السلسلة 01

$\delta_x = 25$

حل التمرين 1:

1- حساب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة:

$n = 121 \geq 30$ (عينة كبيرة) $\Longrightarrow$ المجتمع غير محدود

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{\delta_x}{\sqrt{n}} = \frac{25}{\sqrt{121}} = \frac{25}{11} = \boxed{2,27}$$

2- حساب قيمة n ، ($\delta_{\bar{x}} = 5$)

$$\delta_{\bar{x}} = 5 = \frac{25}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{25}{5} = 5 \Rightarrow \boxed{n = 25}$$

$X(\Omega) = \{1, 3, 5, 7\}$.

حل التمرين 2:

1- تمثيل التوزيع الاحتمالي لـ ($\bar{x}$):

$n < 30$ (المجتمع صغير)

$N = 4, \; n = 2$

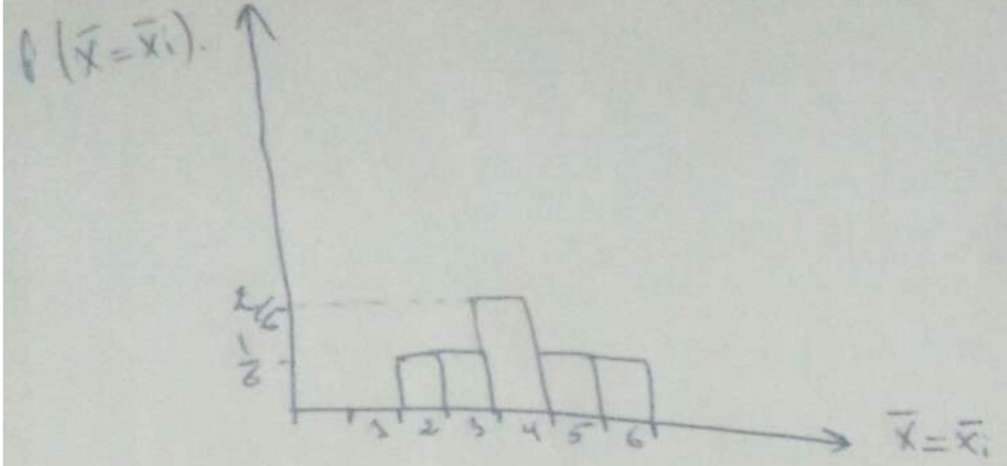
$r = C_4^2 = 6 = \{(1,3), (1,5), (1,7), (3,5), (3,7), (5,7)\}$ عدد العينات

$\bar{x}_1 = \frac{1+3}{2} = 2$, $\bar{x}_2 = \frac{1+5}{2} = 3$, $\bar{x}_3 = \frac{1+7}{2} = 4$

$\bar{x}_4 = \frac{3+5}{2} = 4$, $\bar{x}_5 = \frac{3+7}{2} = 5$, $\bar{x}_6 = \frac{5+7}{2} = 6$

$\bar{X} = \bar{x}_i$	$P(\bar{X} = \bar{x}_i)$
2	1/6
3	1/6
4	2/6
5	1/6
6	1/6
Σ	1

العينات	$\bar{x}_i$	$P(\bar{X} = \bar{x}_i)$
(1,3)	2	1/6
(1,5)	3	1/6
(1,7)	4	1/6
(3,5)	4	1/6
(3,7)	5	1/6
(5,7)	6	1/6
		1/6



2- حساب : $E(\bar{x})$ توقع المتوسطات :

$$E(\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{6}\bar{x}_i}{C^2} = \frac{2+3+4+4+5+6}{6} = \frac{24}{6} = 4 = \mu_{\bar{x}}$$

$$E(x) = \frac{1+3+5+7}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

3- حساب $\delta_{\bar{x}}$ لـ $\bar{x}$:

