



Synthèse d'un Observateur Non linéaire selon le Critère du Cercle pour la Machine Asynchrone

Wafa Bourbia⁽¹⁾, Farid Berrezzek⁽²⁾, Bachir Bensaker⁽³⁾

⁽¹⁾Wafa Bourbia . Université Badji Mokhtar Annaba. Département d'Electrotechnique. B.P. 12, 23000, Annaba, Algérie.

⁽²⁾ Farid Berrezzek. Centre Universitaire de Souk Aharas. 41000

⁽³⁾Bachir Bensaker, Département d'Electronique, université Badji Mokhtar Annaba, B.P. 12, 23000, Annaba, Algérie.

(e-mail: bourbia_wafa@yahoo.fr).

(e-mail: berrezzek_farid@yahoo.fr).

(e-mail: bensaker_bachir@yahoo.fr).

Résumé : Dans ce travail nous présentons la synthèse d'un observateur non linéaire pour la machine asynchrone en se basant sur le critère du cercle. Il est bien connu que la machine asynchrone est un système complexe non linéaire et non stationnaire. Ceci pose beaucoup de problèmes pour sa commande et sa surveillance. Les approches linéaires restent insuffisantes pour résoudre ces problèmes. C'est pourquoi il est indispensable de recourir aux techniques non linéaires pour la synthèse d'observateurs permettant d'estimer les variables d'état non mesurables de la machine et de développer une stratégie de commande prenant en considération un maximum d'information.

Mots clés : Machine asynchrone, Observateur non linéaire, Critère du cercle, Commande.

I. INTRODUCTION

LA machine asynchrone est l'une des machines le plus utilisée dans le domaine industriel. Ceci est dû à sa grande fiabilité, son modeste coût et aussi à sa très faible exigence en maintenance. Cependant, il est aussi bien connu que la machine asynchrone est un système complexe dont le modèle est non linéaire et à paramètres variables, ce qui complique davantage sa commande et sa surveillance par la mise en œuvre des techniques classiques [1]. A cause des contraintes techniques et/ou économiques seul un nombre limité de variables d'état de la machine sont mesurables. Par conséquent, il est nécessaire de synthétiser un observateur pour l'estimation des autres variables d'état non mesurables, indispensable à la commande et à la surveillance de la machine.

La théorie de l'automatique définit l'observateur comme étant un système dynamique qui, à partir des mesures des variables d'entrées et de sorties du système considéré, est capable de donner une estimation des variables d'état non mesurables. Par conséquent,

l'observateur joue le rôle d'un capteur non pas matériel mais d'un capteur logiciel.

Ces dernières décennies, une grande attention a été donnée au développement d'observateurs non linéaires. Une revue de la littérature dans ce domaine montre que la première approche a été proposée par Isidori et Krener [2], [3]. Ces auteurs ont utilisé une transformation non linéaire pour linéariser le système initial par injection de la sortie. Dans ce contexte de linéarisation, on peut citer les travaux de Kalman et Luenberger connus sous le nom de filtre étendu de Kalman et l'observateur de Luenberger [4], [5]. Motivé par l'idée de l'observateur linéaire de Luenberger, Kazantzis et Kravaris [6], [7], ont proposé un observateur dont le gain, dépendant de l'état du système, est une solution d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre.

Une approche qui a dominé la variante de gain dépendant de l'état est l'approche des grands gains. Différents observateurs à grands gains ont été développés selon le principe de séparation par Khalil et collaborateurs [8], [9], [10]. Dans cette approche les algorithmes de placement de pôles, d'équations de Riccati et des fonctions de Lyapunov sont généralement mis en œuvre [8]. L'inconvénient majeur de l'approche des grands gains est l'effet déstabilisant du phénomène de pic.

Le problème de la synthèse d'un observateur non linéaire consiste à trouver un système dynamique non linéaire qui génère une estimation des variables d'état non mesurables du système considéré. Dans le cadre de ce travail, nous concentrons notre effort sur l'application du critère du cercle pour la synthèse d'un observateur non linéaire pour résoudre le problème de la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone comme étant un système non linéaire.

L'approche du critère du cercle pour la synthèse d'un observateur non linéaire a été introduite pour la première fois par Arcak [11], [12] pour les systèmes continus qui peuvent être décomposés en une partie linéaire et une partie non linéaire. Une extension aux systèmes

multivariables comportant de multiples non linéarités est donnée par [13]. Le principal avantage de cette approche est qu'elle permet de manipuler directement les non linéarités du système avec un minimum de conditions. Dans ce qui suit nous rappelons brièvement les notions de base du critère du cercle.

