

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Chérif Messaâdia de Souk-Ahras

Faculté des Sciences et de la Technologie



Mémoire de Magister

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Maintenance des installations Industrielles

Thème :

Étude de l'influence des paramètres de structure sur l'optimisation de la résistance des tubes en composites sous des sollicitations de torsion.

Présenté par :

Mr. Ben Amara Abdallah

Soutenu le : 21/04/2016

Devant le jury composé de :

Président	Dr. Guedri Abdelmoumene	MCA à l'Université de Souk-Ahras
Promoteur	Pr. Khelil Khaled	Professeur à l'Université de Souk-Ahras
Examineur	Pr. Bey kamel	Professeur à l'Université d'Annaba
Examineur	Dr. Bouacha Khaider	MCA à l'Université de Souk-Ahras
Examineur	Dr. Khadri Youcef	MCA à l'Université d'Annaba

Remerciements

Je tiens à remercier :

En premier lieu, le bon Dieu, le Tout puissant, de m'avoir donné autant de courage, de patience et de volonté pour atteindre ce but.

Mon encadreur le professeur **Khelil Khaled** , pour qui j'exprime ici ma profonde reconnaissance de m'avoir proposé un sujet de recherche très riche puis pour m'avoir permis d'aller jusqu'au bout de mes idées.

Et le docteur **BenAmira Mohamed**,

Mes remerciements s'adressent ensuite aux membres du jury. Je remercie vivement le (.....) pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de ce jury.

J'exprime mes remerciements au (.....) qui ont bien voulu accepter d'être les examinateurs de ce travail.

Je tiens à remercier mes amis à l'université Mohamed Chérif Messaadia - Souk-Ahras et les responsables de poste graduation.

Je tiens à remercier ma famille, pour le soutien continu qu'elle m'a apporté tout aux longs de ces années d'études.

Merci

Ben Amara Abdallah

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A Mes très chers parents (mon Père mohamed salah et ma mère fatma) qui m'ont apportés leur soutien, leur support et leur encouragement durant les moment les plus pénibles de ce long chemin.

A ma femme 'kh'

Mes frères et mes sœurs qui m'ont toujours aidés chaque fois que j'en ai eu besoin

Enfin à toute ma famille et mes amis et collègues sans exeption.

Ben Amara Abdallah

Résumé

Ce travail est consacré à l'étude de la résistance au flambement des tubes en composites. Cette étude vise la mise en évidence des paramètres qui influencent cette résistance en vue d'une optimisation des performances du tube. Cette étude tient compte des effets structurels tels que la nature et le taux de fibre, ainsi que la stratification et des différentes orientations des plis sur la résistance au flambement. De plus, les facteurs géométriques combinés à l'effet de l'orientation des fibres ont été pris en considération dans le même cadre. Dans cette optique, nous avons effectué une analyse du flambement basée sur la simulation du comportement des tubes en composites à base de verre/époxy et carbone/époxy. Pour mettre en relief les différents effets, nous avons varié les différents paramètres tels que le taux de fibre, l'orientation des plis et la stratification. Ceci a permis de mettre en évidence la variation de la résistance au flambement en fonction de ces paramètres.

Mots Clés : Composite, fibre de verre, tube, flambement, torsion

Abstract

This work is dedicated to the study of the buckling performance of composites tubes under several loading conditions. This study aim is to show the influence of structural parameters, like the fiber nature and the fraction, the ply orientation and laminate sequences for optimization study. According to this aim, we have made a study based on the simulation of the behavior by taking into account the effects of these parameters, in the case of glass/epoxy and carbon/epoxy composite tubes. The results show the buckling variation according to the parameters values.

Key words: Composite, fiber glass tube, buckling, torsion

ملخص :

هذا العمل خصص لدراسة قدرة تحمل الأنابيب المصنوعة من مواد مركبة للالتواء. هذه الدراسة تستهدف إبراز العوامل المؤثرة على هذه القدرة بغية الحصول على الأداء الأمثل للأنبوب. وتأخذ هذه الدراسة بعين الاعتبار تأثيرات البنية مثل طبيعة ومعدل الألياف، وكذلك الطبقات و التوجهات المختلفة للطيات على مقاومة الالتواء إضافة إلى العوامل الهندسية جنبا إلى جنب مع تأثير اتجاه الألياف. تحقيقا لهذه الغاية، أجرينا تحليلا لظاهرة الالتواء على أساس محاكاة سلوك أنابيب مركبة مكونة من كربون/ ايبوكسي و زجاج/ايبوكسي. لتسليط الضوء على تأثيرات مختلفة، سنغير مختلف العوامل مثل معدل الألياف، واتجاه الطيات والطبقة. وساعد ذلك على إظهار التغيير في مقاومة الالتواء وفقا لهذه المعايير.

الكلمات الفاتحة : مركب، أنبوب الألياف ألزجاجية، التواء، التواء

Liste des figures

Liste des Tableaux

Introduction générale	1
Chapitre I : Généralité sur les matériaux composites	3
I.1.Définition	4
I.2. Caractéristiques générales des matériaux composites	4
I.3. Classification des matériaux composites	5
I.4. Domaines d'utilisation	6
I.4.1. Avantage et inconvénients	7
I.5. Les matrices	8
I.5.1. Les matrices organiques	9
I.5.2. Les matrices métalliques	12
I.5.3. Matrices Céramiques	13
I.6. Les renforts	13
I.6.1. Classification des renforts	13
I.6.2. Architecture des renforts	16
I.6.3. Ensimage	18
I.7. Additifs	19
I.8. Architecture des matériaux composites	19
I.8.1 Stratifiés	19
I.9. Les procédé de fabrication des composites	22
I.9.1. Les technologies dites en moule ouverte	22
I.9.2. Les technologies dites en moule fermé	24
Chapitre II : Comportement mécanique des matériaux composites	27
II.1. L'interface fibre/matrice dans les matériaux composites UD	28
II.2. Les plis composites UD	28
II.3. Le pli de tissé	30
II.4. Le pli de mat	32
II.5. Le comportement des plaques stratifiées minces	32
II.5.1. Théorie des plaques stratifiées minces	32
II.5.2.comportement d'un pli unidirectionnel	33

II.5.3. comportement en membrane	34
II.5.4.comportement en flexion du stratifié	35
II.6. mécanisme de rupture d'un matériau composite unidirectionnel	37
II.6.1.rupture des fibres	37
II.6.2.fissuration matricielle	37
II.7. Les critères de rupture des matériaux composites	38
II.7.1. Critères en contraintes maximales	40
II.7.2. Critères en déformations maximales	42
II.7.3. Critère de Hill	43
II.7.4. Critère de Hill – Tsai	44
II.7.5. Critère tensoriel de Tsai-Wu	45
Chapitre III : Notions sur l'instabilité des systèmes déformables	46
III.1. Notion de stabilité	47
III.1.1. Définition de la stabilité	47
III.1.2. le phénomène de perte de stabilité	47
III.2. les études analytiques du flambement	49
III.3. Longueur de flambement	49
III.4. charge critique P_C	50
III.5. flambement par torsion	52
III.6. flambement de tubes orthotropes	54
III.6.1. flambement par pression externe	54
III.6.2.flambement par torsion	55
III.6.3.flambement par compression axiale	55
Chapitre IV : Etude analytique de comportement des tubes en composite cas d'un pli	56
IV.1.Etude du pli hors axe	57
IV.2. Les propriétés mécaniques des constituants	58
IV.3. Influence du taux de fibre sur la pression critique	58
IV.4. Influence des paramètres géométriques	60
Chapitre V : Simulation du flambage des tubes composites	64
V.1. Présentation de la méthode des éléments finis	65
V.2. Les structures tridimensionnelles	67
V.3. Structure à symétrie axiale	71
V.4. Matériaux de l'étude	75

V.5. La géométrie du tube	76
V.6. Discrétisation et maillage de la structure	76
V.7. Etude du comportement du tube sollicité en compression	77
V.7.1. Validation du modèle de simulation	77
V.7.2. les conditions aux limites	78
V.7.3. Cas du stratifié unidirectionnel	78
V.7.4. Cas du stratifiés croisé	79
V.7.5. Cas du stratifié quasi - isotrope	80
V.8. Etude du cas du comportement de tube sollicité en Torsion	81
V.8.1. les conditions aux limites du tube sollicité en torsion	81
V.8.2. Cas du stratifié unidirectionnel	82
V.8.3. Cas du stratifié croisé	82
V.8.4. Cas du stratifié quasi-isotrope	83
Conclusion générale	85
Liste des références bibliographiques	87
Annexes	93

Liste des figures

Chapitre I : Généralités sur les matériaux composites	3
Figure I.1. Matériau composite	4
Figure I.2. les répartitions des masses dans les automobiles	6
Figure I.3. volumes occupés par les composites sur une automobile	8
Figure I.4. Classification des matrices	9
Figure I.5. Classification des renforts	13
Figure I.6. Fibre de carbone constituée de plusieurs centaines de filaments	14
Figure I.7. Une nappe unidirectionnelle	16
Figure I.8. Tissu forme toile	16
Figure I.9. Tissu forme serge	17
Figure I.10. Tissu forme satin	17
Figure I.11. Les tissus 3D	18
Figure I.12. Les tissus 3D hybride	18
Figure I.13. Constitution d'un stratifié	19
Figure I.14. Désignation d'un stratifié	19
Figure I.15. Convention de signe pour la désignation des stratifiés	20
Figure I.16. Exemple d'un Stratifié symétrique	21
Figure I.17. Exemple d'un Stratifié séquence	21
Figure I.18. Principe de moulage au contact	22
Figure I.19. Principe de moulage par projection simultanée	23
Figure I.20. Moulage sous vide	24
Figure I.21. Principe de moulage par injection de résine	25
Figure I.22. Principe de moulage à la presse à froid	25
Figure I.23. Principe de moulage par compression	26
Figure I.24. Enroulement filamentaire	26

Chapitre II : Comportement mécanique des matériaux composites	27
Figure II.1. Interface	28
Figure II.2. Pli unidirectionnel	29
Figure II.3. Tissé équilibré	31
Figure II.4. les grandes de tissage	31
Figure II.5. sollicitations en membrane dans le stratifié	35
Figure II.6. Flexion d'une plaque composite	36
Figure II.7. Rupture de fibre	37
Figure II.8. Rupture de la matrice	38
Figure II.9. Critère de rupture	39
Figure II.10. Contraintes dans les axes principaux d'une couche	40
Figure II.11. Contraintes en-dehors des axes principaux d'une couche	42
Chapitre III : Notions sur l'instabilité des systèmes déformables	46
Figure III.1. Perte de stabilité d'une barre comprimée axialement	48
Figure III.2 Tube comprimé axialement	48
Figure III.3. Tube soumis à la torsion	48
Figure III.4. Poteau droit bi-articulé en compression	50
Figure III.5. Arbre en torsion et compression	52
Figure III.6. Flambement d'un tube par torsion	55
Chapitre IV : Etude analytique de comportement des tubes en composite cas d'un pli	56
Figure IV.1 : Orientation des plis hors axe	57
Figure IV.2 : l'influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} pour des différentes valeurs de taux de fibre (verre/époxy)	59
Figure IV.3: l'influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} pour des différentes valeurs de taux de fibre (carbone/époxy)	60
Figure VI.4 :l'influence de l'orientation θ° sur les charges critique P_{cr} pour des différents rapports D/L du tube (verre/époxy)	61
Figure IV.5:l'influence de l'orientation θ° sur les charges critique P_{cr} pour des différents rapports D/L du tube (carbone/époxy)	61

Figure IV.6 :l'influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} du flambement pour différent épaisseur du pli du tube stratifié (verre/époxy)	62
Figure IV.7 :l'influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} du flambement pour différent épaisseur du pli du tube stratifié (carbone/époxy)	62
Chapitre V : simulation du flambage des tubes composites	64
Figure V.1 : Représentation des éléments	67
Figure V.2 : Réorientation d'élément de section rectangulaire	72
Figure V.3 : la géométrie du tube.	76
Figure V.4. La configuration des points de section dans une coque intégrée numériquement	77
Figure V.5: conditions aux limites du tube à paroi mince	78
Figure V.6 : influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} (KN)	79
Figure V.7 : influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} (KN)	80
Figure V.8 : influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} (KN)	81
Figure V.9: conditions aux limites du tube à paroi mince sollicité en torsion.	81
Figure V.10 : influence de l'orientation θ° sur moment critique (N.m)	82
Figure V.11 : influence de l'orientation θ° sur moment critique (N.m)	83
Figure V.12 : influence de l'orientation θ° sur moment critique (N.m)	84

Liste des tableaux

Chapitre I : Généralités sur les matériaux composites	3
Tableau I.1. Exemples de matériaux composites, pris au sens large	5
Tableau I.2. Principales différences entre les Matrices TP et TD	9
Tableau I.3. Avantages et inconvénients de la résine Polyesters insaturés	10
Tableau I.4. Avantages et inconvénients de la résine époxyde	10
Tableau I.5. Avantages et inconvénients des résines Polyuréthanes et polyurées	11
Tableau I.6. Caractéristiques mécaniques des résines thermodurcissables	11
Tableau I.7. Caractéristiques mécaniques des résines thermoplastiques	12
Tableau I.8. Avantages et inconvénients de la Fibre de verre	14
Tableau I.9. Avantages et inconvénients de la Fibre de carbone	14
Tableau I.10. Caractéristiques moyennes des renforts	15
Chapitre III : Stabilité de l'équilibre des systèmes déformable	46
Tableau III.1. Longueur de flambement L_f en fonction des liaisons aux appuis	50
Chapitre IV : Etude analytique de comportement des tubes en composite cas d'un pli	56
Chapitre IV.1. Propriétés mécaniques des constituants	58
Chapitre V : Simulation du flambage des tubes composites	64
Tableau V.1 : propriétés mécaniques du composites	75
Tableau V.2 : Codification des séquences	80
Tableau V.3 : codification des séquences.	83

Introduction générale

Introduction générale

Depuis les années 60, le développement technologique dans l'industrie d'aéronautique et spatial a été caractérisé par la mise aux points de structures optimisées constituées fabriquées à base de matériaux spécifiquement résistants. La recherche permanente de performances techniques jointes au besoin d'optimisation et d'allègement de certaines structures a motivé l'utilisation puis le développement de matériaux spécifiques dont la composition et les caractéristiques ont été adoptées à la solution technologique des problèmes à résoudre [1].

Les matériaux composites disposent d'un nombre importants d'atouts par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : résistance mécanique, résistance chimique, légèreté, maintenance réduite, flexibilité de formes. De ce fait, ils permettent également d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques, aussi bien qu'ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. D'un autre côté, Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et éventuellement, une bonne isolation électrique. En plus du large champ de conception qu'ils mettent à disposition en permettant au même temps l'allègement des structures et la réalisation de formes très complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions [35].

Le coût de fabrication des composites est supérieur à celui des matériaux traditionnels comme l'acier, le bois ou l'aluminium. Néanmoins, en économisant des pièces de liaison et d'usinage, en réduisant de manière importante les frais de maintenance, en augmentant la durée de vie et en accroissant la sécurité, les avantages des matériaux composites peuvent se valoriser en termes de gains de l'usage.

Les constituants résine et fibre ont des propriétés mécaniques quasiment aux extrêmes de la palette des matériaux. Les fibres de verre ou de carbone offrent de très bonnes caractéristiques spécifiques (résistance et rigidité). Les composites stratifiés à fibres longues de verre ou de carbone et à matrice époxyde présentent d'excellentes propriétés mécaniques spécifiques.

A l'opposé, les matériaux traditionnels (bois, acier, aluminium) apparaissent comme une solution plus sécurisante car leurs performances techniques sont connues et répertoriées et leur comportement à l'usage est ainsi prévisible. Ils bénéficient aussi d'améliorations régulières (légèreté, traitements spéciaux pour les métaux) [4]

Les tubes qui travaillent à la torsion peuvent se rompre par instabilité, c'est une défaillance qui se produit par flexion locale de la paroi du tube. Ce phénomène peut se produire à un chargement inférieur à la limite de résistance. L'utilisation des composites dans la fabrication des tubes à paroi mince peut s'avérer une solution optimale en terme de gain en poids et de résistance. De plus, le renfort en verre ou en carbone unidirectionnel ou tissé permet d'augmenter les performances du tube.

Dans cette optique, on propose d'un côté, d'étudier la défaillance par instabilité des tubes à paroi mince fabriqué avec un composite à matrice plastique. D'un autre côté, de mettre en évidence l'influence de différents paramètres tels que l'orientation des plis, la nature du renfort et la stratification sur la rupture du tube, notamment sous des sollicitations de torsion.

Le chapitre 1 consiste en une synthèse sur les matériaux composites visant à fournir un aperçu sur les caractéristiques générales des composites, leur classification, les constituants qui entrent dans leur fabrication et leur mode et procédés de fabrication.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons le comportement mécanique des matériaux composites à travers l'interface fibre /matrice, la mécanique des stratifiés. Les mécanismes de rupture du pli unidirectionnel et les principaux critères de rupture sont présentés.

Le troisième chapitre représente la stabilité des systèmes déformables, le phénomène de flambage par compression et par torsion. Pour finir, un aperçu sur la méthode des éléments finis.

Le quatrième chapitre consiste en une étude analytique du comportement des tubes en composites constitué d'un pli et sollicité en compression.

Dans le dernier chapitre on présente une simulation par éléments finis du flambage des tubes composites. En fin, une conclusion générale, qui résume les résultats obtenus des différentes analyses ayant été conduites tout au long de cette étude, et menant à des perspectives diverses.

Chapitre I

I.1. Définition :

Dans ce contexte, Le terme “composite” désigne un matériau constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. Le tableau (I.1) présente des domaines d'application [1].

I.2. Caractéristiques générales des matériaux composites :

Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la **matrice**. La phase discontinue est appelée le **renfort ou matériau renforçant** [1], (figure I.1).

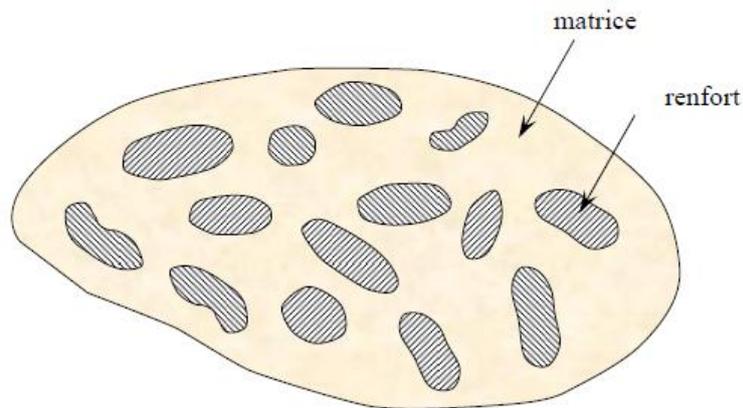


Figure I.1. Matériau composite [1].

Ces propriétés dépendent de beaucoup de facteurs qui résultent :

- ✓ des propriétés, de la nature, et de la quantité des constituants,
- ✓ de leur distribution géométrique,
- ✓ de leurs interactions, etc.... [1].

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
1. Composites à matrice Organique (CMO) Papier, carton Panneaux de particules Panneaux de fibres Toiles enduites Matériaux d'étanchéité Pneumatiques Stratifiés Plastiques renforcés	Résine/charges/fibres cellulosiques Résine/copeaux de bois Résine/fibres de bois Résines souples/tissus Elastomères/bitume/textiles Caoutchouc/toile/acier Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc. Résines/microsphères	Imprimerie, emballage, etc. Menuiserie Bâtiment Sports, bâtiment Toiture, terrasse, etc. Automobile Domaines multiples
2. Composites à matrice Minérale Béton Composite carbone-carbone Composite céramique	Ciment/sable/granulats Carbone/fibres de carbone Céramique/fibres céramiques	Génie civil Aviation, espace, sports, bio-médecine, etc. Pièces thermo-mécaniques
3. Composites à matrice Métallique	Aluminium/fibres de bore Aluminium/fibres de carbone	Espace
4. Sandwiches Peaux Ames	Métaux, stratifiés, etc. Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.	Domaines multiples

Tableau I.1 - Exemples de matériaux composites, pris au sens large [1].

I.3. Classification des matériaux composites :

Selon la nature de la matrice, on distingue trois grandes classes de composites, considérées ici par ordre croissant de tenue en température :

- ✓ Les composites à matrice polymère (CMP)
- ✓ Les composites à matrice métallique (CMM)
- ✓ Les composites à matrice céramique (CMC)

Les matériaux utilisés comme renforts présentent de bonnes propriétés mécaniques intrinsèques (carbone, alumine, silice, bore, kevlar, acier, nitrure et carbure de silicium...). Les renforts continus ou fibres longues procède un diamètre qui varie selon leur nature, entre quelques micromètres et une centaine de micromètres. Selon l'application envisagée, l'assemblage de ces fibres longues peut être unidimensionnel (plis unidirectionnels). Bidimensionnel (plis tissés, mats à fibres coupées de

quelques centimètres ou à fibres continues) ou tridimensionnel (tissus multidimensionnels). Les matrices polymères renforcées par des fibres de verre, sont employées dans les produits de grande diffusion, et possède une grande importance. Les fibres de carbone et de kevlar sont utilisées dans pour des applications plus spécifiques de hautes performances telles que l'aéronautique et l'aérospatiale.

D'autres types de renforts sont employés tels que des billes (verre, élastomère ...) et des charges (fibres broyées, écailles, poudres...). L'utilisation des (CMP) reste limitée au domaine de températures inférieures à 200°C, [2].

I.4. Domaines d'utilisation :

On rencontre les composites divers domaines d'application notamment les structures spatiales là où les déformations peuvent avoir une origine thermique avec des expositions en température pouvant varier entre -180°C à $+160^{\circ}\text{C}$. Aussi, dans les structures aéronautiques la principale motivation est le gain de masse apporté tout en conservant d'excellentes caractéristiques mécaniques [3].

L'introduction des composites dans les automobiles s'est effectuée de manière progressive. La (figure I.2) relativise la masse des matériaux à base de polymères. Néanmoins, bien que cette masse paraisse faible, elle reste relative à la masse volumique de l'acier qui est environ quatre fois plus élevée que celle des polymères. Donc, les proportions en volume des matériaux plastiques sont bien plus importantes. Sachons que, les matériaux plastiques incluent les composites [13].

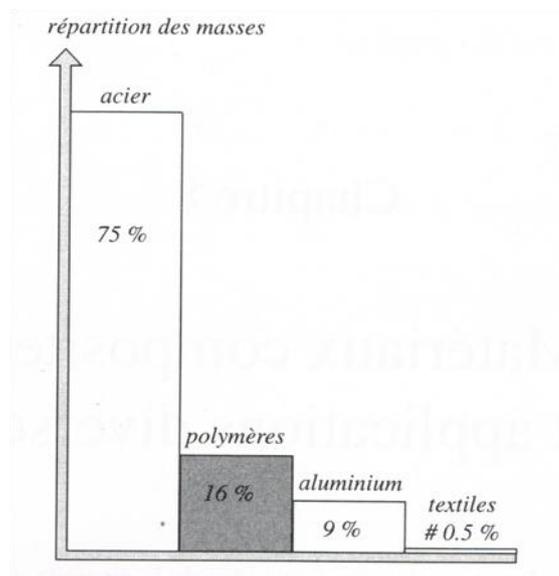


Figure I.2 : les répartitions des masses dans les automobiles [13].