ط1: $$\delta_{\bar{x}}^2 = E(\bar{x}^2) - [E(\bar{x})]^2$$

$$= \frac{(2)^2+(3)^2+(4)^2+(4)^2+(5)^2+(6)^2}{6} - (4)^2 = \frac{106}{6} - 16 = \frac{5}{3} = 1{,}66$$

$$\delta_{\bar{x}} = \sqrt{1{,}66} = 1{,}28$$

ط2: $$\delta_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum(\bar{x}_i - \mu_{\bar{x}})^2}{6} = \frac{(2-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2}{6}$$

$$+ \frac{(5-4)^2+(6-4)^2}{6}$$

$$= \frac{(2)^2+(-1)^2+0+0+(1)^2+(2)^2}{6}$$

$$= \frac{4+1+1+4}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\delta_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{5}{3}} = 1{,}28$$

4- المقارنة بين : δ_x و $\delta_{\bar{x}}$:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum(x-\mu_x)^2}{N} = \frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{4}$$

$$= \frac{(3)^2+(-1)^2+(1)^2+(3)^2}{4} = \frac{9+1+1+9}{4}$$

$$= \frac{20}{4} = 5$$

$$\delta_x = \sqrt{5} = 2{,}23$$

$$\delta_x = 2{,}23 \neq \delta_{\bar{x}} = 1{,}28$$

التعليق :

(2)

حل التمرين 3

$\mu_x = 45$, $\delta_x = 8$, $n = 25 < 30$ (عينة صغيرة)

$\delta_{\bar{x}} = \frac{\delta_x}{\sqrt{n}} = \frac{8}{\sqrt{25}} = \boxed{\frac{8}{5}}$; $\boxed{z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\delta_{\bar{x}}}}$: - حساب الاحتمالات :

$+ P(\bar{x} < 43) = P\left(z < \frac{43-45}{\frac{8}{5}}\right) = P\left(z < \frac{-2}{\frac{8}{5}}\right)$

$= P\left(z < -\frac{5}{4}\right) = P(-\infty < z < -1{,}25)$

$= \phi(-1{,}25) + \phi(\infty) = \phi(\infty) - \phi(1{,}25)$

بتوظيف جدول ت . ط المسابق (الجدول 2) نجد :

$0{,}5 - 0{,}3944 = \boxed{0{,}1056}$

$+ P(\bar{x} > 44) = P\left(z > \frac{44-45}{\frac{8}{5}}\right) = P\left(z > \frac{-1(5)}{8}\right)$

~~$= P(-0{,}625)$~~

$P(z > -0{,}625) = P(-0{,}625 < z < +\infty)$

$= \phi(\infty) + \phi(0{,}625)$

بتوظيف 2 (2) نجد :

$= 0{,}5 + 0{,}2324 = \boxed{0{,}7324}$

$* P(44 < x < 46) = P\left(\frac{44-45}{8} < z < \frac{46-45}{8}\right)$

$= P(-0{,}125 < z < +0{,}125) =$

$= 2\phi(0{,}125) = 2$

بتوظيف الجدول ت الطبيعي نجد

$2(0{,}0596) = 2(0{,}0478) =$

$= \boxed{0{,}0956}$

حل التمرين 04

$\sigma_x = 20 \quad , \quad \mu = ?$.

1- حساب عدد عناصر العينة حتى لا يكون وسطها يختلف عن وسط المجتمع بأكثر من 4 باحتمال 99% :

$$\bar{X} \in [\mu - 4, \mu + 4] \quad , \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{n}}$$

$$P(\mu - 4 < \bar{x} < \mu + 4) = 0,99$$

$$P\left(\frac{\mu - 4 - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} < Z < \frac{\mu + 4 - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}\right) = 0,99$$

$$P\left(\frac{-4}{\frac{20}{\sqrt{n}}} < Z < \frac{+4}{\frac{20}{\sqrt{n}}}\right) = 0,99$$

$$2\phi\left(\frac{\sqrt{n}}{5}\right) = 0,99$$

$$\phi\left(\frac{\sqrt{n}}{5}\right) = 0,495$$

بتعويض في ج ت ا لمعياري (Z) نجد ما = أصل العدد

$$\frac{\sqrt{n}}{5} = 1,96 \Rightarrow \sqrt{n} = 9,8$$

$$\Rightarrow n = (9,8)^2 = \boxed{96},04$$

2- حساب $\sigma_{\bar{x}}$ ،

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{20}{\sqrt{96}} = 2,04$$