II. CRITERE DU CERCLE POUR LA SYNTHESE DE L'OBSERVATEUR NON LINEAIRE

A. Principe

Le critère du cercle établit qu'un système non linéaire qui peut être exprimé comme étant l'interconnexion d'un système linéaire et d'une non linéarité dépendant du temps vérifiant la propriété du secteur est globalement uniformément asymptotiquement stable [11]. L'avantage de cette approche est qu'elle élimine les restrictions de Lipschitz sur les non linéarités du système et évite les inconvénients de l'approche des grands gains. Cependant, cette approche introduit des contraintes du type inégalités matricielles linéaires (LMI) à résoudre.

Soit un système modélisé par l'équation d'état non linéaire et l'équation d'observation suivantes :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Gf(H.x(t)) + \phi(u(t), y(t)) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

Où A , G , et C sont des matrices constants connues et de dimensions appropriées. Le terme $\phi(u(t), y(t))$ est une fonction arbitraire dépendant éventuellement de l'entrée $u(t)$ et de la sortie $y(t)$ du système. $f(H.x(t))$ est une fonction représentant les non linéarités du système vérifiant les conditions suivantes [11], [12], [13]:

$$\frac{df_i(s)}{ds} \geq 0, 1 \leq i \leq N, \quad \forall s \in \mathfrak{R}, \quad (3)$$

La propriété de non décroissance de la fonction $f(x, u)$ est que pour tout $a, b \in R$ la propriété suivante est vérifiée.

$$(a - b)[f(a, u) - f(b, u)] \geq 0 \quad (4)$$

Si $f(x, u)$ est continuellement dérivable la relation précédente est équivalente à la relation (3). Si on pose $z = a - b$ alors $[f(a, u) - f(b, u)] = f(z, u)$ et la relation précédente s'écrit alors :

$$zf(z, u) \geq 0 \quad \forall z \in R \quad (5)$$

Cette dernière relation est connue sous le nom de propriété du secteur. Dans ce qui suit nous rappelons le théorème et les conditions utilisés pour la synthèse d'un observateur non linéaire pour la surveillance de la machine asynchrone.

B. Théorème [11], [13]

Considérons le système (1)-(2) vérifiant les relations (3)-(5).

Si il existe une matrice $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ symétrique définie positive, une matrice constante $Q \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ et un vecteur ligne $K \in \mathfrak{R}^p$ tel que les inégalités matricielles linéaires suivantes soient satisfaites :

$$\begin{aligned} (A + LC)^T P + P(A + LC) + Q &\leq 0 \\ PG + (H + KC)^T &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Avec $Q = \varepsilon I_n$ et $\Lambda = \varepsilon I_q$, $\varepsilon > 0$ une constante.

Alors un observateur non linéaire peut être synthétisé comme suit:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + L(\hat{y}(t) - y(t)) + \phi(u(t), y(t)) + \\ + G[f(\hat{x}(t) + K(\hat{y}(t) - y(t)))] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (8)$$

Et $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) - x(t) = 0$, où $\hat{x}(t)$ est l'état estimé du vecteur d'état $x(t)$ du système non linéaire (1)-(2).

Notons que la structure de l'observateur non linéaire est similaire à celle de l'observateur linéaire plus un terme représentant une non linéarité dépendant du temps.

C. Démonstration

L'erreur d'estimation est donnée par $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$.

La dynamique de cette erreur est :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = (A + LC)e(t) + \\ G[f(H.x(t)) - f(H.\hat{x}(t) + K(\hat{y}(t) - y(t)))] \end{aligned} \quad (9)$$

Si on pose $v = H.x(t)$ et $w = H.\hat{x}(t) + K(\hat{y}(t) - y(t))$

Alors la relation (9) peut être écrite comme suit:

$$\dot{e}(t) = (A + LC)e(t) + G[f(v) - f(w)] \quad (10)$$

La transformée de Laplace donne:

$$E(s) = [sI - (A + LC)]^{-1} GLT[f(v) - f(w)] \quad (11)$$

D'autres part :

$$v - w = (H + KC)e(t) \quad (12)$$

La relation (11) peut s'écrire alors :

$$\begin{aligned} LT[(v - w)] &= (H + KC)E(s) = \\ &= (H + KC)[sI_n - (A + LC)]^{-1} G.LT[f(v) - f(w)] \end{aligned}$$

Par conséquent la fonction de transfert de la dynamique de l'erreur est:

$$F(s) = (H + KC)[sI_n - (A + LC)]^{-1} G \quad (13)$$

En posant $z = v - w$ alors $f(z) = [f(v) - f(w)]$. La propriété du secteur $zf(t, z) \geq 0 \forall z \in R$ est alors vérifiée.