I.4.1. Avantages et inconvénients :

- L'allègement des véhicules : un gain de masse de 1 kilogramme induit un gain final de 1,5 kilogramme, du fait de l'allègement consécutif des organes mécaniques.
- La réduction des coûts : par réduction du nombre de pièces nécessaires à la réalisation d'un élément, et par réduction de l'isolation aux bruits.
- La résistance à la corrosion des pièces composites.

On peut signaler comme inconvénients notables :

- La difficulté, en fabrication de grande série, d'obtenir des états de surface aussi bons que ceux des tôles métalliques peintes.
- Pour la carrosserie, le passage dans le circuit de peinture des tôles s'effectue à température élevée, de même que les traitements de surfaces préalables.

L'introduction progressive, au cours des dernières années, d'un nombre croissant de pièces en verre/matrices organiques, dont on peut dresser la liste suivante :

- **Pièces de carrosserie** : Capot moteur, couvercle de coffre, hayon arrière, ailes, pavillons, toits ouvrant, portières, pare-choc.....
- **Pièces intérieures** : Carcasses de sièges, planches de bord et consoles centrales, poignées...
- **Pièces sous capot** : support de phares, carters de direction, couvercles de culasse, têtes de delco, arbres de transmission, pièces de moteurs et de boîtes de vitesses.....
- **Pièces de structure** : traverses et longerons, ressorts à lames, éléments de planchers [13].

La (figure I.3) montrent l'importance des volumes actuellement occupés par les composites sur une automobile.

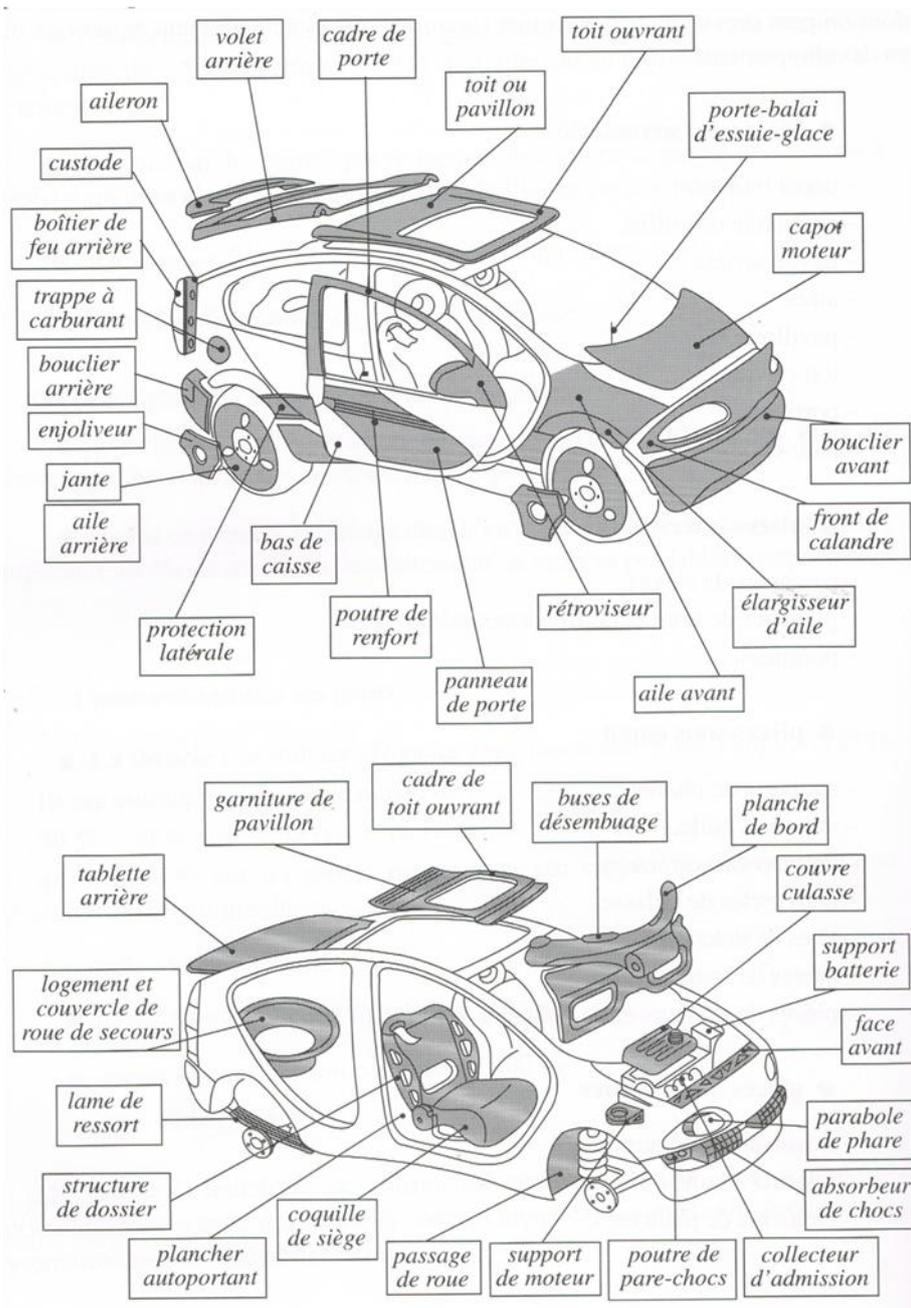


Figure I.3 : volumes occupés par les composites sur une automobile [13].

I.5. Les matrices :

Le rôle de la matrice est principalement de lier les fibres, mais aussi, d'assurer une répartition spatiale est homogène du renfort. D'un point de vue mécanique, la matrice transmet et répartie les efforts extérieurs vers le renfort. D'un autre coté, elle apporte à la structure une tenue chimique et donner la forme désirée au produit [5], (figure I.4).

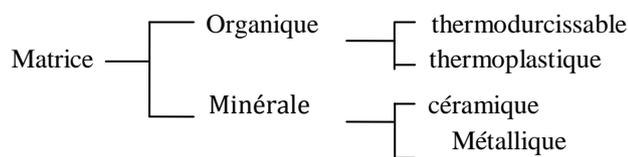


Figure I.4. Classification des matrices. [6]

I.5.1. Les matrices organiques :

Les matrices en polymère de synthèse sont les plus couramment rencontrées dans les composites de grande diffusion. Associées à des fibres de verre, d’aramide ou de carbone, elles ont un faible module et une faible résistance à la traction, mais se prêtent facilement à l’imprégnation des renforts pour leur fabrication. La structure des thermoplastiques (TP) se présente sous forme de chaînes linéaires, ils ont besoin d’être chauffés pour les mettre en forme. Le refroidissement par contre permet de les fixer (les chaînes se bloquent). Pour le cas des thermoplastiques (TP) l’opération est réversible. La structure des thermodurcissables (TD) possède la forme d’un réseau tridimensionnel, le durcir dans ce cas est définitive, la transformation est donc irréversible [5].

Les principales différences entre les Matrices (TP) et (TD) sont représentées dans le tableau (I.2) :

Matrices	Thermoplastiques (TP)	Thermodurcissables (TD)
Etat de base	Solide prêt à l’emploi	Liquide visqueux à polymériser
Stockage	Illimité	Réduit
Moulage	Chauffage+ refroidissement	Chauffage continu
Cycle	Court	Long
Tenue thermique	Réduite	Bonne
Tenue au choc	Assez bonne	Limitée
Chutes et déchets	Recyclables	Perdus ou recyclés en charge
Mouillabilité renforts	Difficile	Aisée

Tableau I.2. Principales différences entre les Matrices TP et TD [5].

I.5.1.1. Les matrices thermodurcissables :

Principalement nous avons :

➤ Polyesters insaturés :

C’est la résine la plus utilisée dans le cas de composites de grande distribution. Une résine de polyester insaturé contenant un monomère insaturé est réticulée à température ambiante. Par addition d’un catalyseur de type peroxyde organique et d’un accélérateur, elle passe successivement de l’état liquide visqueux à l’état solide en passant par un état de gel. La réaction de durcissement dépend de la réactivité de la résine, de la forme de l’objet fabriqué (épaisseur, etc.) [5], Les avantages et les inconvénients de la résine Polyesters insaturés sont représentés dans le tableau (I.3) :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Bonne accroche sur fibres de verre - Bonne résistance chimique - Mise en œuvre facile - Tenue en température (> 150 °c) - Prix réduit 	<ul style="list-style-type: none"> - Inflammabilité (sauf résines chlorées) - Tenue vapeur et eau bouillante - Retrait important (6 à 15 %) - Durée de conservation en pot limitée

Tableau I.3. Avantages et inconvénients de la résine Polyesters insaturés [5].

➤ **Vinylesters :**

Elle peut être considérer comme une variante des polyesters produite à partir d'acides acryliques. Elles possèdent une bonne résistance à la fatigue et un excellent comportement à la corrosion.

➤ **Phénoliques :**

Elles sont issues de la polycondensation du phénol et du formol. Elle se caractérise par une bonne tenue au feu, sans fumée. Elles la caractéristique d'être fragiles, sensibles à l'humidité, difficiles à colorer et à mettre en œuvre.

➤ **Epoxydes :**

Elles résultent de la polyaddition de l'épichlorhydrine sur un polyalcool et constitue la résine type des composites hautes performances (HP).

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Tenue mécanique - Tenue thermique - Tenue chimique - Tenue Fatigue - Faible retrait (1 à 2%) - Excellente adhérence sur fibres - Mise en œuvre facile 	<ul style="list-style-type: none"> - Prix élevé - Sensibilité à l'humidité - Vieillessement sous température - Sensibilité aux chocs

Tableau I.4. Avantages et inconvénients de la résine époxyde [5].

➤ **Polyuréthannes et polyurées :**

Dans l'application composite, on utilise surtout des formules élastomériques dont la faible viscosité permet un bon remplissage du moule. Les avantages et les inconvénients des résines polyuréthannes et polyurées sont représentés sur le tableau (I.5) :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Facilité de moulage - Tenue chimique - Vieillessement 	<ul style="list-style-type: none"> - Résistance mécanique réduite - Coloration en masse difficile - combustibilité

Tableau I.5. Avantages et inconvénients des résines Polyuréthanes et polyuréées [5].

➤ **Polyamides :**

Ces résines sont surtout utilisées dans les composites (HP), lorsque l'on cherche une bonne stabilité sous hautes températures (> 250 °C). Elles restent toute fois très difficiles à mettre en œuvre.

Les caractéristiques des matrices thermodurcissables sont représentées dan le tableau (I.6) :

Matrices TD → ↓ Caractéristiques	Epoxyde	Phénolique	Polyester	Polycarbonate	Vinylester	Silicone	Uréthane	Polyimide
Masse volumique (kg.m ⁻³)	1200	1300	1200	1200	1150	1100	1100	1400
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	4500	3000	4000	2400	3300	2200	700à7000	4000 à 19000
Module de cisaillement (MPa)	1600	1100	1400	/	/	/	/	1100
Coefficient de Poisson	0.4	0.4	0.4	0.35	/	0.5	/	0.35
Contrainte de rupture (traction) MPa	130	70	80	60	75	35	30	70
Allongement à rupture %	2	2.5	2.5	/	4	/	100	1
Coefficient de dilatation thermique °C ⁻¹ *10 ⁻⁵	11	1	8	6	5	/	/	8

Tableau I.6. Caractéristiques mécaniques des résines thermodurcissables [5].

I.5.1.2. Les matrices thermoplastiques :

Les résines TP ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont solides et nécessitent une transformation à très haute température. Un renforcement de fibres courtes leur confère une tenue thermique et mécanique améliorée et une bonne stabilité dimensionnelle. Ce sont donc essentiellement les suivants, qui possèdent tous une tenue en température supérieure à 100 °c [5] :

- Polyamide (PA), tenue au choc, bonne résistance à la fatigue et aux hydrocarbures.
- Polytéraphthalate éthylénique et butylénique (PET, PBT), bonne rigidité, bonne ténacité.

- Polycarbonate (PC), tenue au choc.
- Polysulfure de phénylène (PPS), résistance à l'hydrolyse.
- Polyoxyméthylène (POM), bonne tenue à la fatigue.
- Polysulfurés (PSU), bonne stabilité chimique et à l'hydrolyse, peu de fluage, tenue au chaud.
- Polypropylène (PP), peu onéreux et assez stable en température, mais combustible.

De plus en plus, on utilise des thermoplastiques thermostables, en particulier:

- Polyamide-imide (PAI).
- Polyéther-imide (PEI).
- Polyéther-sulfone (PES).
- Polyéther-éther-cétone (PEEK).

Les caractéristiques des matrices thermoplastiques sont représentées dans le tableau (I.7) :

Matrices TP  Caractéristiques 	PP	PPS	PA	PES	PEI	PEEK
Masse volumique (kg.m⁻³)	900	1300	1100	1350	1150	1300
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	1200	4000	2000	3000	3300	4000
Coefficient de Poisson	0.4	/	0.35	/	/	/
Contrainte de rupture (traction) MPa	30	65	70	85	105	90
Allongement à rupture %	20à400	100	200	60	60	50
Coefficient de dilatation thermique °C⁻¹*10⁻⁵	9	5	8	6	6	5

Tableau I.7. Caractéristiques mécaniques des résines thermoplastiques [5].

I.5.2. Les matrices métalliques :

L'imprégnation de renforts par un alliage liquide étant une opération techniquement délicate, en pratique seuls les alliages d'aluminium sont utilisés dans ce type de technique, associés à des fibres ou particules de graphite ou de céramiques. Ils sont faciles à mettre en œuvre car leur température de fusion est relativement basse. Le compromis obtenu entre la ténacité de la matrice métallique et la rigidité des renforts donne au composite des caractéristiques mécaniques intéressantes par rapport à

l'alliage seul, surtout au-dessus de 200 °C. Leur coût de mise en œuvre élevé réserve les composites à matrice métallique aux applications aéronautiques et spatiales [7].

I.5.3. Matrices Céramiques :

Des composites à matrices céramiques peuvent être obtenus par imprégnation de préformés de fibres (métaux, verres, aramides, carbone, céramique) soit par des suspensions liquides, ensuite frittées en température sous haute pression, soit par des gaz réactifs permettant un dépôt entre les fibres (notamment pour les composites carbone-carbone) [7].

I.6. Les renforts :

Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes : Linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus) [6].

I.6.1. Classification des renforts :

La classification des types de renforts couramment rencontrés est indiquée sur la (figure I.5) :

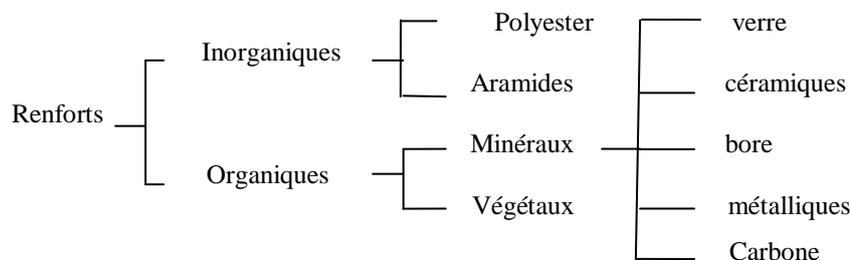


Figure I.5. Classification des renforts [6].

➤ **Fibre de verre** : elles constituent le renfort essentiel des composites (GD). Elle est obtenue à partir de silice (SiO₂) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore). On distingue trois types de fibres de verre [8]:

Verre E : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes.

Verre R : pour les composites hautes performances.

Verre D : pour la fabrication de circuits imprimés (propriétés diélectriques).

Les avantages et les inconvénients des fibres de verre sont représentés sur le tableau (I.8) :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> -Bonne résistance thermique et électrique -Bonne résistance aux agents chimiques et à l'humidité. -Bonne compatibilité avec les matrices organiques. -Faible coût. 	<ul style="list-style-type: none"> -Caractéristiques mécaniques moyennes, notamment la rigidité élastique. -Tenue au choc médiocre.

Tableau I.8. Avantages et inconvénients de la fibre de verre [7].

➤ **Fibre de carbone** : c'est la fibre la plus utilisées dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN (Polyacrylonitrile), (figure I.6). Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres de carbone [5] :

- Fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C.
- Fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

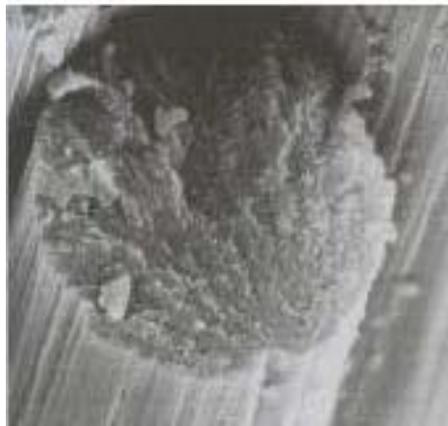


Figure I.6. Fibre de carbone constituée de plusieurs centaines de filaments [9].

Les avantages et les inconvénients des fibres de carbone sont représentés sur le tableau (I.9) :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> -Grande résistance à la traction et grande rigidité longitudinale. - Très bonne tenue en température sans chute de propriétés (jusqu'à 1 500 °C en atmosphère non oxydante). - Inertie à la corrosion et aux agents chimiques. - Coefficient de dilatation longitudinal très faible. 	<ul style="list-style-type: none"> - Fragilité au choc; - Fragilité à la courbure ou au pliage; - Coût élevé.

Tableau I.9. Avantages et inconvénients de la Fibre de carbone [7].

- **Fibre d'aramide** : souvent appelée KEVLAR, la fibre d'aramide est issue de la chimie des polyamides aromatiques à liaisons amides dont les propriétés sont différentes des polyamides aliphatiques. On peut rencontrer deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes [8]:
 - Les fibres bas module (70 GPa): utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles.
 - Les fibre haut module (130 GPa): utilisées pour les composites HP.

- **Fibre à base de bore** : fibres de haut module et insensibles à l'oxydation à hautes températures, elles Sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène [5].
- **Fibre à base de silice ou de quartz** : elles sont produites comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de Fusée [5].
- **Fibres de polyéthylène de haut module** : elles présentent une très bonne résistance à la traction mais une mauvaise mouillabilité. Pour des structures peu sollicitées, on peut encore utiliser des fibres synthétiques courantes de polyamide ou polyester [5].

Les caractéristiques des renforts sont représentées dans le tableau (I.10).

Renforts 	Verre E	Verre R	Carbone HM	Carbone HR	Kevlar	Bore	Silicate d'alumine	Polyéthylène
Caractéristiques 								
Diamètre du filament (µm)	16	10	6.5	7	12	100	10	/
Masse volumique (kg.m⁻³)	2600	2500	1800	1750	1450	2600	2600	960
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	74000	86000	390000	230000	130000	40000	20000	10000
Module de cisaillement (MPa)	30000	/	20000	50000	12000	/	/	/
Coefficient de Poisson	0.25	0.2	0.35	0.3	0.4	/	/	/
Contrainte de rupture (traction) MPa	2500	3200	2500	3200	2900	3400	3000	3000
Allongement à rupture %	3.5	4	0.6	1.3	2.3	0.8	1.5	/
Coefficient de dilatation thermique °C⁻¹*10⁻⁵	0.5	0.3	0.08	0.02	-0.2	0.4	/	/

Tableau I.10. Caractéristiques moyennes des renforts [5].

I.6.2. Architecture des renforts :

La plupart des renforts travaillent bien en traction, contrairement à leurs performances en compression et en cisaillement. Il est donc impératif de jouer sur la texture et la géométrie des renforts pour créer une architecture adaptée. Il existe différentes géométries et textures de renforts [5]:

I.6.2.1. Les unidirectionnels (UD) :

Dans une nappe unidirectionnelle, les fibres sont assemblées parallèlement les unes par rapport aux autres à l'aide d'une trame très légère, (figure I.7). Taux de dés équilibre très grand.

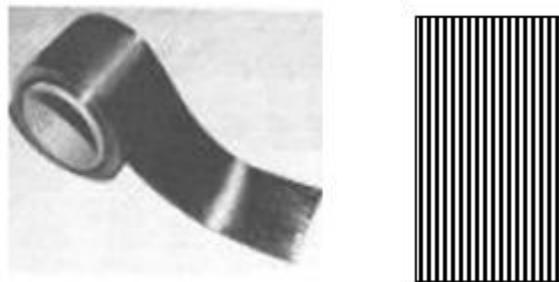


Figure I.7. Une nappe unidirectionnelle [9].

I.6.2.2. Les tissus :

Les tissus se composent de fils de chaîne et de trame perpendiculaires entre eux. Le mode d'entrecroisement ou armure les caractérise [5].

- **Toile ou taffetas** : chaque fil de chaîne passe dessus puis dessous chaque fil de trame, et réciproquement, (figure I.8). Le tissu présente une bonne planéité et une rigidité relative. Cependant, il est peu déformable pour la mise en œuvre. Les nombreux entrecroisements successifs génèrent un embuvage important et réduisent les propriétés mécaniques [5].

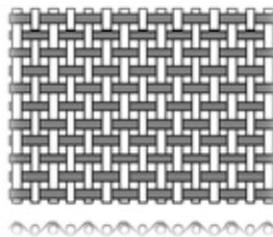


Figure I.8. Tissu forme toile [10].

- **Sergé** : chaque fil de chaîne flotte au dessus de plusieurs (n) fils de trame et chaque fil de trame flotte au dessus de (m) fils de chaîne, (figure I.9). Armure de plus grande souplesse que le taffetas ayant une bonne densité de fils [1].

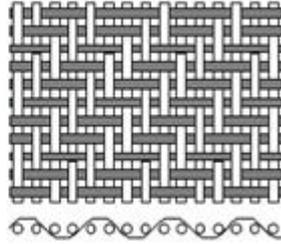


Figure I.9. Tissu forme sergé [10].

- **Satin** : chaque fil de chaîne flotte au dessus de plusieurs $(n-1)$ fils de trame et réciproquement, figure (I.10). Ces tissus ont des aspects différents de chaque côté. Ces tissus sont assez souples et adaptés à la mise en forme de pièces à surfaces complexes. Ce type de tissu présente une forte masse spécifique. Comme un tissu est difficilement déformable sur une surface gauche, on réalise également pour des utilisations spécifiques des armures bi ou tridimensionnelle [5].

