرض المؤسسة المهيمنة يكون $X = 24.5$ بينما عرض المؤسسات الصغيرة سوف يساوي:

$$S_i = 0.2P = 0.2(51) = 10.2$$

4- **تتصرف المؤسسات الصغيرة كأنها داخل سوق منافسة مثلى (السعر معطى بالنسبة لها).**

التمرين العاشر:

نفترض أن سوق السلعة X مقسم بين مؤسستين 1 و 2 بصورة متساوية. فإذا كانت دالتي التكلفتين الكلية للمؤسستين هما: $CT_1 = 5X_1$ و $CT_2 = 15X_2$

وإذا كانت دالة الطلب الكلي للسوق: $P = 105 + 2.5X$،

المطلوب:

1- حدد ربح كل من المؤسستين إذا كان السعر محدد من قبل المؤسسة 1 حسب شروطها الخاصة، ويفرض على المؤسسة 2.

الاجابة

1- **تحديد ربح كل من المؤسستين إذا كان السعر محدد من قبل المؤسسة 1 حسب شروطها الخاصة ويفرض على المؤسسة 2.**

بما أن سوق السلعة X مقسم بشكل متساوي $X_1 = X_2$ (حيث تمثل X_i إنتاج المؤسسة i) ، إذن الطلب الموجه للمؤسسة 1 يتمثل في: $P = 105 - 2.5X = 105 - 2.5(2X_1) = 105 - 5X_1$

تكتب دالة ربح المؤسسة 1 بالشكل: $\pi = PX_1 - CT_1$

$$\pi = (105 - 5X_1)X_1 - 5X_1 = 100X_1 - 5X_1^2$$

عند تعظيم دالة الربح للمؤسسة 1 نجد:

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 100 - 10X_1 = 0$$

$$\bar{X}_1 = 10 = \bar{X}_2$$

بتعويض $X_1 = 10$ في دالة الطلب نجد سعر التوازن:

$$P = 105 - 5X_1 = 105 - 5(10)$$

$$\bar{P} = 55$$

تعويض عن النتائج السابقة في دوال الأرباح نحصل على:

$$\pi_1 = PX_1 - CT_1 = 55(10) - 5(10)$$

$$\bar{\pi}_1 = 500$$

$$\pi_2 = PX_2 - CT_2 = 55(10) - 15(10)$$

$$\bar{\pi}_1 = 400$$

وأخيرا يمكن أن نلاحظ أن المؤسسة (1) في حالة التوازن $(Rm_1 = Cm_1)$ بينما المؤسسة (2) لا تحقق التوازن$(Rm_2 \neq Cm_2)$ وتكتفي فقط بالربح الصافي الإيجابي.