La dynamique de l'erreur, relation (10), peut aussi s'écrire:

$$\dot{e}(t) = (A + LC)e(t) + G.f(z, t) \quad (14)$$

$$z = (H + KC)e(t) \quad (15)$$

Ce qui montre que la dynamique de l'erreur d'observation est l'interconnexion d'un système linéaire et d'une non linéarité de type secteur dépendant du temps. Par conséquent, l'observateur non linéaire synthétisé converge globalement uniformément asymptotiquement.

III. MODELE NON LINEAIRE DE LA MACHINE

En se basant sur le fait que la machine asynchrone est un système complexe, non linéaire où les paramètres peuvent être variables, différents modèles mathématiques ont été construits. Le choix d'un modèle repose sur les possibilités de mesures sur la machine, les variables d'état choisies pour décrire son fonctionnement et du problème considéré. Le modèle retenu peut être encore simplifié grâce à l'utilisation de la transformation de Park [1]. Le modèle le plus employé a pour vecteur d'état le courant du stator, le flux du rotor et la vitesse. L'avantage de ce modèle est qu'il représente les deux parties de la machine (stator et rotor) et qu'il exploite les mesures de courant et de tension du stator déjà disponibles dans tout système électromécanique utilisant la machine asynchrone.

Le modèle non linéaire de machine par rapport à un repère fixe lié au stator à pour expression :

$$\frac{d}{dt} i_{sd} = -\gamma i_{sd} + \frac{\beta}{T_r} \varphi_{rd} + \beta \omega_r \varphi_{rq} + \frac{1}{\sigma l_s} u_{sd} \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} i_{sq} = -\gamma i_{sq} - \beta \omega_r \varphi_{rd} + \frac{\beta}{T_r} \varphi_{rq} + \frac{1}{\sigma l_s} u_{sq} \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} \varphi_{rd} = \frac{m}{T_r} i_{sd} - \frac{1}{T_r} \varphi_{rd} - \omega_r \varphi_{rq} \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} \varphi_{rq} = \frac{m}{T_r} i_{sq} + \omega_r \varphi_{rd} - \frac{1}{T_r} \varphi_{rq} \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \alpha (\varphi_{rd} i_{sq} - \varphi_{rq} i_{sd}) - \frac{k_f}{J} \omega_r - \frac{n_p}{J} T_L \quad (20)$$

$$\text{Avec } \gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1 - \sigma}{T_r} \right), \quad \sigma = 1 - \frac{m^2}{l_s l_r},$$

$$\beta = \frac{1}{m} \left(\frac{1 - \sigma}{\sigma} \right), \quad \text{et } \alpha = \frac{n_p^2 m}{J l_r},$$

$$T_e = \frac{n_p m}{l_r} (\varphi_{rd} i_{sq} - \varphi_{rq} i_{sd}) \quad (21)$$

Les indices s et r définissent respectivement les paramètres du stator et du rotor. Les indices d et q définissent les composantes directe et en quadrature du référentiel. φ désigne le vecteur flux, i le vecteur courant, u le vecteur tension, r désigne la résistance, l l'inductance, m la mutuelle inductance, T_s est la constante de temps du stator, T_r est la constante de temps du rotor, ω_r est la vitesse angulaire du rotor, T_e est le couple électromagnétique, k_f est le coefficient de frottement, J est le moment d'inertie de la charge, n_p est le nombre de paire de pôles. T_l est le couple mécanique de charge.

La non linéarité du modèle est introduite principalement par le produit de la vitesse angulaire du rotor et les composantes du flux ainsi que par l'expression du couple électromagnétique. Un modèle beaucoup plus complet prend aussi en considération la variation de la résistance du stator et du couple de charge.