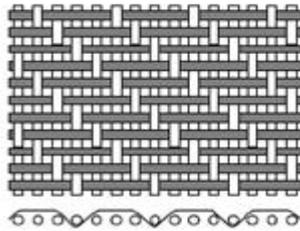
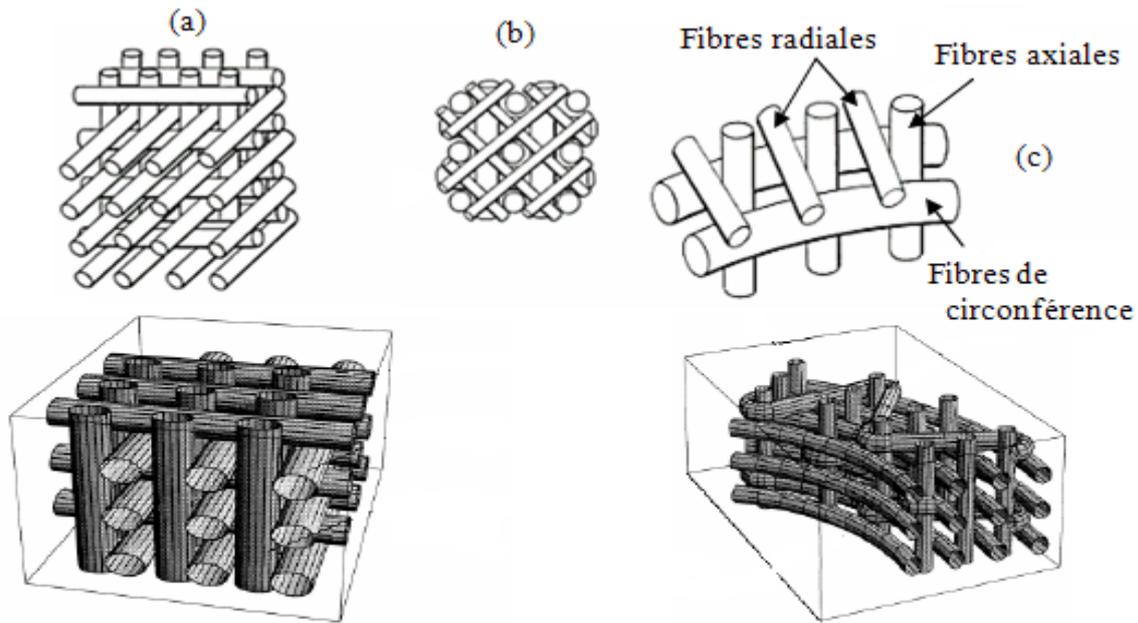


Figure I.10. Tissu forme satin [10].

Il est également possible de réaliser des structures de renforts *3D*, (figure I.11), et de renforts hybrides en tissant des fibres de natures différentes ou, en superposant des tissus ou nappes de renforts de fibres différentes, (figure I.12). En termes de performance, les préformes *3D* sont considérées comme des solutions de motif pour augmenter la résistance dans l'épaisseur, la prévention du délaminage et pour l'augmentation de la résistance à l'impact [11].



(a) et (b) pour géométrie cubique
(c) pour géométrie cylindrique

Figure I.11. Les tissus 3D [36,37].

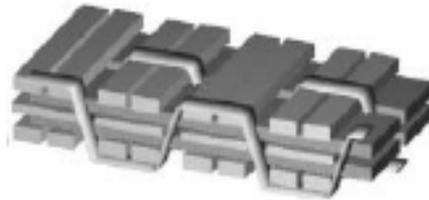


Figure I.12. Les tissus 3D hybride [12].

I.6.3. Ensimage :

L'ensimage est une dispersion aqueuse spécifique comportant un agent collant, un agent pontant et des antistatiques permettant d'assurer différents rôles [5] :

- Compatibilité de la liaison fibre
- matrice.
- Cohésion inter filamentaire (raideur du fil) pour qu'il soit manipulable.
- Protection contre l'abrasion générée par la mise en œuvre (frottement contre pièces métalliques).
- Elimination des charges électrostatiques dues aux frottements.
- Augmentation du mouillage de la fibre au cours de l'imprégnation.

I.7. Additifs :

Des produits peuvent être incorporés à la résine pour renforcer les propriétés mécaniques (charges renforçantes, par exemple les charges sphériques creuses 5 à 150 μ m) [6]. Des additifs, de type colorant ou agent de démoulage sont largement utilisés lors de la conception.

I.8. Architecture des matériaux composites :

- Par surface : plaques, coques
- Par stratification de couches successives

I.8.1 Stratifiés :

Les stratifiés sont constitués de couches successives (appelées parfois plis) de renforts imprégnés de résines. (Figure I.13) [1].

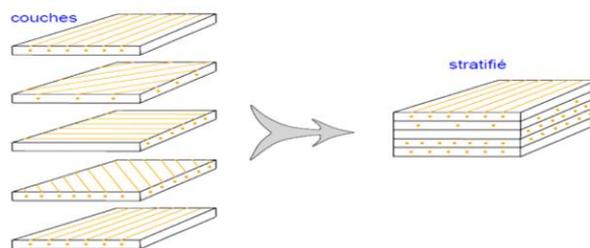


Figure I.13. Constitution d'un stratifié [1].

I.8.1.1. Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels :

Ces stratifiés sont constitués de couches de fils ou de tissus unidirectionnels, dont la direction est décalée dans chaque couche (Figure I.14).

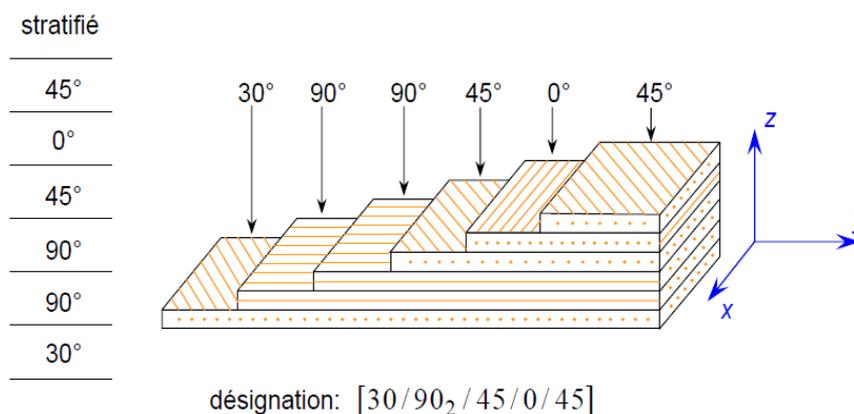


Figure I.14. Désignation d'un stratifié [1].

La désignation de ces stratifiés est généralement effectuée selon le code suivant [1]:

- Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degrés de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe x de référence.
- Les couches successives sont séparées par un slash (/) si leurs angles sont différents.
- Les couches successives de même orientation sont désignées par un indice numérique.
- Les couches sont nommées successivement en allant d'une face à l'autre.

❖ *Angles positifs et négatifs*

Lorsque des couches sont orientées à des angles égaux en valeurs absolues, mais de signes opposés. La convention pour les angles positifs ou négatifs dépend du système d'axes choisi : une inversion peut apparaître suivant le choix effectué [1] (figure I.15).

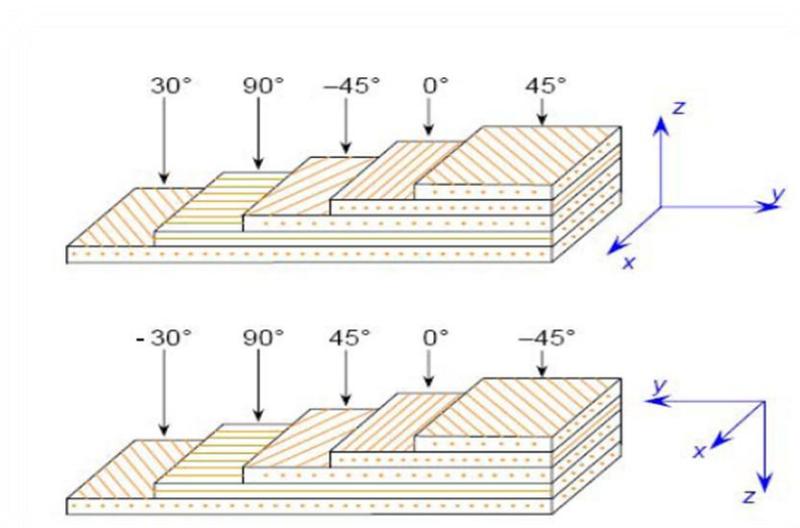


Figure I.15 : convention de signe pour la désignation des stratifiés [1].

I.8.1.2. Stratifiés symétriques :

Un stratifié est symétrique si son plan moyen est un plan de symétrie. Sa désignation ne nécessite alors que la moitié des couches successives [1]. Si le stratifié a un nombre pair de couches, la désignation débute sur une face pour finir au plan de symétrie. Un indice (s) indique que le stratifié est symétrique, figure (I.16). Si le stratifié comporte un nombre impair de couches, la désignation est semblable à la précédente, la couche centrale étant surlignée.

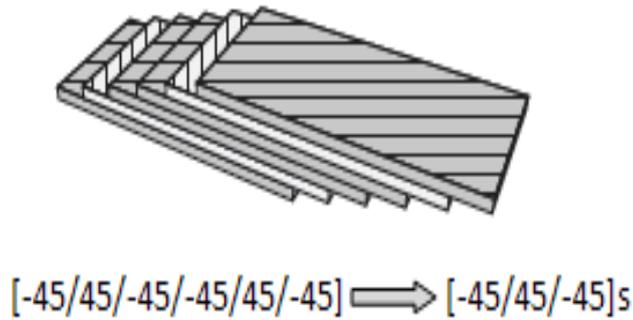


Figure I.16. Exemple d'un Stratifié symétrique [6].

Lorsque la symétrie miroir est réalisée, elle entraîne la symétrie de ces contraintes, et empêche ainsi l'apparition des déformations d'ensemble de la pièce : voilement ou gauchissement, dues aux dilatations thermiques lors de la fabrication [13].

I.8.1.3. Stratifiés séquence :

La répétition des séquences peut être indiquée par le nombre de fois où une séquence est successivement répétée, figure (I.17) [1].

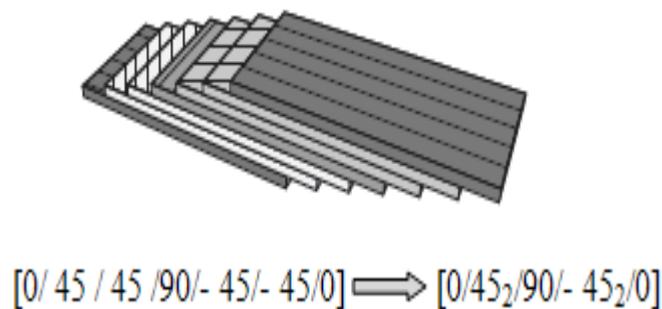


Figure I.17. Exemple d'un Stratifié séquence [6].

I.8.1.4. Stratifiés hybrides :

Les stratifiés hybrides sont constitués de couches successives comportant des fibres de natures différentes. Il sera alors nécessaire de les mentionner dans la désignation [1]. Les stratifiés hybrides permettent d'être plus performants en utilisant au mieux les propriétés des diverses fibres disponibles. Parmi les différents hybrides, on peut distinguer [13]:

- **Les hybrides intercouches** : constitués d'une suite de couches, chacune de nature différente.
- **Les hybrides intracouches** : constitués par une séquence de couches identiques, chaque couche étant constituée de renforts différents.

I.9. Les procédés de fabrication des composites :

De nombreuses méthodes de fabrication ont été développées pour répondre aux besoins de l'industrie, leur choix dépend surtout des caractéristiques mécaniques et de la géométrie du produit. On peut citer [5]:

I.9.1. Les technologies en moule ouvert :

I.9.1.1. Moulage au contact :

On procède à la réalisation de pièces à partir de résines thermodurcissables, à température ambiante et sans pression.

Les renforts sont déposés sur le moule et imprégnés de résine liquide, accélérée et catalysée. Après durcissement de la résine, la pièce est démoulée.

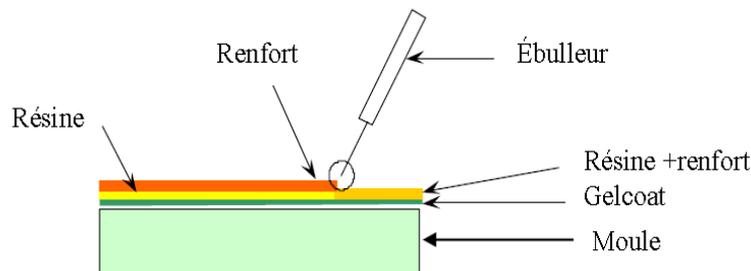


Figure I.18: principe de moulage au contact [5].

On utilise cette technologie de moulage dans le cas de fabrication de petites séries de pièces : de 1 à 1000 pièces / an, pièces de très grandes dimensions. Ce type de moulage présente des avantages tels que :

- ✓ Très larges possibilités de formes
- ✓ Pas de limite dimensionnelle
- ✓ Une surface lisse gelcoatée (aspect, tenue à la corrosion)
- ✓ Propriétés mécaniques moyennes à bonnes
- ✓ Investissements spécifiques très faibles
- ✓ Moules simples, peu onéreux, rapide à réaliser en interne.

Mais aussi il se limite à:

- ✓ Une seule face lisse

- ✓ Nécessité de finition (détourage, perçage, etc.)
- ✓ Qualité tributaire de la main d'œuvre
- ✓ Faible cadence de production par moule
- ✓ Espace de travail important
- ✓ Conditions de travail médiocres

I.9.1.2. Moulage par projection simultané :

Les matières premières sont mises en œuvre à l'aide d'une machines de projection comprenant :

- Un dispositif de coupe.
- Projection du renfort (roving).
- Un ou deux pistolets projetant simultanément la résine.

Les fils coupés et la résine sont projetés sur la surface du moule puis compactés et ébullés à l'aide de rouleaux et d'ébulleurs. La résine préaccélérée est catalysée en continu lors de sa projection.

Parmi les avantages associés à ce type de moulage on retrouve :

- ✓ Très larges possibilités de forme et dimensions
- ✓ Travail simplifié, suppression de la mise en forme obtenue directement par la projection
- ✓ Investissements très modérés
- ✓ Moules simples, peu onéreux, rapides à réaliser en interne.

En plus des limites rencontrées par le moulage au contact, celui-ci se limite à des propriétés mécaniques moyennes.

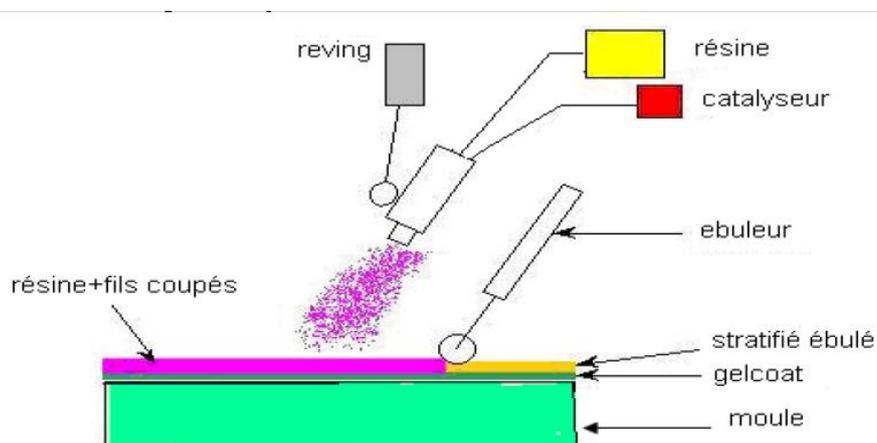


Figure I.19: principe de moulage par projection simultanée [5].

I.9.2 Les technologies en moule fermé :

I.9.2.1 Moulage sous vide :

Le moulage sous vide s'effectue en utilisant un moule ouvert sur lequel on dispose les couches de renfort imprégné.

Le renfort est placé à l'intérieur du moule et la résine catalysée est versée sur ce dernier, une feuille de plastique souple vient couvrir le tout hermétiquement, l'étanchéité est assurée au moyen d'un joint placé sur le périmètre. Le vide est fait sous la feuille de plastique des bulles d'air, fluage de l'excédent de résine qui est absorbé par un tissu de pompage. L'ensemble est ensuite soumis à polymérisation en étuve ou en autoclave. La résine peut également être injectée par l'aspiration consécutive au vide. On utilise ce type de moulage dans le cas d'une production en petites séries de pièces nécessitant deux faces lisses.

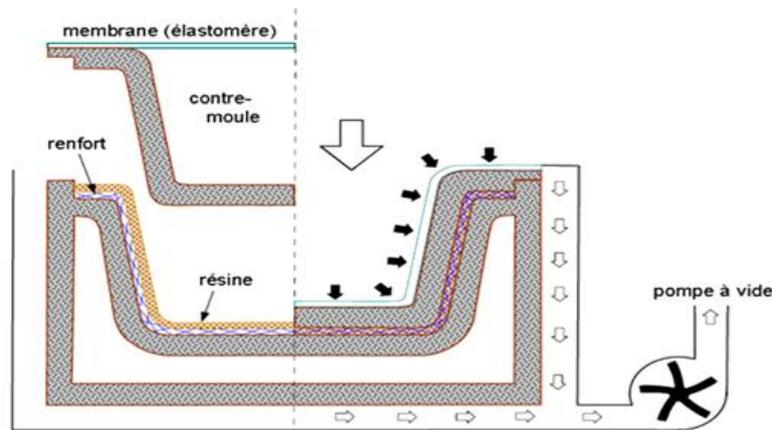


Figure I.20 : Moulage sous vide [1].

I.9.2.2 Moulage par injection basse pression de résine (RTM) :

Le moulage par injection de résine liquide RTM (Résine Transfert Molding) s'effectue entre moule et contre-moule rigides. Le renfort (mats, préforme, éventuellement tissus) est mis en place dans le moule, ensuite, la résine, accélérée et catalysée, est injectée sous faible pression (1.5 à 4 bars) à travers le renfort jusqu'au remplissage complet de l'empreinte. La pression de moulage est faible et le procédé convient pour des cadences jusqu'à 30 pièces par jour.

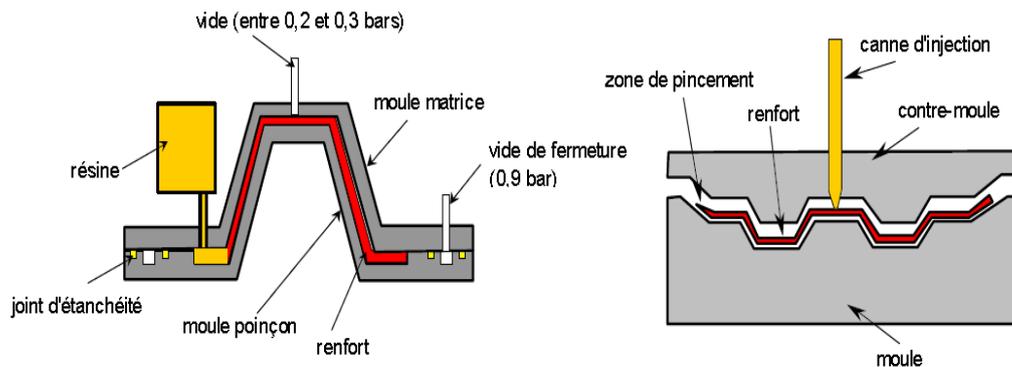


Figure I.21 : principe de moulage par injection de résine [5].

I.9.2.3 Moulage à froid :

C'est un moulage dans lequel on se sert d'une presse à compression entre moule et contre moule rigides initialement sans apport thermique extérieur. Le renfort (mat) est posé sur la partie inférieure du moule, la résine dotée d'un système catalytique très réactif, est tout de suite versée en vrac. La fermeture du moule sous pression (2 à 4 bars) entraîne la répartition de la résine dans l'empreinte et l'imprégnation du renfort. Le durcissement de la résine est accéléré progressivement par l'élévation de température du moule.

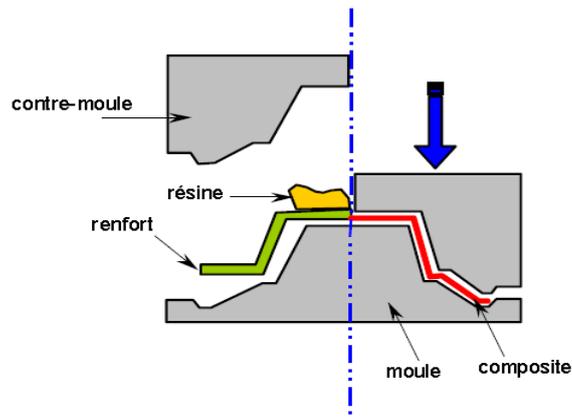


Figure I.22 : Principe de moulage à la presse à froid [5].

I.9.2.4 Moulage par injection de compound BMC :

Le compound (Bulk Molding Compound), est une masse à mouler constituée de résine, de charges et d'adjuvants divers, renforcé par des fils de verre coupés. Cette masse est préparée dans un malaxeur. Le moulage se fait à chaud (130-150 °C) par injection (principalement) entre moule et contre moule en acier usiné. La pression (50 à 100 bars) de fermeture du moule entraîne le fluage de la matière préalablement dosée et le remplissage de l'empreinte. Le temps de durcissement très

court permet un démoulage rapide. On utilise ce type de moulage pour une production en grandes séries, et pour des pièces de taille petite et moyenne, plus ou moins épaisses.

I.9.2.5. Moulage par compression de mat pré imprégné SMC :

Le mat pré imprégné (Sheet Molding Compound) est une nappe de fils coupés ou continus, imprégné par un mélange de résine polyester, de charges et d'adjuvants spécifiques divers. Découpé en flans de masse et dimensions déterminées, le mat pré imprégné est moulé à chaud (140 à 160°C) par compression entre un moule et un contre moule en acier usiné.

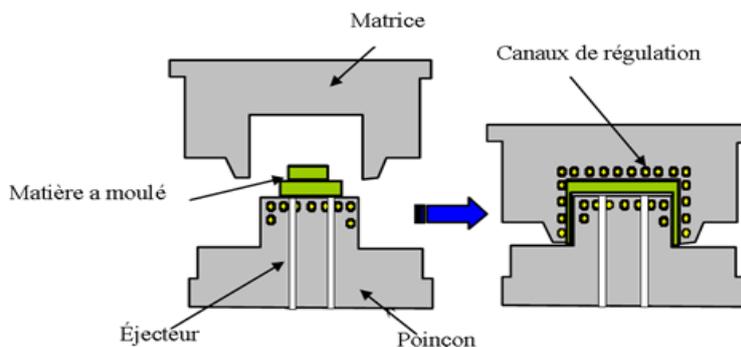


Figure I.23 : principe de moulage par compression [5].

I.9.2.6. Moulage par enroulement filamentaire :

Suivant le schéma ci-après, il peut être intégré dans une chaîne de fabrication en continu, et ainsi autoriser l'obtention de tubes de grande longueur. [13]. Pour des pièces de révolution à méridienne quelconque, l'enroulement est réalisé sur un mandrin de forme démontable, puis polymérisé en étuve ou en autoclave. Ce procédé est utilisé pour la fabrication de pièces devant résister aux pressions internes, (réservoirs, corps de propulseur etc.)

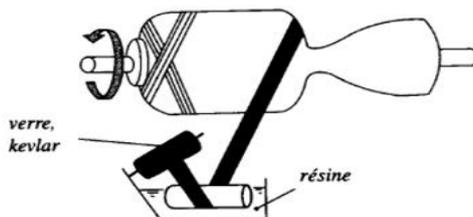


Figure I.24 : Enroulement filamentaire [13].