Pour mettre en œuvre le critère du cercle pour la synthèse d'un observateur non linéaire le modèle précédent de la machine doit être mis sous la forme suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + \sum_{i=1}^4 G_i f_i(H_i x(t)) + Bu(t) \quad (22)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (23)$$

Avec: $Gf(H.x) = \sum_{i=1}^4 G_i f_i(H_i x(t))$

$$A = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 \\ \frac{m}{T_r} & 0 & \frac{1}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{T_r} & 0 & \frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_f}{J} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma l_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma l_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{n_p}{J} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad G_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\alpha \end{bmatrix}$$

$$H_1 = H_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1], \quad H_3 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0], \quad H_4 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$f_1(H_1(x(t))) = (H_1 x(t))x_4(t) = x_5(t)x_4(t)$$

$$f_2(H_2(x(t))) = (H_2 x(t))x_3(t) = x_5(t)x_3(t)$$

$$f_3(H_3(x(t))) = (H_3 x(t))x_3(t) = x_2(t)x_3(t)$$

$$f_4(H_4(x(t))) = (H_4 x(t))x_4(t) = x_1(t)x_4(t)$$

Où

$$x(t) = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)^T = (i_{sd} \ i_{sq} \ \varphi_{rd} \ \varphi_{rq} \ \omega_r)^T,$$

$$u(t) = (u_{sd} \ u_{sq} \ T_L)^T.$$

Alors un observateur non linéaire peut être synthétisé selon les relations (7) et (8) où les gains L et K sont déterminés par résolution des conditions LMI de la relation (6).

III. RESULTATS DE SIMULATION ET COMMENTAIRES

Les caractéristiques de machine asynchrone considérée pour la simulation sont présentées dans le tableau I.

TABLEAU I
 CARACTERISTIQUES DE LA MACHINE

Symbole	Quantité	Valeur numérique
P	Puissance	1.5 Kw
f	Fréquence	50 Hz
p	Nombre de paires de pôles	2
u	Tension d'alimentation	220 V
Rs	Résistance du stator	4.85 Ω
Rr	Résistance du rotor	3.805 Ω
Ls	Inductance du stator	0.274 H
Lr	Inductance du rotor	0.274 H
Lm	Inductance mutuelle	0.258 H
wn	Pulsation rotorique	297.25 rd/s
kf	Coefficient de frottement	0.00114 N.s/rd
J	Moment d'inertie	0.031 Kg ² /s
Tl	Couple de charge	5 N.m

Les valeurs numériques des différentes matrices sont :

$$A = \begin{bmatrix} -264.7163 & 0 & 420.9129 & 0 & 0 \\ 0 & -264.7163 & 0 & 420.9129 & 0 \\ 3.5828 & 0 & -13.8869 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5828 & 0 & -13.8869 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0366 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 32.1898 & 0 & 0 \\ 0 & 32.1898 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -64.5161 \end{bmatrix}, \quad G_1 = \begin{bmatrix} 30.3102 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -30.3102 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 121.4970 \end{bmatrix}, \quad G_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -121.4970 \end{bmatrix}$$

Le logiciel Matlab est utilisé pour l'expérimentation en simulation. Le programme Tcl / Tk sous environnement Matlab est mis en œuvre pour résoudre les conditions LMI de la relation (6) nécessaires pour calculer les matrices gains P , L , et K_i . Les S-fonctions de Simulink sont aussi utilisées pour la modélisation et l'estimation des variables d'état de la machine en prenant en considération les valeurs numériques précédemment calculées des matrices gains P , L , et K_i .

Le schéma bloc de la simulation est donné par la figure 1.

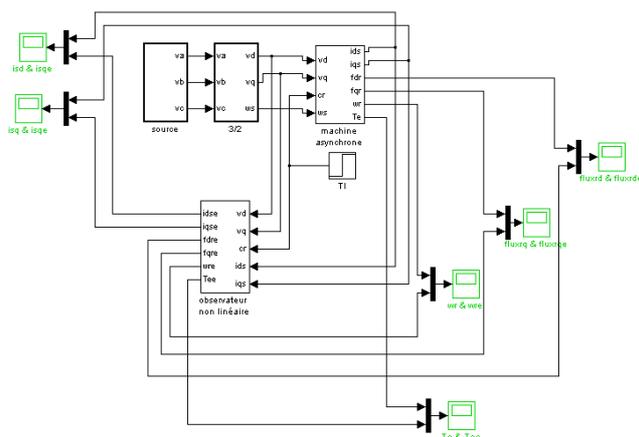


Fig. 1 : Schéma bloc de la simulation

Les valeurs numériques des différentes matrices sont :

$$P = \begin{bmatrix} 0.1730 & -0.0973 & 0,0028 & -0,0003 & -0.0330 \\ -0,0973 & 0.1730 & -0,0003 & 0,0028 & 0.0330 \\ 0,0028 & -0,0003 & 0,0853 & -0,0098 & 0,0000 \\ -0,0003 & 0,0028 & -0,0098 & 0,0853 & 0,0000 \\ -0,0330 & 0.0330 & 0,0000 & -0,0000 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 132,3582 & -0,0000 \\ -0,0000 & 132,3581 \\ -1,7914 & -0,0000 \\ 0,0000 & -1,7914 \\ 0,0000 & -0,0000 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = [-5,2394 \quad 2,9479],$$

$$K_2 = [-2,9479 \quad 5,2395],$$

$$K_3 = [4.0085 \quad -5.0085],$$

$$K_4 = [-5.0085 \quad 4.0085].$$

$$\varepsilon = 0,04;$$

Les résultats de simulation sont présentés dans les figures suivantes. La figure 2 présente les variations des composantes d et q du courant du stator mesuré et estimé par l'observateur non linéaire. La figure 3 montre les variations des composantes du flux mesuré et estimé. La figure 4 présente de la même manière des variations de la vitesse. La figure 5 présente le couple mesuré et estimé. Une simple analyse des différentes figures met en évidence que l'observateur non linéaire synthétisé estime de façon efficace les variables d'état non mesurées et s'adapte aux variations du couple de charge.