Chapitre II

II.1. L'interface fibre/matrice dans les matériaux composites :

En générale, L'interface n'est pas seulement une simple discontinuité entre les deux phases du matériau hétérogène ou leur juxtaposition mais [14] :

- ➔ La combinaison des portions éventuellement altérées de l'une et/ou l'autre des deux phases.
- ➔ Séparées par une zone de réaction ou par un constituant volontairement interposé entre elles, par exemple, l'ensimage qui protège les fibres de verre pendant toutes les opérations textiles avant imprégnation par la résine.
- ➔ Se forme au moment de l'élaboration du matériau et conditionne le comportement dans les conditions de services en plus des phases constituantes.
- ➔ Assurer la continuité physique d'un constituant à l'autre à travers tout le matériau en empêchant, à titre d'exemple, la formation de porosités ou l'accumulation d'humidité.
- ➔ On compte que les fibres du composites travaillent ensemble et que la matrice est là pour répartir et transmettre les efforts entre fibres, mais ces effort doivent d'abord passer à l'interface.
- ➔ Les fissures peuvent ainsi être déviées ou stoppées se qui peut protéger les phases.

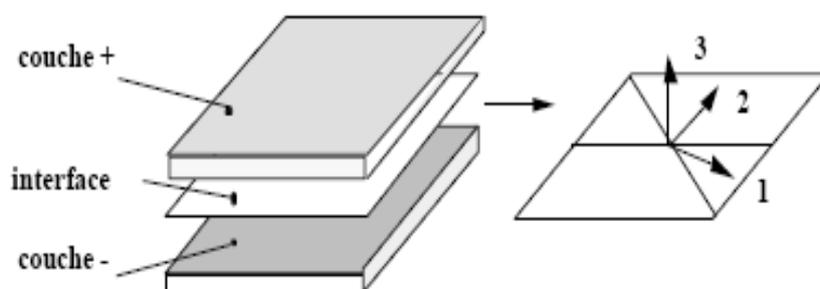


Figure II.1: Interface [15]

II.2. Les plis Unidirectionnels :

Un pli unidirectionnel (UD) est défini par un repère de sollicitation ($1, 2$) où 1 est la direction des fibres et 2 la direction transverse aux fibres. Soit V_f sa fraction volumique de renfort. L'anisotropie éventuelle des fibres est prise en compte en utilisant les indices x et y pour différencier leurs propriétés longitudinales et transverses. La matrice est quant à elle considérée comme isotrope [16].

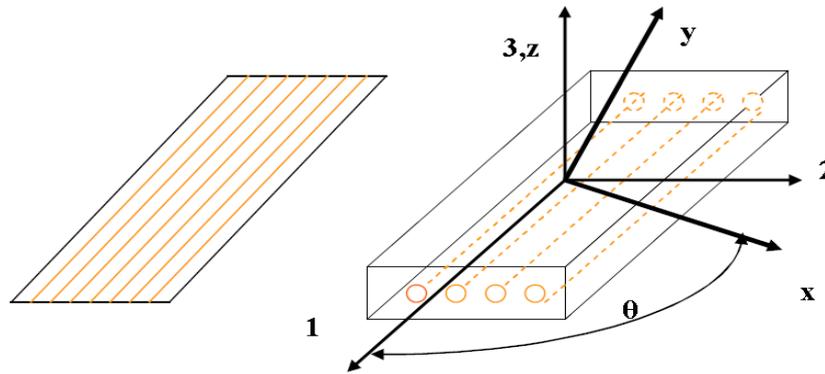


Figure II.2 : Pli unidirectionnel [15]

Les propriétés élastiques d'un pli UD sont alors déterminées en utilisant la **loi des mélanges** [16] et **halpin-tsai** [17].

➤ **la loi des mélanges :**

Module de Young sens fibres :

$$E_L = E_{fl} V_f + E_m(1 - V_f) \quad (2.1)$$

Coefficient de Poisson:

$$\nu_{lt} = \nu_l V_f + \nu_m V_m \quad (2.2)$$

$$\nu_{tl} = \nu_{lt} \left(\frac{E_L}{E_t} \right) \quad (2.3)$$

Module de Young sens transverse :

$$E_t = E_m \left[\frac{1}{(1-V_f) + \frac{E_m}{E_{ft}} V_f} \right] \quad (2.4)$$

Module de cisaillement :

$$G_{lt} = G_m \left[\frac{1}{(1-V_f) + \frac{G_m}{G_{ft}} V_f} \right] \quad (2.5)$$

➤ **L'équation Halpin-Tsai :**

Module de Young sens fibres :

$$E_L = E_{fl} V_f + E_m(1 - V_f) \quad (2.6)$$

Coefficient de Poisson:

$$v_{lt} = v_l V_f + v_m V_m \quad (2.7)$$

$$v_{tl} = v_{lt} \left(\frac{E_L}{E_t} \right) \quad (2.8)$$

Pour E_t et G_{lt} :

$$\frac{M}{M_m} = \left[\frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f} \right] \quad (2.9)$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{M_f}{M_m} \right) - 1}{\left(\frac{M_f}{M_m} \right) - \xi} \quad (2.10)$$

M : E_T , G_{LT} , ou v_{TT}

M_m : module correspondant de la matrice

M_f : module correspondant de la fibre

ξ : facteur qui tient compte de la géométrie (renforcement des fibres). Par comparaison avec un code aux différences finies, $\xi = 1$ pour G_{LT} , $\xi = 2$ pour E_T .

II.3. Le pli de tissé :

Ils peuvent être équilibrés ou déséquilibrés selon la quantité de fibres dans la direction chaîne et trame et sont définis par deux paramètres, figure II.3 [13] :

- N_1 : nombre de fils de chaîne par mètre
- N_2 : nombre de fils de trame par mètre

Cela permet d'introduire un coefficient d'équilibrage K :

$$K = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \quad (2.11)$$

Pour modéliser ses propriétés, le pli tissé est assimilé en première approximation à la superposition de deux plis UD croisés à 90° . Les épaisseurs des unidirectionnels équivalents sont calculées comme suite :

$$e_{ch} = e \frac{N_1}{N_1+N_2} = e k \quad (2.12)$$

$$e_{tr} = e \frac{N_2}{N_1+N_2} = e (1-k) \quad (2.13)$$

e : étant l'épaisseur du pli.

Les modules élastiques du pli tissé sont approximés en se basant sur les caractéristiques de la fibre et de la matrice :

$$e_x = k E_f V_f \quad (2.14)$$

$$e_y = (1 - k) E_f V_f \quad (2.15)$$

$$G_{xy} = G_m \left[\frac{1}{(1-V_f) + \frac{G_m}{G_{flt}} V_f} \right] \quad (2.16)$$

$$\nu_{xy} = \frac{1}{k} (\nu_f V_f + \nu_m V_m) \quad (2.17)$$

Avec :

e_x : Module de Yong dans la direction chaîne

e_y : Module de Yong dans la direction trame

ν_f : Taux de fibre en volume

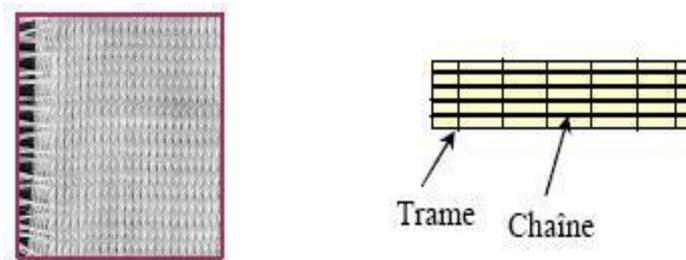


Figure II.3 Tissé équilibré [5]

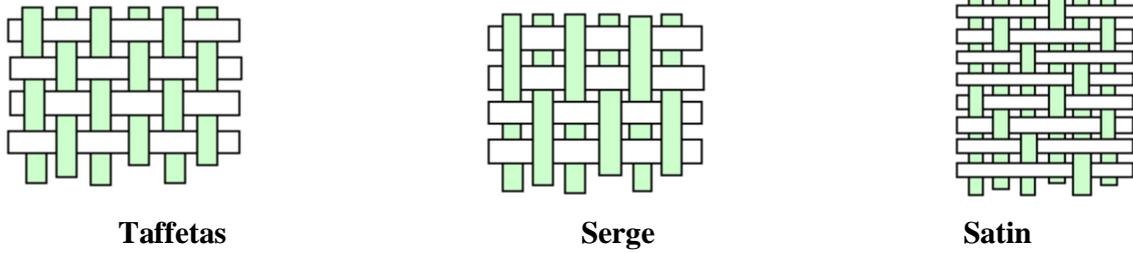


Figure II.4 : les grandes de tissage [5]

II.4. Le pli de mat :

Un pli de mat peut être analogue à un empilement constitué d'un nombre infini de plis UD pouvant prendre toutes les directions possibles. Cette analogie ne peut être faite que si les fibres sont suffisamment longues pour transférer les charges entre la matrice et les fibres sans déchaussement de celles-ci. Les propriétés d'un pli de mat sont donc identiques dans toutes les directions, autrement dit, il est considéré comme isotrope dans son plan. Ses propriétés élastiques ne sont fonction que de trois coefficients indépendants : E , G et ν . Gay et al. Proposent des expressions qui permettent de calculer ces coefficients à partir des propriétés élastiques d'un pli UD qui aurait le même taux volumique de fibres. Elles sont de la forme [13] :

$$E = \frac{[2(\overline{E}_L + \overline{E}_T) + 4\nu_{TL} \overline{E}_L][\overline{E}_L + \overline{E}_T - 2\nu_{TL} \overline{E}_L + 4G_{LT}]}{4\left[\frac{3}{2}(\overline{E}_L + \overline{E}_T) + \nu_{TL} \overline{E}_L + 2G_{LT}\right]} \quad (2.18)$$

$$G = \frac{1}{4}[(\overline{E}_L + \overline{E}_T) - \nu_{TL} \overline{E}_L + 2G_{LT}] \quad (2.19)$$

$$\nu = \frac{\frac{1}{2}(\overline{E}_L + \overline{E}_T) + 3\nu_{TL} \overline{E}_L - 2G_{LT}}{\frac{3}{2}(\overline{E}_L + \overline{E}_T) + \nu_{TL} \overline{E}_L - 2G_{LT}} \quad (2.20)$$

Expressions dans lesquelles, $\overline{E}_L = \frac{E_L}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}}$ et $\overline{E}_T = \frac{E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}}$. Notons que la relation caractérisant l'isotropie dans le plan du pli de mat est vérifiée, à savoir :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.21)$$

II.5. Le comportement des plaques stratifiées minces :

II.5.1. Théorie des plaques stratifiées minces :

La théorie des plaques minces, ou théorie de Love Kirchhoff, suppose que

- le plan moyen (équivalent de la courbe moyenne des poutres) est initialement plan

- le feuillet moyen (équivalent de la fibre neutre des poutres) ne subit pas de déformation dans son plan.
- modèle de Kirchhoff : les sections normales au feuillet moyen restent normales lors de la déformation : en conséquence, on peut négliger le cisaillement
- l'épaisseur est faible : en conséquence, les contraintes dans le sens de l'épaisseur sont supposées nulles.
- elle reste une petite déformation [19].

II.5.2.comportement d'un pli unidirectionnel :

→ Matériaux orthotrope :

Un matériau orthotrope élastique présentant en tout point deux symétries du comportement mécanique, chacune par rapport à un plan. Les deux plans étant orthogonaux [13]. Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 9 coefficients. La loi de comportement exprimée dans les axes dits d'**orthotropie**, définis au moyen du trièdre construit sur les deux plans orthogonaux et leur intersection :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

E_1, E_2, E_3 sont les modules d'élasticité longitudinaux,

G_{23}, G_{13}, G_{12} sont les modules de cisaillement,

$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \nu_{21}, \nu_{31}, \nu_{32}$ sont les coefficients de poisson.

De plus, la symétrie de la matrice de la loi de comportement entraîne les égalités :

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}, \quad \frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2} \quad (2.23)$$

➔ **Matériaux isotrope transverse :**

Un matériau isotrope transverse est linéairement élastique, pour lequel tout plan contenant une direction privilégiée est un plan de symétrie mécanique. La loi de comportement ne fait intervenir que cinq coefficients élastiques indépendants. La relation de comportement s'écrit sous la forme suivante [13] :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{LL} \\ \varepsilon_{tt} \\ \varepsilon_{t't'} \\ \gamma_{tt'} \\ \gamma_{lt'} \\ \gamma_{lt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_{tl}}{E_l} & -\frac{\nu_{tl}}{E_l} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & -\frac{\nu_{lt}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & -\frac{\nu_{lt}}{E_t} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{lt})}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{lt}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{lt}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{ll} \\ \sigma_{tt} \\ \sigma_{t't'} \\ \tau_{tt'} \\ \tau_{lt'} \\ \tau_{lt} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Avec :

E_l : Le module d'élasticité dans le sens long.

E_t : Le module d'élasticité dans le sens travers.

G_{lt} : Le module de cisaillement.

ν_{lt} et $\nu_{t'}$: Les coefficients de poisson.

La symétrie des coefficients élastiques entraîne l'égalité :

$$\frac{\nu_{lt}}{E_l} = \frac{\nu_{tl}}{E_t} \quad (2.25)$$

II.5.3. comportement en membrane :

Le stratifié est soumis à des sollicitations dans son plan qui sont notées $N_x, N_y, T_{xy}=T_{yx}$. Il s'agit d'efforts dits de membrane, dans le stratifié [13], figure (2.5).

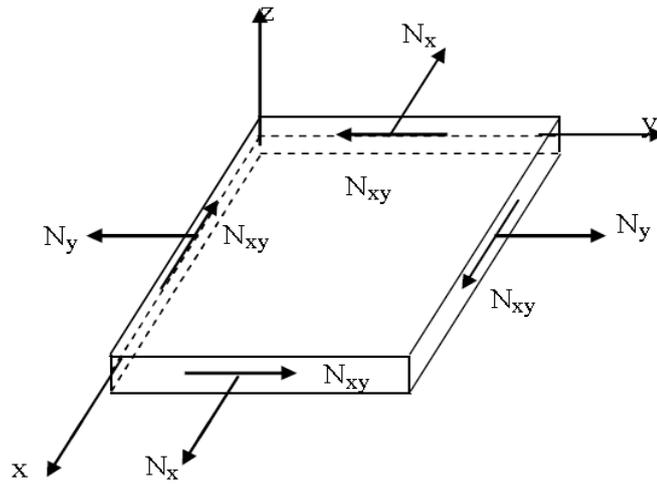


Figure II.5 : sollicitations en membrane dans le stratifié [6]

On définit ainsi les flux de l'effort par unité de largeur comme suit :

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \, dz = \sum_{k=1}^{n_{\text{eppli}}} \sigma_{xk} e_k \quad (2.26)$$

$$N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y \, dz = \sum_{k=1}^{n_{\text{eppli}}} \sigma_{yk} e_k \quad (2.27)$$

$$T_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \, dz = \sum_{k=1}^{n_{\text{eppli}}} \tau_{xyk} e_k \quad (2.28)$$

e_k : L'épaisseur du k^{e} pli

Le comportement en membrane du stratifié est la forme :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{16} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & \bar{A}_{26} \\ \bar{A}_{16} & \bar{A}_{26} & \bar{A}_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Les coefficients de rigidité \bar{A}_{ij} sont calculés à la base des coefficients \bar{Q}_{ij} de chaque pli en tenant compte de leurs orientations par rapport au repère du stratifiés :

$$\bar{A}_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k e_k \quad (2.30)$$

II.5.4.comportement en flexion du stratifié :

Le comportement en flexion du stratifié est réservée au cas des sollicitations qui entraînent la déformation du stratifié en dehors de son plan figure (II.6). Le stratifié est supposé pourvu de la symétrie miroir. Aussi, on tient compte des hypothèses de KIRCHHOFF-LOVE.

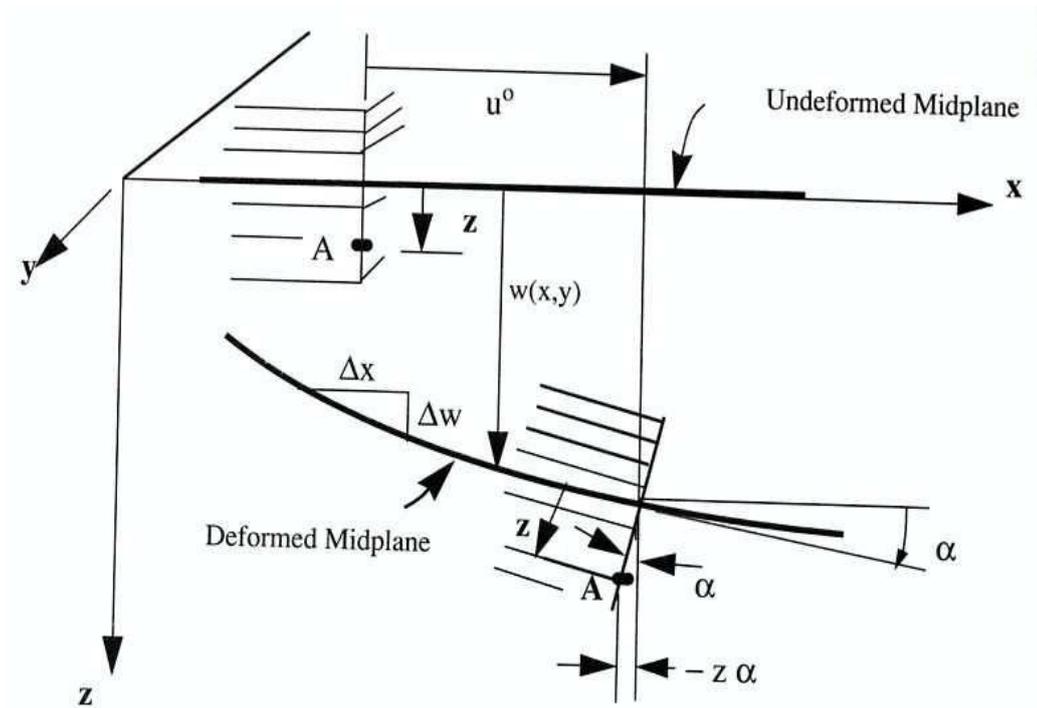


Figure II.6 : flexion d'une plaque composite [18]

Les moments fléchissant des axes x et y, ainsi que les moments de torsion dus aux contraintes τ_{xy} et τ_{yx} , sont exprimés comme suite :

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \quad (2.31)$$

$$M_y = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \quad (2.32)$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad (2.33)$$

Le comportement en flexion du stratifié est sous la forme suivant :

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} \\ -\frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y \partial x} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

$$\bar{C}_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} \quad (2.35)$$

Stratifié sans symétrie miroir on obtient la relation de comportement global sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \\ M_y \\ M_x \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \vdots & \bar{B} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \bar{B} & \vdots & \bar{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ -\partial^2 \omega_0 / \partial x^2 \\ -\partial^2 \omega_0 / \partial y^2 \\ -\partial^2 \omega_0 / \partial y \partial x \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\bar{B}_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k \frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2} \quad (2.37)$$

II.6. Mécanisme de rupture d'un matériau composite unidirectionnel :

II.6.1. Rupture des fibres

Lorsqu'un composite unidirectionnel est soumis à une sollicitation mécanique, et que la contrainte de traction résultant dans une fibre donnée σ_f atteint la contrainte à la rupture de la fibre σ_{fu} figure (II.7), il y a rupture du matériau [1]

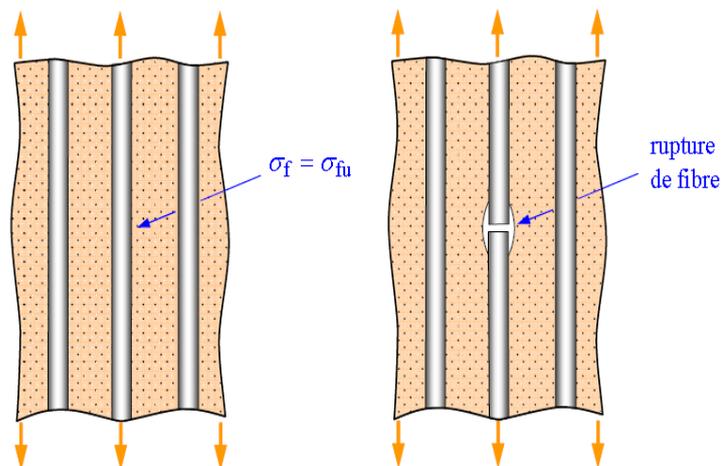


Figure II.7 : rupture de fibre [1]

II.6.2. fissuration de matrice :

Les matrices organiques étant des matériaux ductiles. La rupture finale intervient, après une initiation de la fissure et sa progression, dès que la contrainte à la rupture σ_R est atteinte. Ces fissures prennent naissance aux défauts présents dans le matériau lors de son élaboration. En traction longitudinale, la fissuration de la matrice est soit transverse dans le cas où σ_m dans la matrice atteint la contrainte à la rupture en traction, soit longitudinale dans le cas où la contrainte à la rupture en cisaillement est atteinte (figure II.8). Ce dernier mode ne se produit que dans le cas où la contrainte de décohésion de l'interface est supérieure à la contrainte en cisaillement de la matrice. Dans le cas contraire, il y aura alors décohésion de l'interface [1].

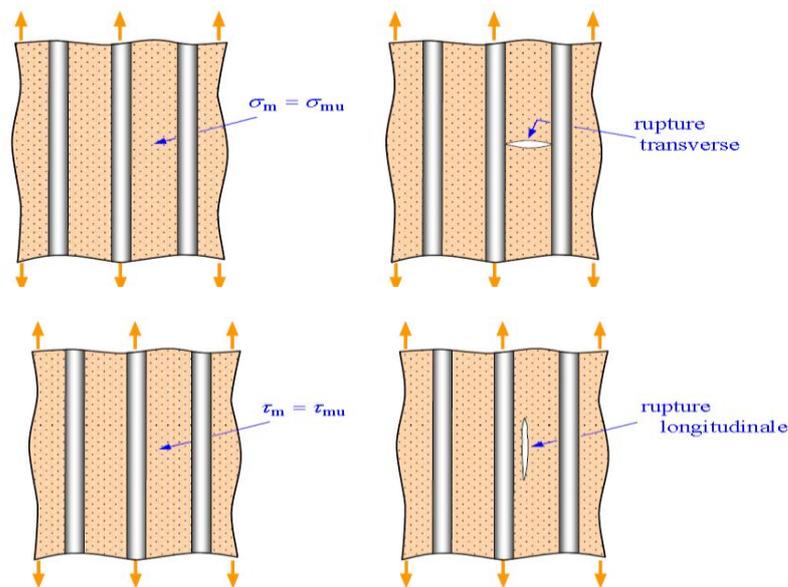


Figure II.8: rupture de la matrice [1]

II.7. Les critères de rupture des matériaux composites :

L'étude de la résistance à la rupture des matériaux composites est d'une complexité bien plus grande que l'analyse des propriétés d'élasticité ou de viscoélasticité. Car, lors d'un chargement mécanique ou thermique, des microfissures apparaissent dans la matrice, des fibres se rompent (rupture fragile ou ductile), des décohésions se créent aux interfaces, et des plastifications apparaissent sans entraîner la ruine de la pièce. Les processus de rupture des composites sont donc d'une grande diversité et ne peuvent être décrits que si l'on connaît [8,22]:

- Le critère de résistance de chaque phase.
- L'état des contraintes et des déformations dans le matériau.
- Les phénomènes de propagation de fissure dans la microstructure.

- La nature de l'interface entre la matrice et le renfort.

Un critère de résistance est caractérisé par une fonction scalaire du tenseur des contraintes : $f(\sigma)$. Il n'y a pas rupture du matériau tant que les contraintes au sein de ce matériau ne dépassent pas les contraintes ultimes. Un critère de rupture est donc une condition de type : $f(\sigma) \leq 1$

$$\begin{cases} f(\sigma) \geq 1 \rightarrow \text{rupture} \\ f(\sigma) < 1 \rightarrow \text{pas de rupture} \end{cases} \quad (2.38)$$

Lorsque $f(\sigma) = 1$, la limite à la rupture est atteinte, d'où le nom de « *surface limite* » ou « *Enveloppe de rupture* ». Cette approche de la rupture ne tient pas compte des effets dus à l'évolution d'endommagement, (figure II.9).

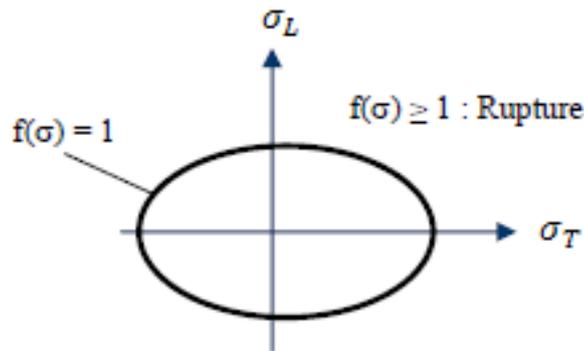


Figure II.9. Critère de rupture [20].

Un critère de rupture nécessite la connaissance des contraintes ultimes. Ces derniers peuvent être déterminés uniquement par voie expérimentale. Dans le cas des composites stratifiés à fibres longues, les essais à réaliser sont :

- Traction dans le sens long pour déterminer la résistance à la rupture en traction sens fibres.
- Compression dans le sens long pour déterminer la résistance à la rupture en compression dans le sens des fibres.
- Traction sens traverse pour déterminer la résistance à la rupture en traction sens traverse.
- Compression dans le sens traverse pour déterminer la résistance à la rupture en compression dans le sens traverse.
- Cisaillement de la matrice pour déterminer la résistance à la rupture en cisaillement.

Les critères de rupture sont établis dans le cas d'une couche (pli) d'un stratifié et peuvent être classés suivant:

- Des critères en déformations maximales.
- Des critères interactifs, souvent appelés critères énergétiques.
- Des critères en contraintes maximales.

II.7.1. Critères en contraintes maximales :

II.7.1.1. Critères dans les axes principaux :

Les critères en contraintes maximales font intervenir:

X_t , X_c : Les contraintes à la rupture suivant l'axe longitudinal respectivement en traction et en compression.

Y_t , Y_c : Les contraintes à la rupture suivant l'axe transversal respectivement en traction et en compression.

SL_T : La contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

Dans le cas d'une couche soumise à un état de contraintes planes dans des axes principaux, figure (II.7), les critères en contraintes maximales stipulent que la résistance mécanique de la couche est atteinte lorsque l'une des trois contraintes aux quelles la couche est soumise atteint la valeur de la contrainte à la rupture correspondante. Les critères de rupture s'écrivent ainsi sous la forme [1]:

$$-X_c < \sigma_L < X_t \quad (2.39)$$

$$-Y_c < \sigma_T < Y_t \quad (2.40)$$

$$-SL_T < \tau_{LT} < S_{Lt} \quad (2.41)$$

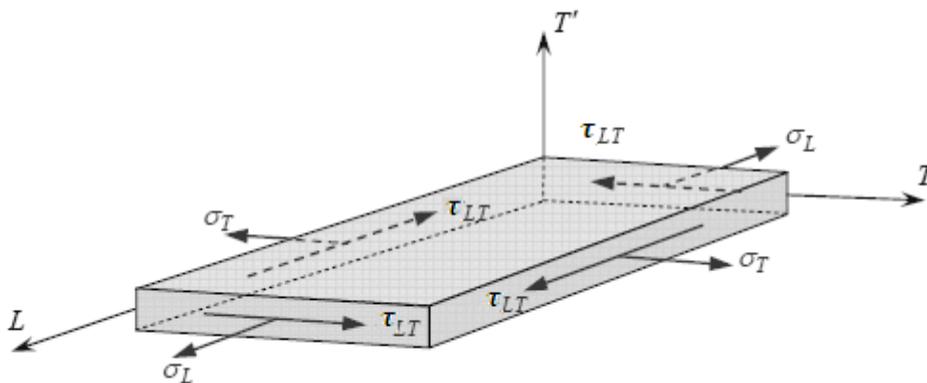


Figure II.10. Contraintes dans les axes principaux d'une couche. [1]

- Si les équations sont vérifiées, l'état de contrainte limite n'est pas atteint, la rupture de la couche ne se produit pas.
- Si l'une quelconque des équations n'est plus vérifiée, l'état limite est atteint, la rupture se produit suivant le mécanisme correspondant à la contrainte de l'équation non vérifiée.

II.7.1.2. Critères de rupture en-dehors des axes principaux :

Dans le cas où l'état de contraintes est exprimé dans des axes de référence (x, y, z) , figure (II.11), il est nécessaire de se ramener aux axes principaux par une rotation d'angle (θ) . Les contraintes exprimées dans les axes principaux s'écrivent [1]:

$$\sigma_L = \sigma_{xx} (\cos\theta)^2 + \sigma_{yy} (\sin\theta)^2 + 2\sigma_{xy} \sin\theta \cos\theta \quad (2.42)$$

$$\sigma_T = \sigma_{xx} (\sin\theta)^2 + \sigma_{yy} (\cos\theta)^2 - 2\sigma_{xy} \sin\theta \cos\theta \quad (2.43)$$

$$\tau_{LT} = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin\theta \cos\theta + \sigma_{xy} (\cos\theta)^2 - \sigma_{xy} (\sin\theta)^2 \quad (2.44)$$

Les critères (2.39), (2.40) et (2.41) en contraintes maximales s'expriment suivant :

$$-X_c < \sigma_{xx} (\cos\theta)^2 + \sigma_{yy} (\sin\theta)^2 + 2\sigma_{xy} \sin\theta \cos\theta < X_t \quad (2.45)$$

$$-Y_c < \sigma_{xx} (\sin\theta)^2 + \sigma_{yy} (\cos\theta)^2 - 2\sigma_{xy} \sin\theta \cos\theta < Y_t \quad (2.46)$$

$$-S_{LT} < (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin\theta \cos\theta + \sigma_{xy} (\cos\theta)^2 - \sigma_{xy} (\sin\theta)^2 < S_{LT} \quad (2.47)$$

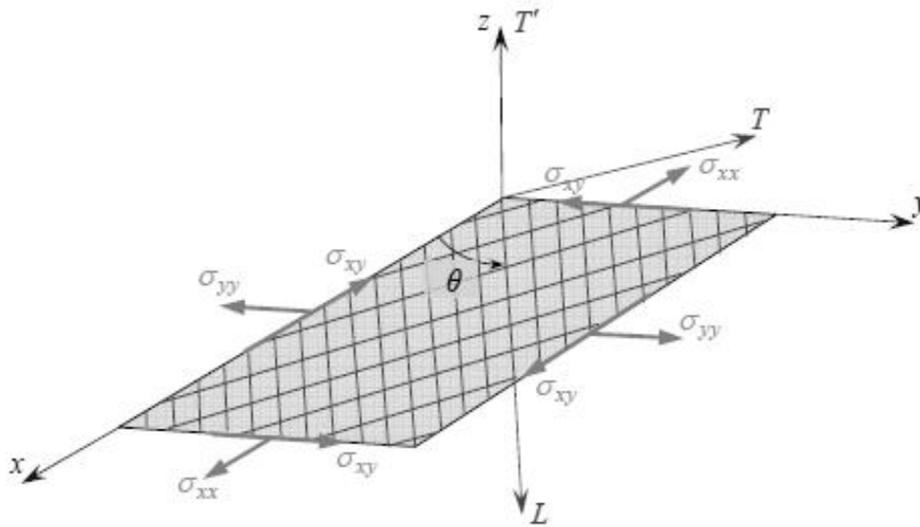


Figure II.11. Contraintes en-dehors des axes principaux d'une couche. [1]

Dans le cas d'une traction ou d'une compression en-dehors des axes principaux, les relations des contraintes (2.42), (2.43) et (2.44) se réduisent par:

$$\sigma_L = \sigma_{xx}(\cos \theta)^2 \quad (2.48)$$

$$\sigma_T = \sigma_{xx}(\sin \theta)^2 \quad (2.49)$$

$$\sigma_{LT} = -\sigma_{xx} \sin \theta \cos \theta \quad (2.50)$$

II.7.2. Critères en déformations maximales :

II.7.2.1. Critère dans les axes principaux :

Les critères en déformation maximale sont transposés des critères en contraintes maximales, les déformations étant bornées, au lieu des contraintes. Les critères en déformations principales font intervenir:

$X_{\epsilon t}$ ($X_{\epsilon c}$): La déformation à la rupture en traction (ou compression) suivant l'axe longitudinal.

$Y_{\epsilon t}$ ($Y_{\epsilon c}$): La déformation à la rupture en traction (ou compression) suivant l'axe transversal.

$S_{LT\epsilon}$: La déformation à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche (pli).

La résistance mécanique est alors considérée comme étant atteinte, lorsque l'une des déformations principales atteint la déformation à la rupture correspondante. Les critères en déformations maximales s'écrivent donc sous la forme [22]:

$$-X_{\varepsilon c} < \varepsilon_L < X_{\varepsilon t} \quad (2.51)$$

$$-Y_{\varepsilon c} < \varepsilon_T < Y_{\varepsilon t} \quad (2.52)$$

$$-S_{LT\varepsilon} < \gamma_{LT} < S_{LT\varepsilon} \quad (2.53)$$

II.7.2.2. Critère en-dehors des axes principaux :

Dans le cas d'une traction ou compression en-dehors des axes principaux, les déformations principales sont [22]:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E_L} ((\cos \theta)^2 - \vartheta_{LT} (\sin \theta)^2) \sigma_{xx} \quad (2.54)$$

$$\varepsilon_T = \frac{1}{E_T} ((\sin \theta)^2 - \vartheta_{Tl} (\cos \theta)^2) \sigma_{xx} \quad (2.55)$$

$$\gamma_{LT} = \frac{1}{G_{LT}} \sin \theta \cos \theta \sigma_{xx} \quad (2.56)$$

Il en résulte que les critères en déformations maximales peuvent être réécrits suivant:

$$\frac{-X_c}{(\cos \theta)^2 - \vartheta_{LT} (\sin \theta)^2} < \sigma_{xx} < \frac{X_t}{(\cos \theta)^2 - \vartheta_{LT} (\sin \theta)^2} \quad (2.57)$$

$$\frac{-Y_c}{(\sin \theta)^2 - \vartheta_{LT} (\cos \theta)^2} < \sigma_{xx} < \frac{Y_t}{(\sin \theta)^2 - \vartheta_{LT} (\cos \theta)^2} \quad (2.58)$$

$$\frac{-S_{LT}}{\sin \theta \cos \theta} < \sigma_{xx} < \frac{S_{LT}}{\sin \theta \cos \theta} \quad (2.59)$$

II.7.3. Critère de Hill :

Un des premiers critères interactifs de rupture appliqués aux matériaux composites a été introduit par R. Hill [21]. Ce critère peut être formulé en disant que l'état limite de contraintes d'un matériau composite n'est pas atteint tant que l'inégalité suivante est vérifiée :

$$F(\sigma_T + \sigma_{T'})^2 + G(\sigma_{T'} - \sigma_L)^2 + H(\sigma_L - \sigma_T)^2 + 2L\sigma_{TT'}^2 + 2M\sigma_{LT'}^2 + 2N\sigma_{LT'}^2 < 1 \quad (2.60)$$

Les paramètres F , G , H , L , M et N sont des paramètres caractéristiques du matériau considéré, qui sont reliés aux contraintes à la rupture X_c, X_t, Y_c, Y_t et S_{LT} du matériau. Dans le cas d'un essai de traction ou de compression dans la direction (L), le critère de Hill se réduit à :

$$G + H = \frac{1}{X^2} \quad (2.61)$$

$$F + H = \frac{1}{Y^2} \quad (2.62)$$

$$F + G = \frac{1}{Z^2} \quad (2.63)$$

Avec :

X : la contrainte à la rupture en traction (ou compression) dans la direction (L).

Y : la contrainte à la rupture en traction (ou compression) dans la direction (T).

Z : la contrainte à la rupture en traction (ou compression) dans la direction (T').

Dans le cas d'un essai de cisaillement dans le plan (L, T), le critère de Hill se réduit à [22]:

$$2N = \frac{1}{S_{LT}^2} \quad (2.64)$$

$$2M = \frac{1}{S_{LT'}^2} \quad (2.65)$$

$$2L = \frac{1}{S_{TT'}^2} \quad (2.66)$$

Avec :

S_{LT} : La contrainte de rupture en cisaillement dans le plan (L, T).

$S_{LT'}$ et $S_{TT'}$: sont les contraintes de rupture en cisaillement, respectivement dans les deux plans (L, T') et (T, T').

II.7.4. Critère de Hill – Tsai :

Le critère de rupture précédent en contraintes planes a été simplifié par V.D.Azzi et S.W.Tsai [24] dans le cas des matériaux composites unidirectionnels. Dans ce cas le critère s'écrit:

$$\alpha^2 = \left(\frac{\sigma_L}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_L}{X^2}\sigma_T + \left(\frac{\tau_{Lt}}{S_{LT}}\right)^2 \quad (2.67)$$

Avec :

σ_L , σ_T et τ_{LT} les contraintes appliquées correspondantes dans les sens fibres, transverse et cisaillement

Pour $\alpha < 1$ il n'ya pas rupture du pli considéré.

Pour $\alpha \geq 1$ il y a rupture du pli considéré, en général cette détérioration est due à la rupture de la résine.

Dans le cas d'une traction ou d'une compression en-dehors des axes principaux les contraintes principales sont données par les expressions (2.48 ,2.49 et 2.50). En reportant ces expressions dans la relation (2.60), le critère de Hill- Tsai s'écrit [1]:

$$\alpha^2 = \alpha_{XX}^2 \left[\frac{(\cos \theta)^4}{X^2} + \left(\frac{1}{S_{LT}^2} - \frac{1}{X^2} \right) (\sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 + \frac{(\sin \theta)^4}{Y^2} \right] \quad (2.68)$$

II.7.5. Critère tensoriel de Tsai-Wu :

Ce critère, postule une surface de rupture dans l'espace des contraintes de la forme [23]:

$$F_j \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1 \dots 6 \quad (2.69)$$

Cette surface est compliquée dans le cas général, cette théorie se ramène, dans le cas d'un matériau orthotrope sous chargement plan :

$$F_1 \sigma_L + F_2 \sigma_T + F_6 \tau_{LT} + F_{11} \sigma_L^2 + F_{22} \sigma_T^2 + F_{66} \tau_{LT}^2 + 2F_{12} \sigma_L \sigma_T = 1 \quad (2.70)$$

Les paramètres F_i et F_{ij} peuvent être exprimés à l'aide des contraintes à la rupture, mesurées dans divers essais. Dans le cas de la compression, il faut tenir compte des phénomènes d'instabilité, et les modes de rupture associés sont nombreux et complexes : flambage structural du composite, cisaillement des fibres en compression, fissuration de la matrice, suivie de l'instabilité des fibres, micro flambage des fibres et délaminage d'une partie du composite, entraînant la ruine de l'ensemble. Le critère de Tsai-Wu en contraintes planes s'écrit [1]:

$$\left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_L + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_T + \frac{\sigma_L^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_T^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{LT}^2}{S_{LT}^2} - \frac{\sigma_L \sigma_T}{X_t X_c} = 1 \quad (2.71)$$

Chapitre III

III.1. Notion de stabilité :

Pour un corps élastique, tout comme un corps rigide, on peut parler de la stabilité ou de l'instabilité des positions d'équilibre. On déplaçant un système élastique à partir de sa position d'équilibre au moyen d'une action extérieure, une fois cette action disparue, le système retourne à sa position initiale, on dit que cette position est stable ; si elle n'y retourne pas, elle est instable. Il existe toujours des causes qui écartent un système de sa position d'équilibre, dans des conditions réelles. De ce fait, aucun système ne peut se trouver en position instable pendant un temps prolongé. Il y a toujours passage assez rapide à un nouvel état. On dit alors qu'il y a perte de stabilité ou déséquilibre. D'ordinaire, le système passe à un nouvel état d'équilibre stable. Dans la plupart des cas, ce passage s'effectue avec de grands déplacements, de grandes déformations plastiques ont lieu ou il y a même rupture du système. Dans certains cas, lorsqu'une construction a perdu sa stabilité, elle peut continuer à travailler et remplir ses fonctions fondamentales, l'enveloppe mince dans les constructions aéronautiques, est un bon exemple [25].

III.1.1. Définition de la stabilité :

La stabilité est la capacité d'un système physique à revenir à l'équilibre lorsqu'il est perturbé légèrement. Pour un système mécanique, on peut adopter la définition donnée par *Dirichlet* : « L'équilibre d'un système mécanique est stable si, lorsque l'on déplace les points du système de leur position d'équilibre d'une quantité infinitésimale et en leur donnant à chacun d'eux une faible vitesse initiale, les déplacements des différents points du système restent, pendant le déplacement, contenus dans des limites imposées faibles » [26].

III.1.2. Le phénomène de perte de stabilité :

Pour les corps élastiques, la perte de stabilité peut être observée sur le cas le plus simple d'une barre comprimée axialement. (Figure III.1). La forme rectiligne d'équilibre d'une barre comprimée n'est stable que dans le cas où la force comprimée est inférieure à une valeur déterminée dite *critique*. Lorsque la force dépasse la valeur critique, la barre s'incurve d'où la perte d'équilibre.



Figure III.1 Perte de stabilité d'une barre comprimée axialement [25]

De la même manière, le tube peut perdre sa stabilité lorsqu'il est comprimé axialement (Figure III.2).



Figure III.2. Tube comprimé axialement [25]

Le même phénomène se reproduit lorsque le tube est soumis à la torsion (Figure III.3)

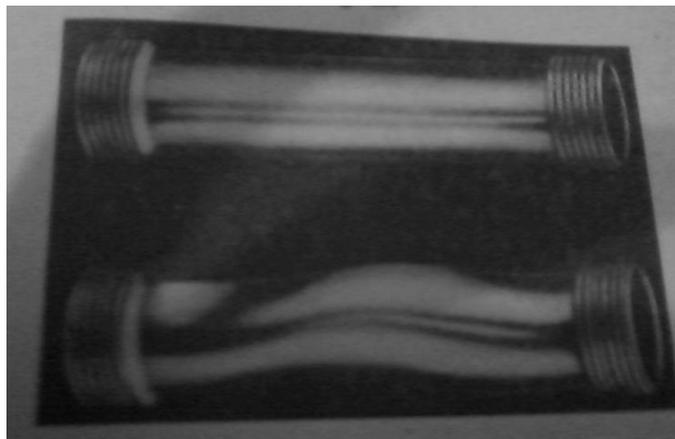


Figure III.3. Tube soumis à la torsion [25].

Le phénomène de perte de stabilité s'exprime le plus nettement dans les constructions à parois minces légères (enveloppes comprimées et parois minces).

III.2. Les études analytiques du flambement :

Le comportement et à la résistance au flambement des poteaux peuvent être divisées en deux grandes catégories : les études d'éléments isolés et celles d'élément appartenant à une structure ou à un sous-ensemble structural.

On peut également considérer la classification selon que la solution ait été obtenue par une formule mathématique ou par un procédé numérique. Ce qui met en évidence le fait, le choix si il porté sur un problème classique de stabilité ou sur une approche par divergence d'équilibre. Cette dernière représentant l'élément de construction influencé par des non-linéarités matérielles ou géométriques, ou les deux. Les barres réelles sont rarement soumises uniquement à des charges axiales centrées. Parmi, les modèles analytiques et certains critères de calcul de flambement couramment utilisées ont leurs origines dans la théorie des éléments comprimés et fléchis et auraient donc tendance à diminuer l'importance de l'élément sollicité à une charge axiale pure. [27].

III.3. Longueur de flambement :

La longueur de flambement L_f représente la longueur de la déformée (d'onde) comprise entre deux points d'articulation d'un poteau soumis à la compression. Elle est en fonction des conditions aux limites en déplacements imposées aux poteaux. En faite, on rencontre rarement des éléments comportant deux articulations aux extrémités. Pour les conditions de liaisons usuellement rencontrées les expressions de la longueur de flambement L_f sont résumées dans le (tableau III.1) [28] :

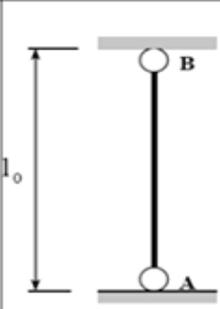
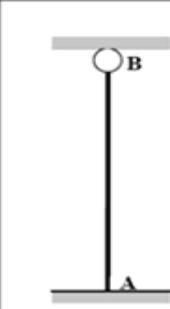
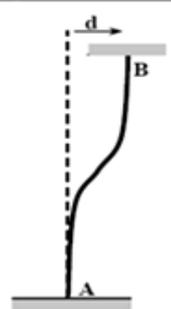
Longueur de flambement l_f en fonction des liaisons aux appuis				
A et B sont sur la même verticale			Déplacement de B en tête de poteau	
				
$l_f = l_0$	$l_f = \frac{\sqrt{2}}{2} l_0$	$l_f = \frac{l_0}{2}$	$l_f = 2 l_0$	$l_f = l_0$

Tableau III.1 : Longueur de flambement L_f en fonction des liaisons aux appuis [28]

Notons qu'en pratique, on considère Lfy et Lfz pour déterminer les conditions de flambement dans les deux directions.

III.4. la charge critique P_c :

Pour des fins de modélisation le poteau est considéré par sa ligne moyenne AB . Sous l'influence des efforts en A et B , on suppose cette ligne moyenne prendre une très légère courbure (Figure III.4).

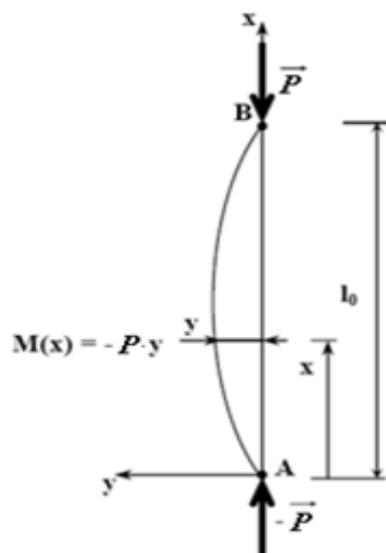


Figure III.4 : Poteau droit bi-articulé en compression [29].

Si x et y sont les coordonnées d'un point courant G de la fibre moyenne, y est la déformée de cette fibre [31].