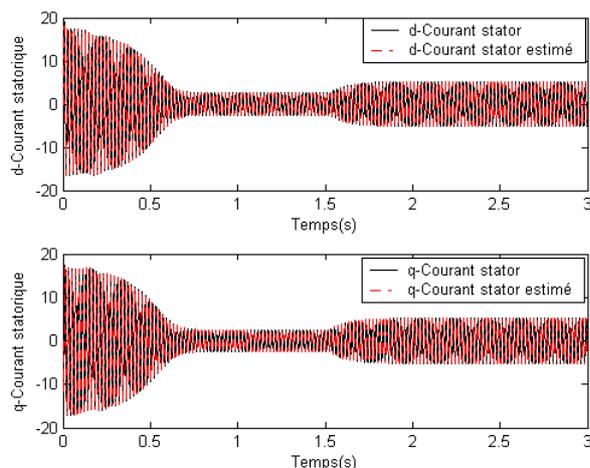


Fig. 2 : Courants stator mesurés et estimés

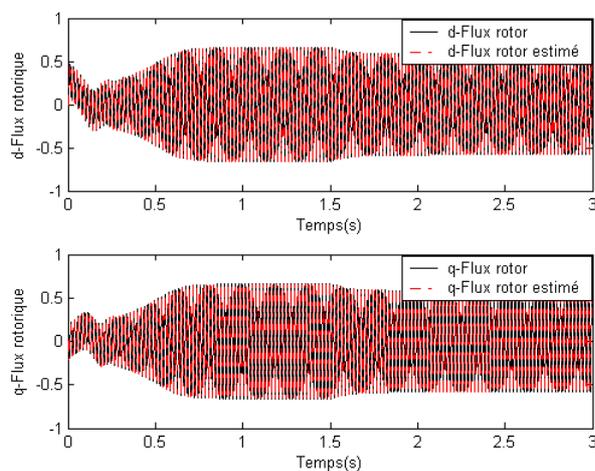


Fig.3 : Flux rotor mesurés et estimés

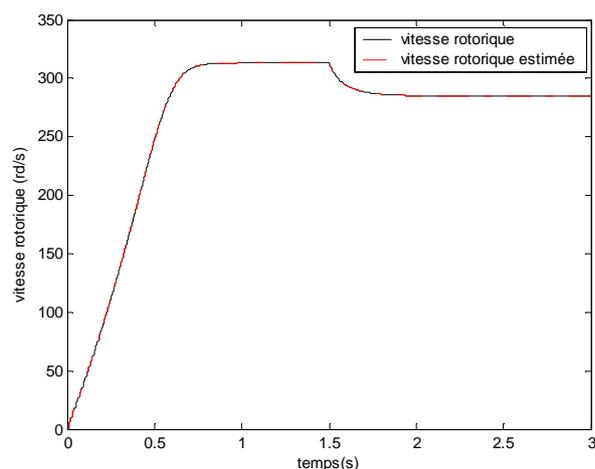


Fig.4 : Variation de la vitesse du rotor

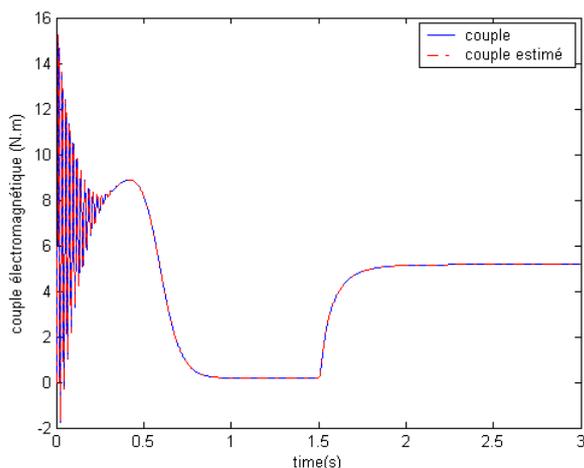


Fig.5 : Couple électromagnétique mesuré et estimé

V. CONCLUSION

Une synthèse d'un observateur non linéaire, basée sur le critère du cercle, a été présentée pour la surveillance du fonctionnement de la machine asynchrone. Pour cela un modèle non linéaire ayant pour vecteur d'état, le courant du stator, le flux du rotor et la vitesse angulaire du rotor, a été construit. Les gains de l'observateur non linéaire ont été déterminés grâce à la résolution des contraintes exprimées sous la forme d'inégalités matricielles linéaires (LMI). Les résultats de simulation montrent que l'approche du critère du cercle fonctionne bien et qu'elle peut être exploitée pour la surveillance de la machine asynchrone.

VI. REFERENCES

- [1] B. Bensaker, H. Kherfane, A. Maouche and R. Wamkeue : "Nonlinear modeling of induction motor drives for nonlinear sensorless control purposes". *Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*. Stuttgart, Germany, 2004.
- [2] A. Isidori, "Nonlinear control systems: An introduction". *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag, 1985, pp. 178-253.
- [3] A. J. Krener, A. Isidori, "Linearization by output injection and nonlinear observers". *Systems and Control Letters* n°3, 1983, pp. 47-52.
- [4] N. Kazantzis, "On the nonlinear dynamic state reconstruction problem for chemical/biochemical reaction systems in the presence of model uncertainty". *Journal of Mathematical Chemistry*, Vol. 36, n°2, 2004, pp. 169-190.
- [5] Röbenack Klaus, "Extended Luenberger Observer for nonuniformly Observable Nonlinear Systems". *Springer-Verlag. Control and Observer Design, LNCIS 322*, 2005, pp. 19-34.
- [6] N. Kazantzis, C. Kravaris, "Nonlinear observer design using Lyapunov's auxiliary theorem". *Systems & Control Letters*. Vol. 34, 1998, pp. 241-247.
- [7] N. Kazantzis, C. Kravaris, C "Discrete-time nonlinear observer design using functional equations". *Systems & Control Letters*. Vol. 42, 2001, pp. 81-94.
- [8] A. N. Atassi, H.K. Khalil, "Separation results for the stabilization of nonlinear systems using different high-gain observer designs". *Systems & Control Letters*. Vol. 39, 2000, pp.183-191.
- [9] L. B. Freidovich and H. K. Khalil, "Lyapunov-based switching control of nonlinear systems using high-gain observers". *Automatica*, Vol. 43, 2007, pp. 150-157.
- [10] N. J. Jo, J. H. Seo, "Local separation principle for non-linear systems". *International. Journal of Control*. Vol.73, n°4, 2000, pp.292-302.
- [11] M. Arcak, P. Kokotovic, "Nonlinear observers: a circle criterion design and robustness analysis". *Automatica*. Vol. 37, 2001a, pp.1923-1930
- [12] Arcak M. and P. Kokotovic, "Feasibility conditions for circle criterion designs". *Systems & Control Letters*, Vol. 42, 2001b, pp. 405-412
- [13] S. Ibrir, "Circle-criterion approach to discrete-time nonlinear observer design". *Automatica*, Vol. 43, 2007, pp. 1432 - 1441