En ce qui concerne l'équilibre statique, on considère que les déformations sont petites et que la fibre moyenne n'a pas bougé après déformation. Alors, on prend en compte l'influence des déformations sur l'équilibre statique et considérer le moment secondaire qu'elles provoquent. Ce moment de flexion dans la section est donné par :

$$M_Z(x) = -P \cdot y \quad (3.1)$$

D'où la formule de déformation:

$$EI_{GZ} y'' = M_Z(x) \quad (3.2)$$

$$EI_{GZ} y'' + P \cdot y = 0$$

$$y'' + \frac{P}{EI_{GZ}} y = 0$$

On obtient une équation différentielle du 2^{ème} ordre dont la solution générale :

$$y = A \cos kx + B \sin kx \quad \text{Avec :} \quad k^2 = \frac{P}{EI_{GZ}} \quad (3.3)$$

A et B sont les constantes d'intégration qui se déterminent à partir des conditions aux limites.

$$\text{Pour } x = 0, y(0) = 0, \text{ donc } A = 0 \quad (3.4)$$

$$\text{Pour } x = l_0, y(l_0) = 0, \text{ donc } B \sin kx = 0 \quad (3.5)$$

il est évident que $B \neq 0$, alors, $\sin K l_0 = 0$. D'où : $K l_0 = n \pi$ avec $n=1, 2, 3, \dots$

Pour : $n=1$, nous avons le 1^{er} Mode de flambement $k = \frac{\pi}{l_0}$

Équation de la déformée :

$$y(x) = B \sin \left(\frac{\pi x}{l_0} \right) \quad (3.6)$$

Le coefficient B représente l'amplitude au milieu ou flèche. Aucune condition ne la définit. Elle est indéterminée tant que l'équilibre est réalisé, c'est-à-dire tant que la condition (3.4) est satisfaite, soit :

Ayant posé $k^2 = \frac{P}{EI_{Gz}}$ et $k = \frac{\pi}{l_0}$ on peut alors écrire :

$$k^2 = \frac{\pi^2}{EI_{Gz}} \quad (3.7)$$

La résolution de l'équation (3.7) permet de trouver P provoquant la déformée, c'est-à-dire la charge critique d'Euler P_c au-delà de laquelle le flambement se produit :

$$P_c = \frac{\pi^2 EI_{Gz}}{L_0^2} \quad (3.8)$$

III.5. flambement par torsion :

Pour une barre AB soumise à la fois, à une compression longitudinale P , et à un moment de torsion M_t (figure III.5).

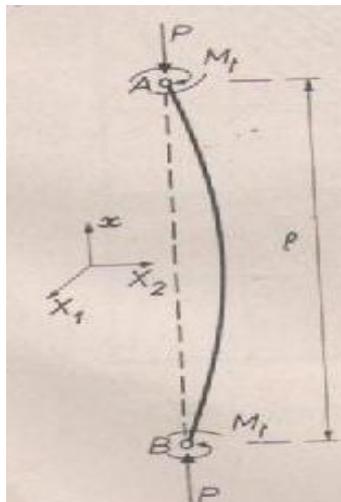


Figure III.5 : Arbre en torsion et compression [30].

La déformée dans ce cas n'est pas une courbe plane, elle dépend des moments d'inertie dans les différentes directions. Considérons une section circulaire ou tubulaire de telle manière que le moment d'inertie "I" soit constant suivant tous les axes de la section et sur toute la

longueur AB. Soient X_1 ordonnées normales à l'axe AB et perpendiculaires entre elles. Les équations différentielles de la déformée sont [30] :

$$EI = \frac{d^2 X_1}{dX^2} = -PX_1 + M_t \frac{dX_2}{dX} \quad (3.9)$$

$$EI = \frac{d^2 X_2}{dX^2} = -PX_2 + M_t \frac{dX_1}{dX} \quad (3.10)$$

Les solutions générales sont comme suite :

$$X_1 = A \cos(m_1 x + \alpha_1) + B \sin(m_2 x + \alpha_2) \quad (3.11)$$

$$X_2 = A \sin(m_1 x + \alpha_1) + B \sin(m_2 x + \alpha_2) \quad (3.12)$$

Dans lesquelles m_1 et m_2 sont les deux racines de l'équation :

$$EI m^2 + M_t m - P = 0 \quad (3.13)$$

Les constantes peuvent être déterminées en se basant sur les conditions aux limites suivantes

$$X_1, X_2 = 0 \quad \text{Pour } x=0, l$$

On n'obtient pas la suite les équations :

$$\sin(m_1 l + \alpha_1) - \sin(m_2 l + \alpha_1) = 0 \quad (3.14)$$

$$\cos(m_1 l + \alpha_1) - \cos(m_2 l + \alpha_1) = 0 \quad (3.15)$$

Dans lesquelles, $m_1 l$ et $m_2 l$ diffèrent d'un multiple de 2π . les plus faibles valeurs de M_t et P qui provoquent le flambage répondent à la condition :

$$m_1 l - m_2 l = \pm 2\pi$$

De suite, nous avons :

$$\frac{M_t^2}{4(EI)^2} + \frac{P}{EI} = \frac{\pi^2}{l^2} \quad (3.16)$$

Lorsque M_t est nul, on retrouve la formule d'Euler. Si P est nul, le flambage se produit sous la torsion seule, on obtient la Formule de Greenhill :

$$M_{tc} = \frac{2\pi EI}{l} \quad (3.17)$$

Mandel a poussé l'étude de ce phénomène. Le couple de flambage M_{tc} est, lorsque la tige est symétrique par rapport à son milieu :

$$M_{tc} = n \frac{\pi E}{\int \frac{dx}{I(x)}} \quad (3.18)$$

Dans le cas d'une barre à inertie constante, comprimée et tordue, Mandel donne la formule qui généralise celle de Greenhill :

$$\frac{M_t^2}{2(EI)^2} + \frac{P}{EI} = n^2 \frac{\pi^2}{4l^2} \quad (3.19)$$

III.6. flambement de tubes orthotropes :

III.6.1. flambement par pression externe :

Les notations adoptées dans l'équation (3.20) sont les mêmes portées sur la (figure III.6), L représente la longueur du tube ou conteneur exposée au flambement [13].

$$p_c = 0.83 \frac{E_y}{1-0.1E_x/E_y} \left(\frac{E_x}{E_y}\right)^{1/4} \left(\frac{r_0}{L}\right) \left(\frac{e}{r_0}\right)^{5/2} \quad (3.20)$$

Avec :

p_c : Pression critique

III.6.2. Flambement par torsion :

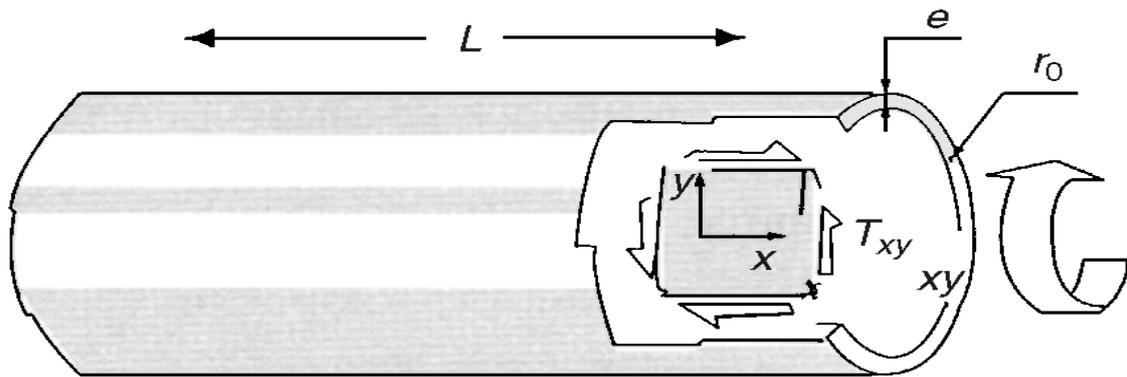


Figure III.6 : flambement d'un tube par torsion [13]

$T_{xy \text{ critique}}$ Représente le flux critique de torsion qui est donné par :

$$T_{xy \text{ critique}} = \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{e^9}{r_0^3 L^2} \right)^{1/4} \left(\frac{E_x^3 E_y^5}{(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})^5} \right)^{1/8} \quad (3.21)$$

III.6.3. flambement par compression axiale :

Cet aspect n'est pas considéré ici, parce que l'apparition de l'élastique instabilité est fortement influencée par la présence de défauts géométriques dans le cylindre orthotrope [13].

Chapitre IV

IV.1. Etude du pli hors axe:

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les éléments de théorie qui concernent généralement le comportement mécanique qui conduit au flambement suite à des diverses sollicitations et ce dans les composites, autrement dit, le cas orthotrope. L'équation (3.20) du chapitre III, représente une expression analytique de la pression critique de flambement. Ce cas est intéressant dans la mesure où le flambement est occasionné par la flexion de la paroi. Nous allons la reprendre dans ce qui suit :

$$p_c = 0.83 \frac{E_y}{1 - 0.1E_x/E_y} \left(\frac{E_x}{E_y} \right)^{1/4} \left(\frac{r_0}{L} \right) \left(\frac{e}{r_0} \right)^{5/2}$$

Les axes x, y représentent l'orientation hors axe qui forme un angle θ avec les axes ℓ, t les axes du pli UD, figure IV.1.

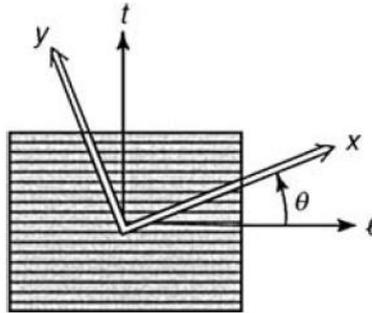


Figure IV.1 : Orientation des plis hors axe [13].

Les équations relatives aux différents modules dans l'équation (3.20) sont [13] :

$$E_x(\theta) = \frac{1}{\frac{c^4}{E_L} + \frac{s^4}{E_t} + c^2 s^2 \left(\frac{1}{G_{Lt}} - 2 \frac{\nu_{Lt}}{E_t} \right)} \quad (4.1)$$

$$C = \cos \theta \quad S = \sin \theta$$

$$E_y(\theta) = \frac{1}{\frac{s^4}{E_L} + \frac{c^4}{E_t} + c^2 s^2 \left(\frac{1}{G_{Lt}} - 2 \frac{\nu_{Lt}}{E_t} \right)} \quad (4.2)$$

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y}(\theta) = \frac{\nu_{tL}}{E_t} (c^4 + s^4) - c^2 s^2 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_t} + \frac{1}{G_{Lt}} \right) \quad (4.3)$$

$E_L, E_t, G_{Lt}, \nu_{Lt}, \nu_{tL}$ calculer selon la loi du mélange, chapitre II, équations (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) et (2.5).

E_x, E_y : Deux modules d'élasticité longitudinaux dans une direction quelconque

ν_{yx} : Coefficient de poisson

IV.2. Les propriétés mécaniques des constituants :

Les propriétés mécaniques des constituants utilisées dans le calcul sont exprimées dans le tableau IV.1.

	E_{fl} (Mpa)	E_{ft} (Mpa)	E_m (Mpa)	G_{flt} (Mpa)	G_m (Mpa)	ν_{flt}	ν_m
Verre E	74000	74000	4500	30000	1600	0.25	0.4
Carbone HM	390000	6000	4500	20000	1600	0.35	0.4

Tableau IV.1 : Propriétés mécaniques des constituants [13].

Avec :

E_{fl} (Mpa): module de Young longitudinal de la fibre dans le sens l

E_{ft} (Mpa): module de Young transversal de la fibre dans le sens t

G_{flt} (Mpa): module de cisaillement de la fibre

E_m (Mpa): module de Young de la matrice

G_m (Mpa): module de cisaillement de la matrice

ν_{flt} : coefficient de Poisson de la fibre

ν_m : fraction volumique

IV.3. Influence du taux de fibre sur la pression critique :

On considère deux différents plis : carbone/époxy et verre/époxy, le but est de voir l'influence du taux de fibre sur la pression critique de flambement en fonction de l'orientation du pli (θ°) qui varie de 0° à 90° , et cela pour les différentes valeurs du taux de fibre (0.3, 0.4, 0.6 et 0.8). L'épaisseur du pli considéré est de 0.125 mm, longueur 2000 mm et le diamètre 120 mm [13].

La figure VI.2 représente l'influence de l'orientation (θ°) sur la pression critique P_{cr} pour les différentes valeurs de taux de fibre en verre. La pression critique diminue lorsqu'on s'écarte de l'orientation (0°) quelque soit le taux de fibres, de même, on observe une éventuelle proportionnalité entre le taux de fibre et la pression critique.

On note aussi une pression maximale au niveau de l'orientation (0°), qui correspond au sens des fibres, induisant ainsi, une résistance au flambage élevée par rapport aux autres directions. Au-delà de 40° , on enregistre une stabilité de la pression critique quelque soit la valeur du taux de fibre.

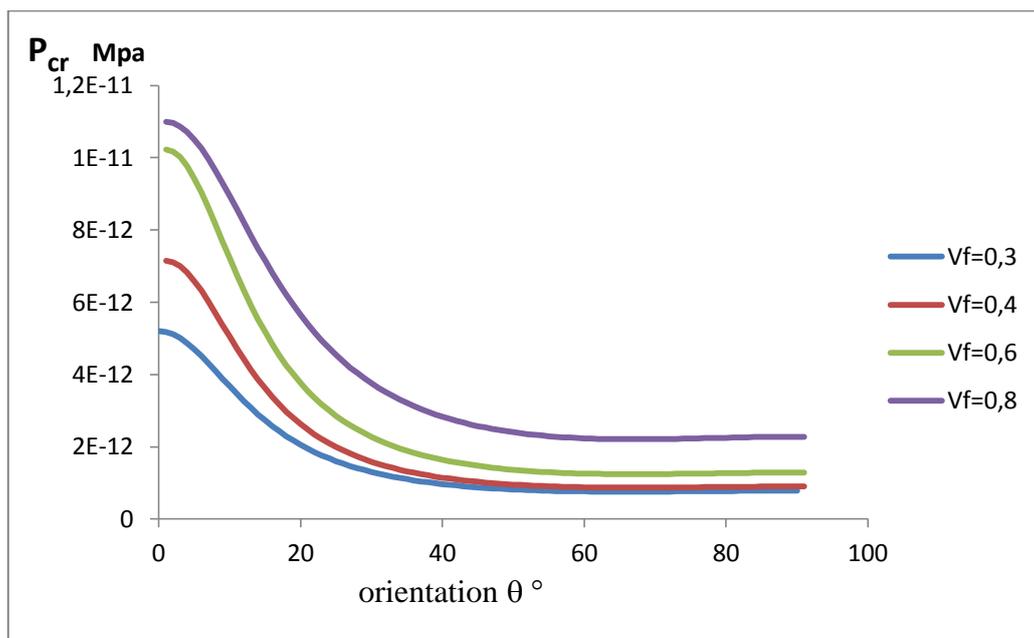


Figure IV.2: l'influence de l'orientation θ° sur la pression critique P_{cr} pour des différentes valeurs de taux de fibre (verre/époxy)

La figure ci-dessous représente l'influence de l'orientation θ° sur la pression critique P_{cr} pour les différentes valeurs de taux de fibre en carbone. On note que le comportement est similaire à celui du renfort verre. Cependant, l'ordre de grandeur de la pression critique est plus important. De ce fait, la stabilité de la pression observée à partir de 40° est moins prononcée.

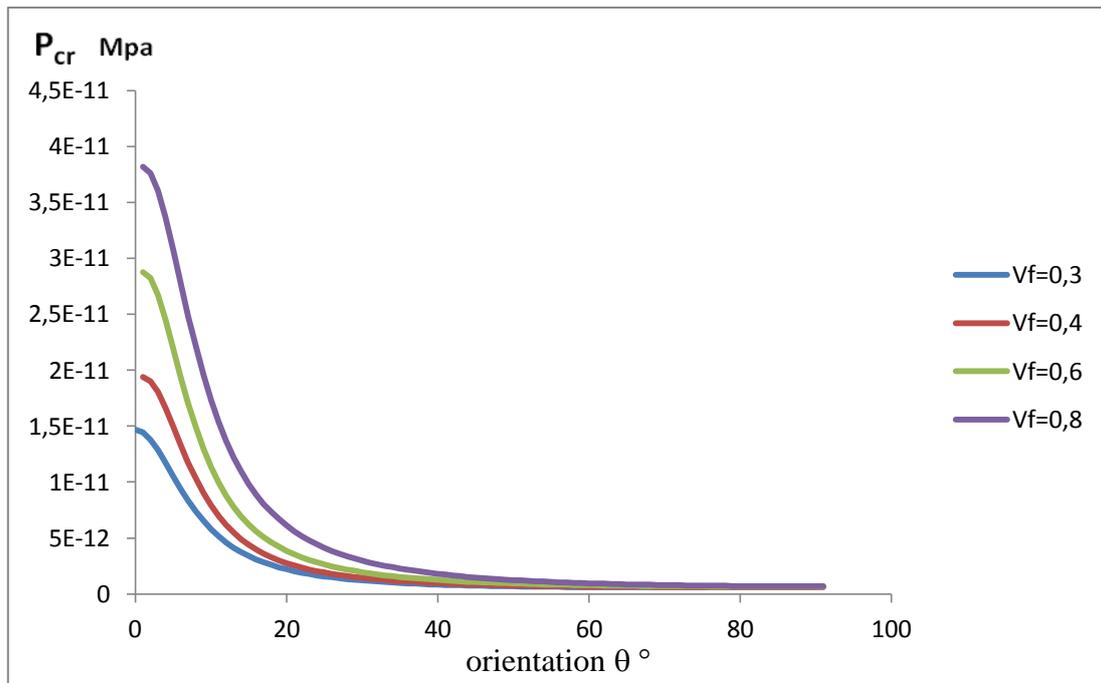


Figure IV.3: l'influence de l'orientation θ° sur la pression critique P_{cr} pour des différentes valeurs de taux de fibre (carbone/époxy)

IV.4. Influence des paramètres géométriques :

Dans cette analyse, nous allons étudier l'influence des paramètres géométriques, notamment, le diamètre, la longueur et l'épaisseur du tube de la structure sur la pression critique P_{cr} en fonction l'ongle d'orientation θ° . A cet effet, nous allons effectuer le calcul par rapport à un taux de fibre constant, et en choisit la valeur de $V_f = 0,6$. Le tube est d'une longueur $L = 2000$ mm.

Les figures IV.4 et IV.5 représentent respectivement l'influence de l'orientation θ° sur la pression critique P_{cr} du matériau composite (verre/époxy) et (carbone/époxy) pour différentes valeur du rapport (D/L) . La tendance globale fait apparaître un comportement similaire à celui du taux de fibre. L'influence du rapport D/L est nettement visible dans le sens des fibres. Cependant, il s'estompe au-delà de 40° .

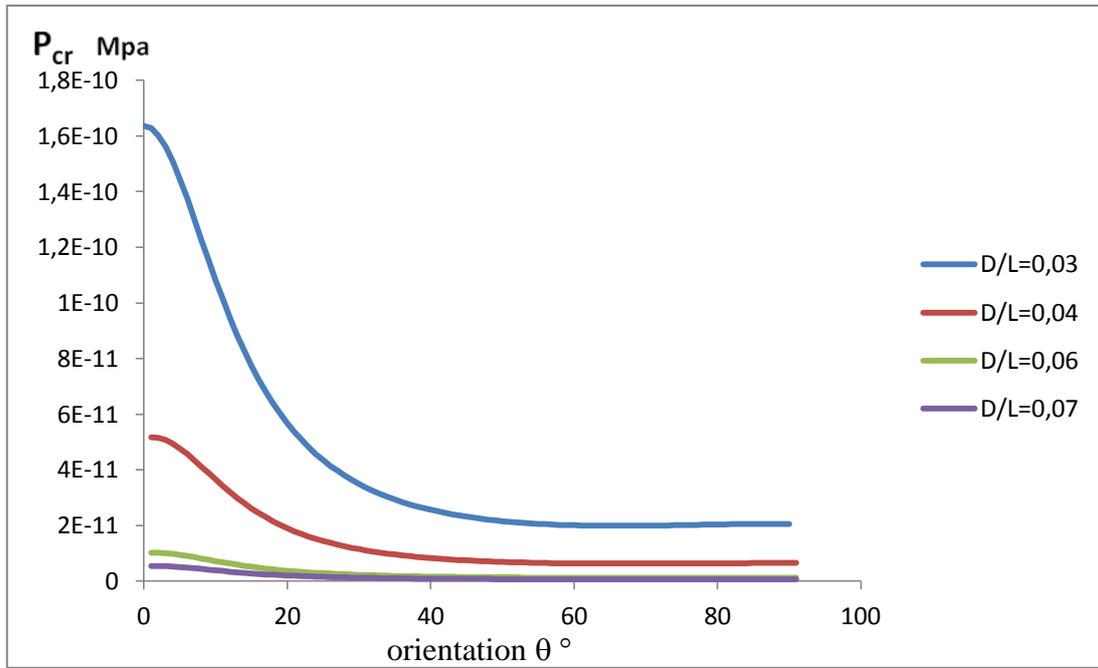


Figure VI.4 :l'influence de l'orientation θ ° sur les pressions critiques P_{cr} pour des différents rapports D/L du tube. (verre/époxy)

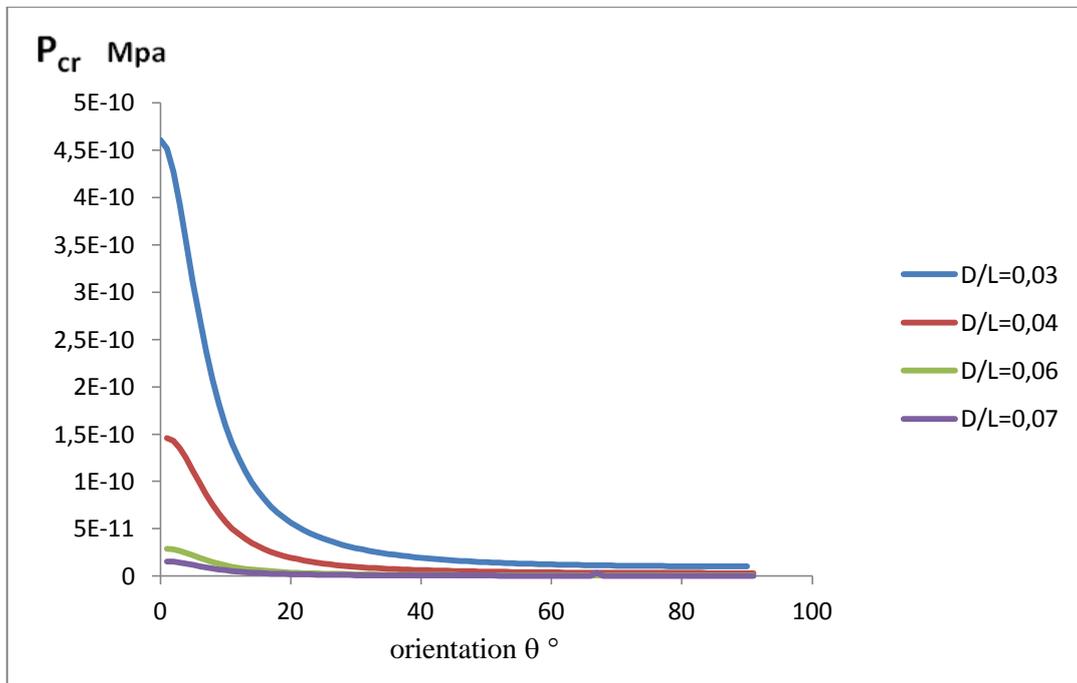


Figure IV.5:l'influence de l'orientation θ ° sur les pressions critiques P_{cr} pour des différents rapports D/L du tube (carbone/époxy)

Sur les figures IV.6 et IV.7, on retrouve la même tendance précédemment décrite. Augmenter l'épaisseur du pli dans ce cas ce fait agissant sur le diamètre intérieur, cela conduit à une meilleure résistance. Mais, d'une autre coté, cet effet s'estompe au-delà de 40°.

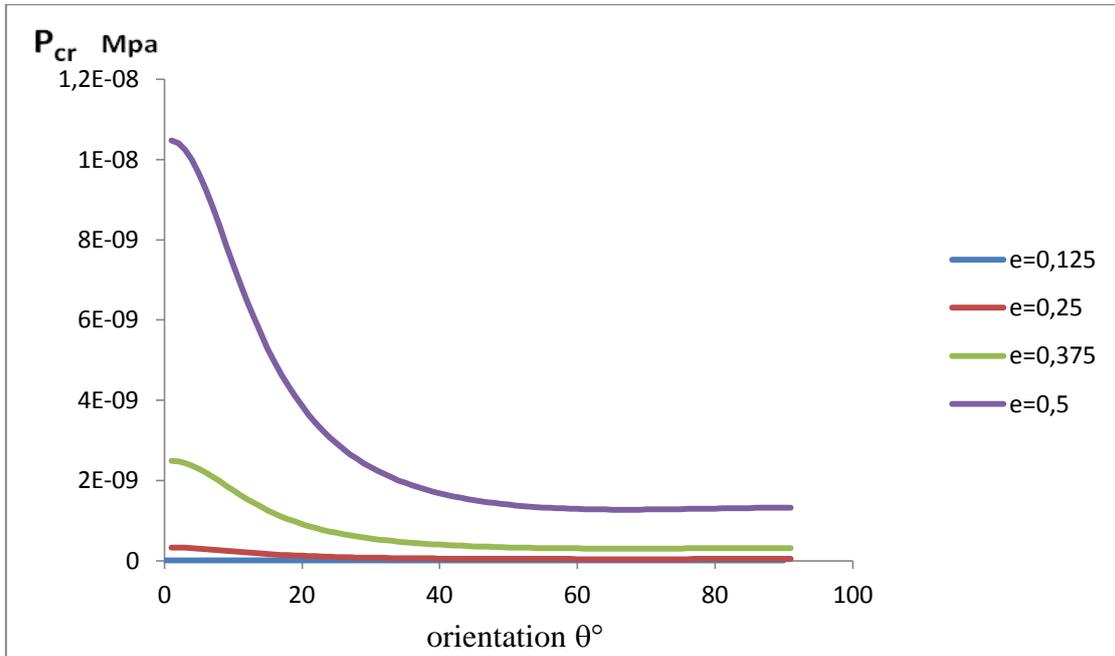


Figure IV.6 :l'influence de l'orientation θ° sur la pression critique P_{cr} du flambement pour différent épaisseur du pli du tube stratifié (verre/époxy)

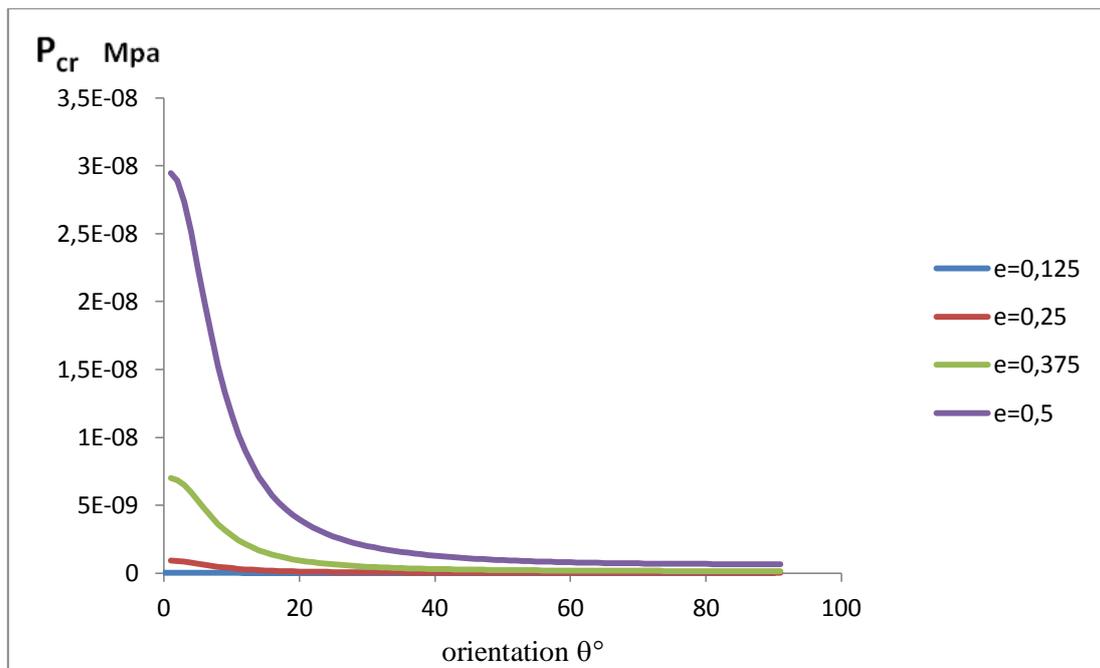


Figure IV.7 :l'influence de l'orientation θ° sur la pression critique P_{cr} du flambement pour différent épaisseur du pli du tube stratifié (carbone/époxy)

D'une manière générale, on admet pour le cas de la pression, que la résistance est maximale dans le sens des fibres (orientation 0°), quelque soit la nature et le taux de fibre. Agir sur la géométrie a également un effet, mais il dépend toujours de l'orientation des fibres. Dans un cadre d'optimisation de la structure en flambage, il serait intéressant d'orienter les fibres dans le sens de la charge indépendamment des dimensions, ce qui va augmenter considérablement la résistance, Evidement dans cette analyse, il s'agit dans notre cas d'une interprétation d'ordre qualitative.

Dans le cas d'une sollicitation différente telle que la compression ou la torsion, nous procéderons à la simulation numérique du phénomène de flambement.

Chapitre V

V.1.Présentation de la méthode des éléments finis :

La résolution analytique des problèmes mécaniques ne peut se faire que dans un nombre de cas limité. Cependant, les méthodes numériques basées sur la discrétisation de ses problèmes, présentent une bonne alternative, utilisées dans le domaine de la mécanique pour résoudre des problèmes complexes. La méthode des éléments finis comme méthode de discrétisation est la plus utilisée à cause de les possibilités qu'elle offre pour traiter les problèmes dont la géométrie est complexe. De plus, les moyens informatiques actuels la rende facile à la mise en oeuvre.

L'analyse des contraintes est l'un des plus importants domaines d'application de la méthode des éléments finis.

Pour déterminer des contraintes ou des déplacements dus à un chargement dans une structure, celle-ci est divisée en un nombre d'élément finis. L'objectif sera d'obtenir pour l'élément, une expression de la forme [32] :

$$\{P\} = [K].\{\delta\} \quad (5.1)$$

Cette équation fait intervenir les forces $\{P\}$ et le déplacement $\{\delta\}$ aux noeuds par l'intermédiaire de la matrice de Rigidité $[K]$. L'analyse porte sur le choix préalable d'une fonction de déplacement, qui définit de façon unique l'état de déplacement de tous les points de l'élément. La forme de la fonction de déplacement est un polynôme fonction de x , de x et y et de x , y et z dépendant de l'élément s'il est respectivement uni, bi ou tridimensionnel. Pour le cas général tridimensionnel, peut être écrit sous forme matricielle.

$$\{f(x, y, z)\} = [\phi(x, y, z)].\{\alpha\} \quad (5.2)$$

Ou $\{\alpha\}$ est un vecteur de coefficient constants et $\phi(x, y, z)$ est une matrice.

Ensuite, de l'équation (5.2), on formule un système d'équation exprimant les composants de déplacement en chaque nœud en fonction des coordonnées nodales du nœud particulier considéré.

L'étape qui suit dans l'analyse consiste à déterminer la distribution des déformations à travers l'élément. Sachons que les composantes de déformations sont les dérivées des composantes de déplacements :

$$\{\varepsilon(x, y, z)\} = [B(x, y, z)].\{\alpha\} \quad (5.3)$$

$$\{\varepsilon(x, y, z)\} = [B(x, y, z)]. [A^{-1}]\{\delta\} \quad (5.4)$$

Les composantes des contraintes dans l'élément sont reliées à celles des déformations par l'expression :

$$\{\sigma(x, y, z)\} = [D]. [\varepsilon(x, y, z)] \quad (5.5)$$

Où $\{\sigma(x, y, z)\}$ est un vecteur des composantes de contraintes et $[D]$ une matrice de coefficients constants qui dépend du matériau considéré. Si l'expression (5.4) est substituée dans (5.5) :

$$\{\sigma(x, y, z)\} = [D][B(x, y, z)]. [A^{-1}]. \{\delta\} \quad (5.6)$$

Ainsi la matrice de rigidité $[K]$ de l'élément peut être obtenue en égalisant le travail externe (Q) des forces $\{P\}$ appliquées aux nœuds, au travail interne (Q) due à un déplacement virtuel $\{d\sigma\}$:

$$Q_e = \{d\delta\}^T . \{P\} \quad (5.7)$$

Le travail interne est celui des composantes de contraintes dues à un changement de déformation $\{d\varepsilon(x, y, z)\}$ qui est le résultat d'un déplacement virtuel :

$$Q_i = \int_v \{d\varepsilon(x, y, z)\}^T . \{\sigma(x, y, z)\} dv \quad (5.8)$$

Si les expressions (ε) et (σ) des équations (5.4) et (5.6) sont substituées dans (5.8) on obtient l'équation suivante :

$$Q_i = \int_v \{d\sigma\}^T . \{[B(x, y, z)]. [A^{-1}]^T [D] [B(x, y, z)]. [A^{-1}]. \{\sigma\} . dv$$

Puisque :

$$Q_e = Q_i \quad (5.9)$$

Alors :

$$\{d\sigma\}^T \{P\} = \{d\sigma\}^T . [A^{-1}] \int_v [B(x, y, z)]^T . [D]. [B(x, y, z)]. [A^{-1}]\{\delta\}. dv \quad (5.10)$$

D'où :

$$\{P\} = [A^{-1}] \int_v [B(x, y, z)]^T . [D]. [B(x, y, z)]. dv. [A^{-1}]. \{\delta\} \quad (5.11)$$

V.2. Les structures tridimensionnelles :

Parmi les types d'éléments qui peuvent être utilisés on peut citer : le tétraèdre et le parallélépipède (figure V.1).

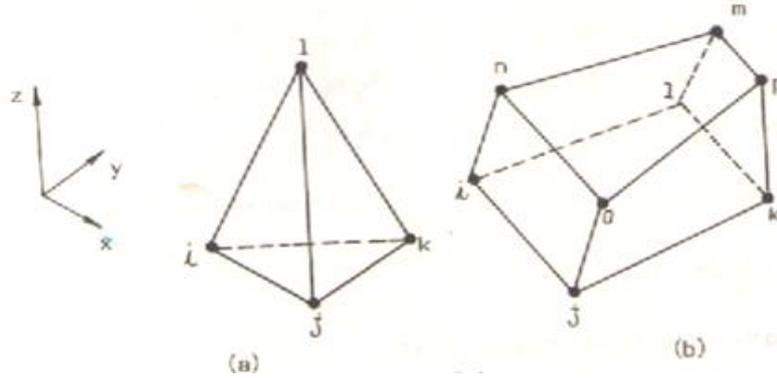


Figure V.1 : Représentation des éléments [32]

Chaque nœud à trois composantes de déplacement U , V et W suivant les directions x , y et z , ces composantes de déplacement représentées par le vecteur $\{\delta\}$. Il y a également trois composantes de force P_x , P_y et P_z représentées par le vecteur $\{P\}$. Dans le cas du tétraèdre :

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ U_j \\ V_j \\ W_j \\ U_k \\ V_k \\ W_k \\ U_l \\ V_l \\ W_l \end{Bmatrix} \quad \text{Et} \quad \{P\} = \begin{Bmatrix} P_{x_i} \\ P_{y_i} \\ P_{z_i} \\ P_{x_j} \\ P_{y_j} \\ P_{z_j} \\ P_{x_k} \\ P_{y_k} \\ P_{z_k} \\ P_{x_l} \\ P_{y_l} \\ P_{z_l} \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

Les forces nodales et les déplacements sont reliés par :

$$\{P\} = [K] \cdot \{\delta\}$$

La fonction de déplacement $f(x, y, z)$:

$$\left. \begin{aligned} U &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y + \alpha_4 \cdot z \\ V &= \alpha_5 + \alpha_6 \cdot x + \alpha_7 y + \alpha_8 z \\ W &= \alpha_9 + \alpha_{10} \cdot x + \alpha_{11} \cdot y + \alpha_{12} \cdot z \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

Or :

$$\{f(x, y, z)\} = \begin{Bmatrix} U(x, y, z) \\ V(x, y, z) \\ W(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\{f(x, y, z)\} = [\emptyset(x, y, z)] \cdot \{\alpha\}$$

Avec :

$$[\emptyset(x, y, z)] = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z \end{bmatrix}$$

Et :

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix}$$

Si on exprime les coefficients de déplacement $\{\alpha\}$ en fonction des déplacements nodaux $\{\delta\}$ on obtiendra :

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_k \\ U_l \\ V_i \\ V_j \\ V_k \\ V_l \\ W_i \\ W_j \\ W_k \\ W_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_j & y_j & z_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_k & y_k & z_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_l & y_l & z_l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j & z_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k & z_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_l & y_l & z_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j & z_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k & z_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_l & y_l & z_l \end{bmatrix}$$

Ainsi :

$$\{\delta\} = [A].\{\alpha\}$$

Ou :

$$\{\delta\} = [A^{-1}].\{\delta\} \quad (5.14)$$

Avec :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_j & y_j & z_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_k & y_k & z_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_l & y_l & z_l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j & z_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k & z_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_l & y_l & z_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j & z_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k & z_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_l & y_l & z_l \end{bmatrix}$$

Les déformations $\{\epsilon\}$ pour un corps tridimensionnel soumis à un système de charges tridimensionnelles sont liées aux déplacements U, V et W par :

$$\epsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z} \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y}$$

D'où :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \alpha_2 \\ \varepsilon_y &= \alpha_7 \\ \varepsilon_z &= \alpha_{12} \\ \gamma_{xy} &= \alpha_3 + \alpha_6 \\ \gamma_{xz} &= \alpha_4 + \alpha_{10} \\ \gamma_{yz} &= \alpha_8 + \alpha_{11} \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Le système d'équations (5.15) peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\{\varepsilon(x, y, z)\} = [B(x, y, z)].\{\alpha\} \quad (5.16)$$

En substituant le vecteur des coefficients de déplacement $\{\alpha\}$ par l'équation (5.13) on obtient :

$$\{\varepsilon(x, y, z)\} = [B(x, y, z)].[A^{-1}]\{\delta\} \quad (5.17)$$

Ou :

$$[B(x, y, z)] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

D'après la théorie de l'élasticité les contraintes σ et les déformations ε sont liées par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu).(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}$$

Ou bien :

$$\{\sigma(x, y, z)\} = [D].\{\varepsilon(x, y, z)\} \quad (5.19)$$

En substituant le vecteur de déformation $\{\varepsilon(x, y, z)\}$ par l'expression (5.17) on aura :

$$\{v(x, y, z)\} = [D].\{B(x, y, z)\}. [A^{-1}]\{\delta\} \quad (5.20)$$

Pour un élément tridimensionnel le travail interne Q_i du à un déplacement virtuel est :

$$Q_i = \int_V \{d \varepsilon(x, y, z)\}^T . \{v(x, y, z)\}. dV \quad (5.21)$$

D'autre part, le travail externe du à un déplacement virtuel est :

$$Q_e = \{P\}\{d\delta\}^T \quad (5.22)$$

En égalisant le travail interne au le travail externe :

$$\{P\} = [A^{-1}]^T \int_V [B(x, y, z)]^T . [D]. [B(x, y, z)]. dV. [A^{-1}] \quad (5.23)$$

V.3 Structure à symétrie axiale :

L'étude des structures à symétrie axiale est d'une grande importance dans le domaine technique. Parmi ces structures on peut citer : les enceintes sous pressions, les citernes de stockage, les disques tournants, certains éléments de machines comme les pistons etc...ou la structure et les charges appliquées ont une symétrie axiale. L'étude de ces problèmes par la méthode des éléments finis nécessite des éléments de révolution en forme d'anneaux. Un type d'élément de section rectangulaire est donné par la (figure V.2). Les contraintes étant indépendantes de l'angle θ le problème est essentiellement bidimensionnel.

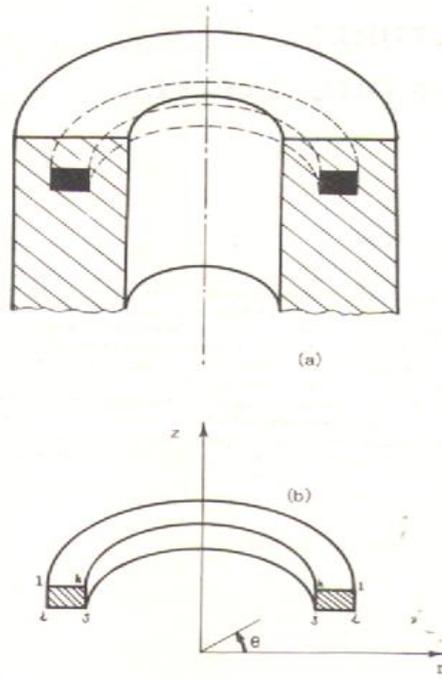


Figure V.2 : Réorientation d'élément de section rectangulaire [32]

Chaque nœud possède deux composantes de déplacement U et W suivant les directions r et z respectivement. Les charges correspondantes sont P_r et P_z appliquées suivant les directions r et z respectivement. Les vecteurs $\{\delta\}$ et $\{P\}$ représentent respectivement les déplacements nodaux et les forces nodales. Ainsi, nous aurons :

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ W_i \\ U_j \\ W_j \\ U_k \\ W_k \\ U_l \\ W_l \end{Bmatrix} \quad \text{Et} \quad \{P\} = \begin{Bmatrix} P_{ri} \\ P_{zi} \\ P_{rj} \\ P_{zj} \\ P_{rk} \\ P_{zk} \\ P_{rl} \\ P_{zl} \end{Bmatrix} \quad (5.24)$$

La forme fléchie de l'élément rectangulaire considéré peut être représentée par les polynômes suivants :

$$\begin{cases} U = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot r + \alpha_3 \cdot z + \alpha_4 \cdot r \cdot z \\ W = \alpha_5 + \alpha_6 \cdot r + \alpha_7 \cdot z + \alpha_8 \cdot r \cdot z \end{cases} \quad (5.25)$$

Ou :

$$\{f(r, z)\} = \begin{Bmatrix} U(r, z) \\ W(r, z) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r & z & r.z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r & z & r.z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{Bmatrix}$$

Ou plus brièvement :

$$\{f(r, z)\} = [\Phi(r, z)].\{\delta\} \quad (5.26)$$

En exprimant les composantes de déplacement de chaque nœud en fonction des coordonnées nodales on obtiendra :

$$\{\delta\} = [A].\{\alpha\} \quad (5.27)$$

Ou :

$$\{\alpha\} = [A^{-1}].\{\delta\} \quad (5.28)$$

Avec :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & r_i & z_i & r_i.z_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & r_j & z_j & r_j.z_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & r_k & z_k & r_k.z_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & r_l & z_l & r_l.z_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r_i & z_i & r_i.z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r_j & z_j & r_j.z_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r_k & z_k & r_k.z_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r_l & z_l & r_l.z_l \end{bmatrix}$$

Les relations entre les composantes de déformation et les déplacements U et W pour un solide à symétrie axiale sont :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial U}{\partial r} \\ \epsilon_\theta &= \frac{U}{r} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial W}{\partial z} \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (5.29)$$

Ou :

ϵ_r : est la déformation directe radiale

ϵ_θ : est la déformation directe tangentielle

ϵ_z : est la déformation directe axiale

γ_{rz} : est la déformation de cisaillement

En substituant U et W par leur valeur de l'équation (5.25) dans (5.29) on obtiendra :

$$\epsilon_r = \alpha_2 + \alpha_4 \cdot z$$

$$\epsilon_\theta = \frac{\alpha_1}{r} + \alpha_2 + \frac{\alpha_3 \cdot z}{r} + \alpha_4 \cdot z$$

$$\epsilon_z = \alpha_7 + \alpha_8 \cdot r$$

$$\gamma_{rz} = \alpha_3 + \alpha_4 \cdot r + \alpha_6 + \alpha_8 \cdot z$$

Ainsi sous forme matricielle,

$$\{\epsilon(r, z)\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & 1 & \frac{z}{r} & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 1 & r & 0 & 1 & 0 & z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{Bmatrix}$$

Ou simplement

$$\{\epsilon(r, z)\} = [B(r, z)] \cdot \{\alpha\} \quad (5.30)$$

En utilisant la valeur de $\{\alpha\}$ de l'équation (5.28) on aura :

$$\{\epsilon(r, z)\} = [B(r, z)] \cdot [A^{-1}] \{\delta\} \quad (5.31)$$

Les contraintes et les déformations sont reliées par l'équation (5.32).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (5.32)$$

Ou simplement

$$\{\sigma(r, z)\} = [D].\{\varepsilon(r, z)\}$$

Ainsi en utilisant l'équation (5.27) on aura :

$$\sigma(r, z) = [D]. [B(r, z)]. [A^{-1}]. \{\delta\} \quad (5.33)$$

Le travail interne Q_i dû à un déplacement virtuel est donné par :

$$Q_i = \int_v \{d \varepsilon(r, z)\}^T . \{V(r, z)\}. dv$$

Le travail virtuel des forces nodales est :

$$Q_e = \{P\}. \{d\delta\}^T$$

En égalisant les deux travaux on obtiendra :

$$\{P\} = [A^{-1}]^T \int_v [B(r, z)]^T . [D]. [B(r, z)]. dv. [A^{-1}]. \{\delta\}$$

Ainsi :

$$[K] = [A^{-1}]^T \int_v [B(r, z)]^T . [D]. [B(r, z)]. dv. [A^{-1}]$$

V.4. Matériaux de l'étude :

Nous avons travaillé au cours de cette étude sur un tube en composite, deux variantes de plis sont proposées : **carbone/époxy** et **verre/époxy**, tableau V.1. Le but est de voir l'influence de l'angle d'orientation des plis sur la charge critique du flambement par compression, et le couple critique de torsion. A cet effet, trois stratifications sont présent en considération : unidirectionnel, croisé et quasi-isotrope. Pour obtenir l'épaisseur considérée, il est nécessaire de réaliser un empilement de 20 plis.

	E_L(MPa)	E_T(MPa)	v_{LT}	G_{LT}(MPa)
Verre/époxy	45000	12000	0.3	4500
Carbone /époxy	134000	7000	0,25	4200

Tableau V.1 : propriétés mécaniques du composites [13].

V.5. La géométrie du tube :

Les dimensions du tube correspondent à celle d'un arbre de transmission pour camion [13], figure V.3.

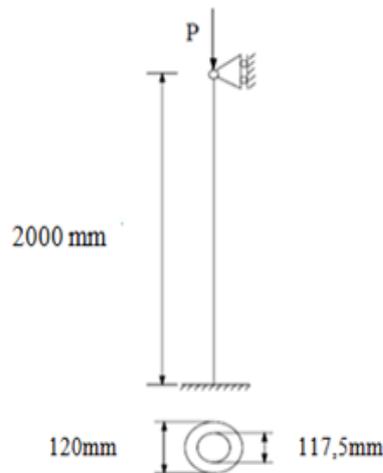


Figure V.3 : la géométrie du tube.

V.6. Discrétisation et maillage de la structure :

On distingue deux types d'éléments finis : Les éléments de coque conventionnels et les éléments de coque continuum. Les éléments de coque conventionnels discrétisent une surface de référence en définissant les dimensions plates de l'élément, sa surface normale et sa courbure initiale. Cependant, les nœuds d'un élément de coque conventionnel ne définissent pas l'épaisseur de la coque, l'épaisseur est définie par des propriétés de section. Les éléments de coque continuum sont plus précis dans le contact posant que des éléments de coque conventionnels, puisqu'ils emploient le contact à deux côtés prenant en compte les changements de l'épaisseur. Pour des applications de coque minces, cependant, des éléments de coque conventionnels fournissent une performance meilleure [33].

L'épaisseur de coque est exigée pour décrire la coupe transversale de la coque. En plus de la spécification de l'épaisseur de coque [33].

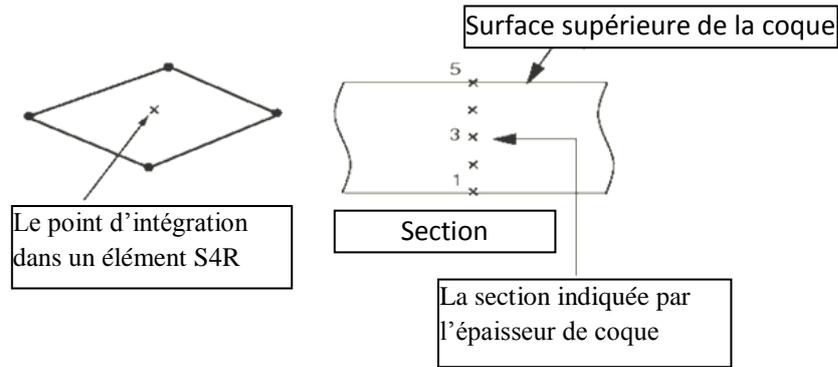


Figure V.4. La configuration des points de section dans une coque intégrée numériquement [33].

V.7. Etude du comportement du tube sollicité en compression :

Le but est de voir l'influence de la stratification et de la nature des plis sur la charge critique de flambement.

V.7.1. Validation du modèle de simulation :

A partir d'un exemple analytique du flambement [34], dont les données sont comme suite :

Tube en dural (alliage d'aluminium)

$P_{an} = 85.3 \text{ KN}$

Le résultat de la charge critique issue de la simulation, $P_{sim} = 82.829 \text{ KN}$. Ce qui correspond à une différence ε :

$$\varepsilon = \frac{P_{an} - P_{sim}}{P_{an}} = 2.8 \%$$

P_{an} : la charge critique calculée analytiquement.

P_{sim} : la charge critique calculée par simulation.

Ceci nous a permis de valider les paramètres du modèle numérique, à savoir, les conditions aux limites.

V.7.2. les conditions aux limites :

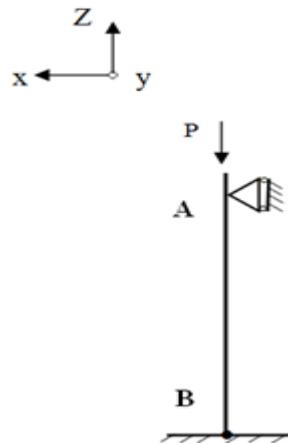


Figure V.5: conditions aux limites du tube à paroi mince

- L'extrémité A (glissière) : Le déplacement selon x et y = 0, rotation selon Z=0.
- L'extrémité B (Encastrement) : Le déplacement selon x,y et Z=0, rotation par rapport x,y et Z= 0 .

V.7.3. Cas du stratifié unidirectionnel :

La figure 5.6 présente l'influence de l'orientation des plis UD sur la valeur de la charge critique P_{cr} du flambement. Pour les deux types de matériaux considérés, L'ordre de grandeur de la charge est influencé par l'orientation des plis. Il est clair que l'influence de l'angle est notable dans le sens 90° . A ce niveau, la valeur de la charge est 4 fois supérieure aux autres directions pour le cas du carbone, et elle est 3 fois supérieure pour le cas du verre. Entre 0° et 80° la valeur de la charge est relativement stable pour les deux matériaux. Une légère fluctuation est localisée entre 45° et 80° . Suivant les orientations comprises entre 0° et 45° la faible valeur de la charge est peut être due au fait que c'est la matrice qui reprend la charge, les fibres ont une faible influence. Entre 45° et 80° le comportement s'apparente au comportement hors axe. Au niveau de l'orientation de 90° , les fibres sont orientées dans le sens de la charge de compression ce qui engendre une meilleure résistance du tube car les fibres reprennent tout les efforts.

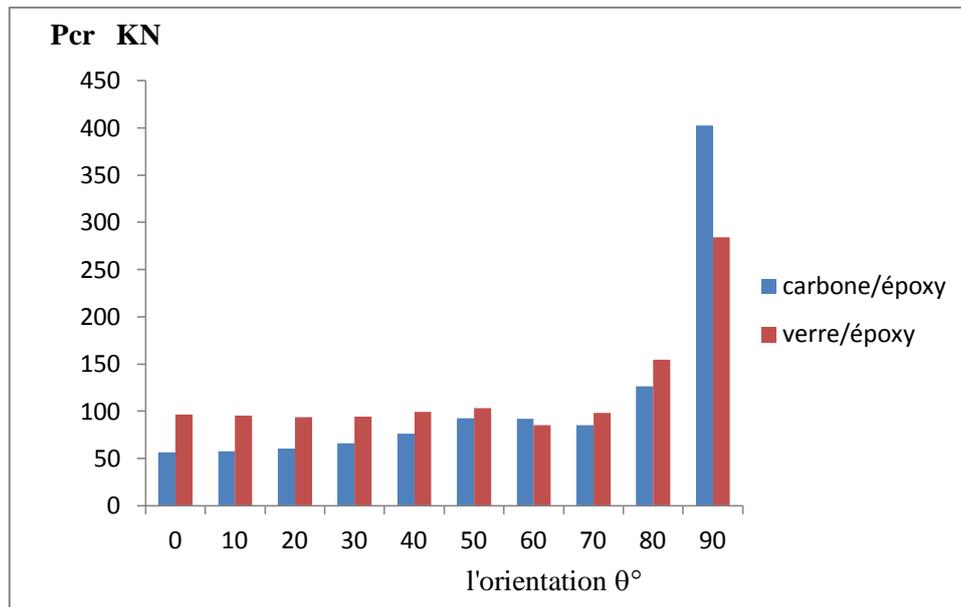


Figure V.6 : influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} (KN)

V.7.4. Cas du stratifiés croisé :

Le comportement est symétrique par rapport à l'angle 45° . L'influence de l'angle est notable dans les deux sens $0/90^\circ$ et $90/0^\circ$. A ce niveau, les deux valeurs de la charge est 4 fois supérieure aux autres directions pour le cas du carbone, et elle est 2 fois supérieure pour le cas du verre. Entre $10/100^\circ$ et $80/170^\circ$ la valeur de la charge est relativement instable pour les deux matériaux. L'ordre de grandeur de la charge est influencé par l'orientation des plis. Suivant les orientations comprises entre $10/100^\circ$ et $80/170^\circ$ la faible valeur de la charge est peut être due au fait que c'est la matrice qui reprend la charge, autrement dit, les fibres ont une faible influence, et le comportement s'apparente au comportement hors axe. Au niveau des orientations de $(0/90^\circ, 90/0^\circ)$ les fibres sont orientées dans les sens de la charge de compression ce qui engendre une meilleure résistance du tube.

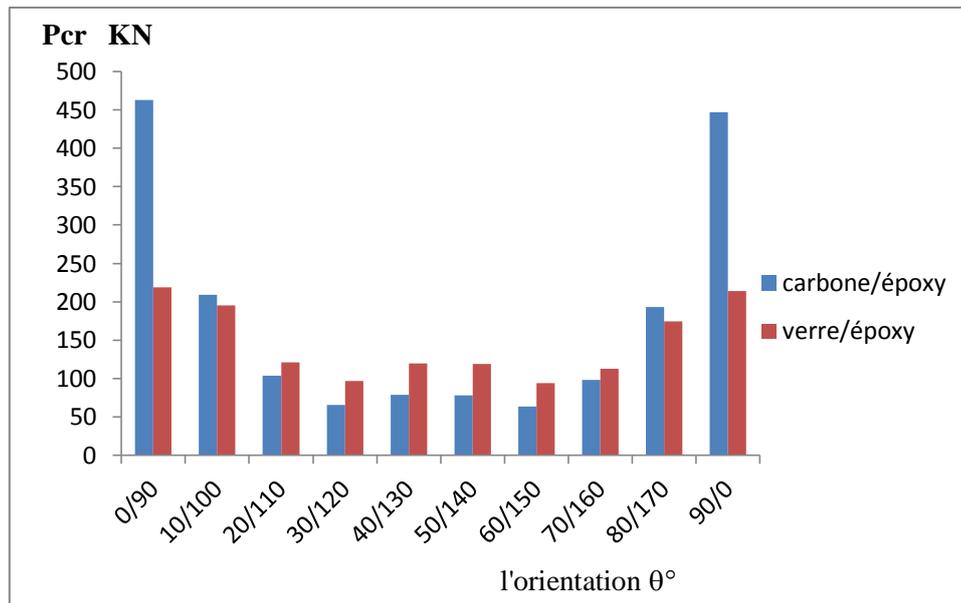


Figure V.7 : influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} (KN)

V.7.5. Cas du stratifié quasi - isotrope :

La figure 5.8 représente l'influence de l'angle d'orientation des plis quasi-isotrope, sur la valeur de la charge critique P_{cr} du flambement, (Tableau V.2.), pour les deux matériaux considérés. Nous remarquons que l'allure de l'histogramme de la charge critique du matériau verre/époxy est relativement stable. Ce qui n'est tout à fait le cas pour le matériau carbone/époxy qui présente des fluctuations à partir de l'orientation E.

D'une manière générale, tant qu'il y a une quantité de fibre dans le sens de la charge, le matériau résiste mieux, ceci est d'autant plus visible pour des fibres plus rigides. La nature des stratifiés quasi-isotropes peut engendrer une valeur quasi-constante de la charge critique.

Code	Séquences
A	0/+45/-45/90
B	5/+50/-40/95
C	10/+55/-35/100
D	15/+60/-30/105
E	20/+65/-25/110
F	25/+70/-20/115
G	30/+75/-15/120
H	35/+80/-10/125
I	40/+85/-5 /130
J	45/+90/0/135

Tableau V.2 : Codification des séquences

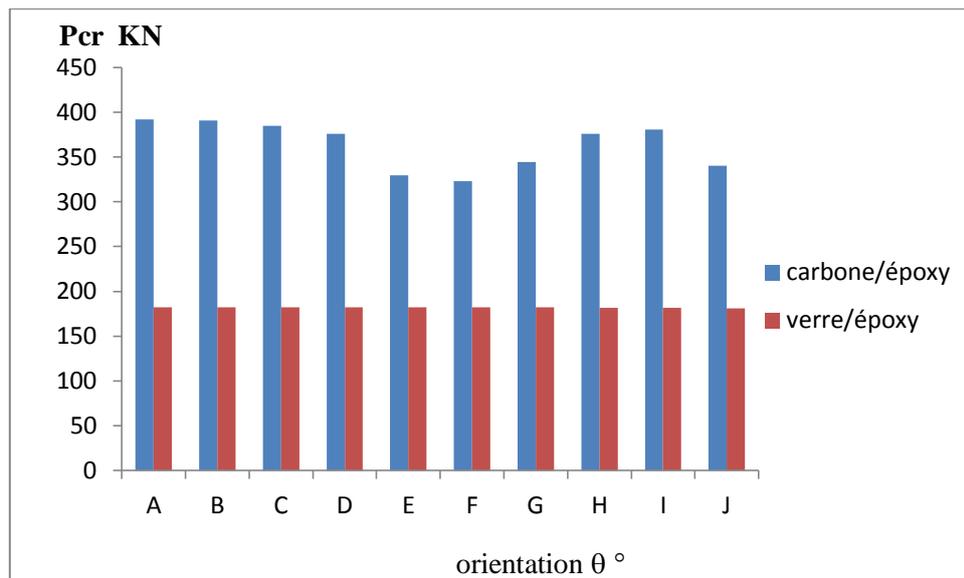


Figure V.8: influence de l'orientation θ° sur la charge critique P_{cr} (KN)

V.8. Etude du cas du comportement de tube sollicité en Torsion :

Le but est d'étudier l'influence de la stratification et de la nature des plis sur le couple critique de la torsion.

V.8.1. les conditions aux limites du tube sollicité en torsion :

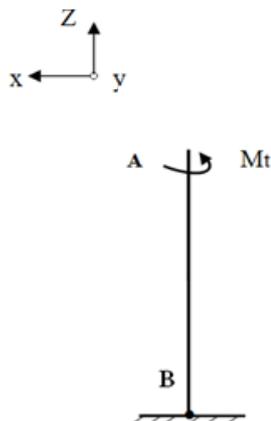


Figure V.9: conditions aux limites du tube à paroi mince sollicité en torsion.

- L'extrémité A : Glissière : Le déplacement selon $Z = 0$, rotation selon $x, y = 0$.
- L'extrémité B : Encastrement : Le déplacement selon x, y et $Z = 0$, rotation par rapport x, y et $Z = 0$

V.8.2. Cas du stratifié unidirectionnel :

La figure 5.10 représente l'influence de l'angle d'orientation des plis UD sur la valeur de moment critique M_t de la torsion. Pour les deux types de matériaux considérés, il est clair que l'allure de l'histogramme des deux matériaux est décroissante. Au niveau de l'orientation 0° , on enregistre la valeur la plus importante du moment critique ceci peut s'expliquer par le fait que les fibres sont dans le sens des contraintes tangentielles engendrée par le moment d'où la forte résistance. En s'éloignant de cette orientation, le moment commence à diminuer jusqu'à l'orientation 80° . A ce niveau, la valeur du moment est relativement stable.

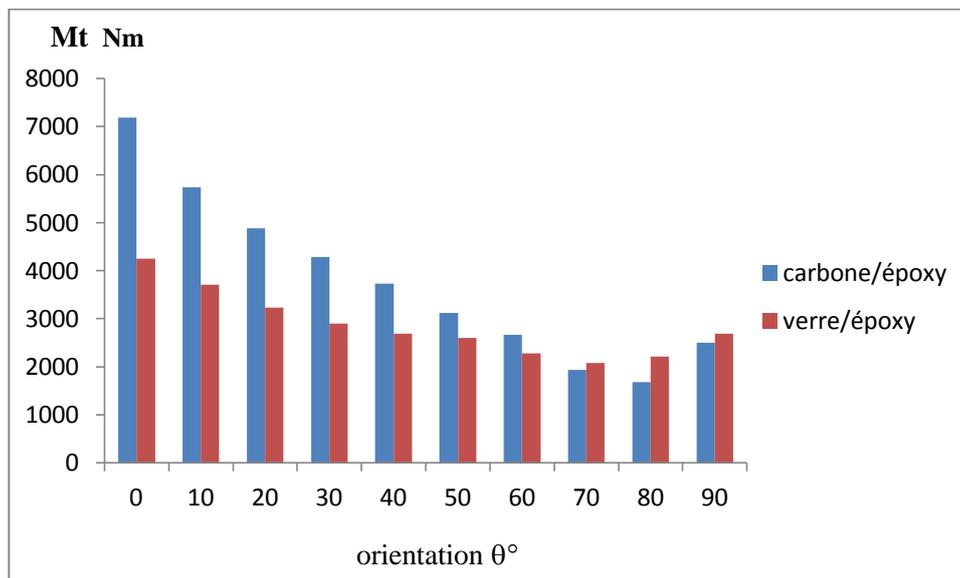


Figure V.10: influence de l'orientation θ° sur moment critique (N.m)

V.8.3.Cas du stratifié croisé :

L'allure de l'histogramme des deux matériaux est presque symétrique. La position des plis à 0° par rapport au rayon conditionne la valeur du moment. D'une manière générale, tant qu'il y a des plis orientés à 0° ou bien relativement proche de cette orientation, nous avons une valeur élevée du moment. Loin de 0° , le moment est faible car c'est la matrice qui reprend la charge.

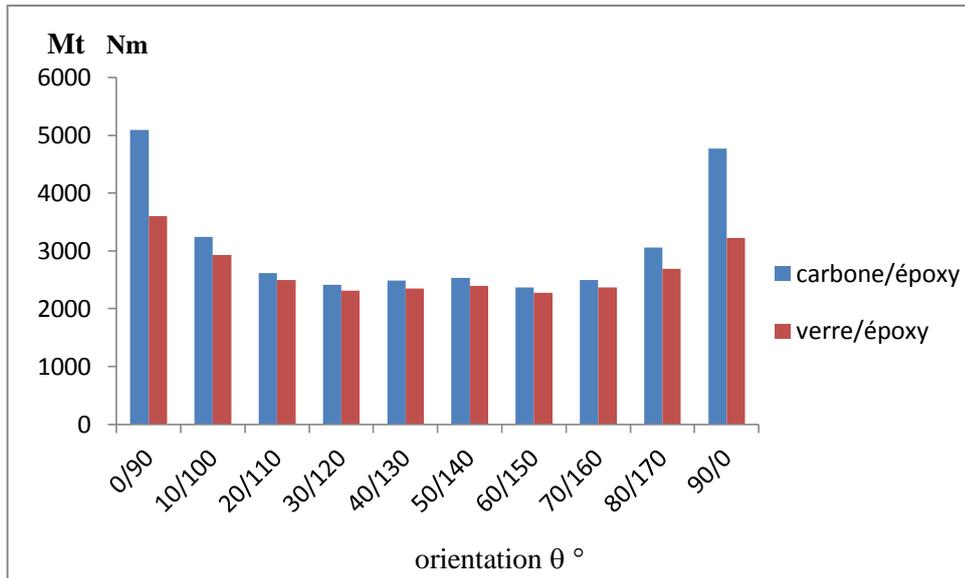


Figure V.11 : influence de l'orientation θ° sur moment critique (N.m)

V.8.4. Cas du stratifié quasi-isotrope :

Code	Séquences
A	0/+45/-45/90
B	5/+50/-40/95
C	10/+55/-35/100
D	15/+60/-30/105
E	20/+65/-25/110
F	25/+70/-20/115
G	30/+75/-15/120
H	35/+80/-10/125
I	40/+85/-5 /130
J	45/+90/-0/135

Tableau V.3 : codification des séquences.

Dans ce cas, on s'attend à ce que le comportement soit plus proche du comportement isotrope. Cependant, ce n'est pas le cas ici, Figure V.12, justement on observe l'effet de la structure sur le moment. Ce dernier est fortement influencé par la position du pli à 0° par rapport au rayon du tube Tableau IV.3. Ceci est d'autant plus visible si les fibres sont plus rigides.

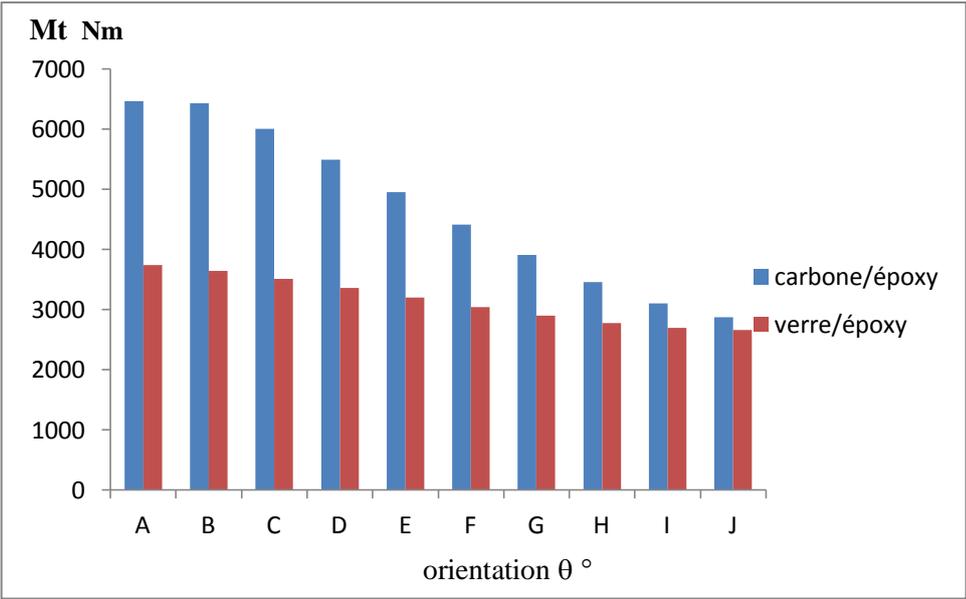


Figure V.12 : influence de l'orientation θ° sur moment critique (N.m)

Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif initial de ce travail est d'étudier la résistance au flambement des tubes en composites en vue d'une optimisation. Les tubes sont des structures qu'on rencontre fréquemment au niveau des systèmes mécaniques dans divers domaines de l'industrie. Les matériaux composites offrent la possibilité d'orienter la résistance dans une ou des directions souhaitées. De plus, ils présentent un rapport poids/ propriétés mécaniques très intéressant.

Dans cet optique, nous avons effectuée une analyse bibliographique basée essentiellement sur les composites et l'instabilité des structures par flambement. Cette analyse a permis d'orienter le choix des matériaux et de la structure qui a fait l'objet de la simulation. L'étude analytique est basée sur un modèle issue de la bibliographie [13]. Cette étude qui possède un aspect qualitative montre l'influence de la nature et du taux de fibre sur la résistance au flambage. De plus, l'influence des facteurs géométriques combinée à l'effet de l'orientation des fibres.

La partie réservée à la simulation corrobore les résultats de l'étude analytique. En plus, elle montre les différentes influences pour le cas des stratifiés croisés et quasi-isotropes pour des sollicitations de compression et de torsion.

D'une manière générale, la résistance au flambement, est maximale dans le sens des fibres, que ce soit en compression ou en torsion. Dans le cas de la torsion, la position sur le rayon des plis orientés dans le sens de la charge a agis sur la résistance du tube.

Pour optimiser la structure du tube en composite, on peut ne pas agir sur la géométrie en augmentant l'épaisseur du tube, ce qui vas augmenter le coût et le poids de la structure, mais plutôt agir sur l'orientation des plis pour diriger les propriétés du tube dans le sens des sollicitations avec un meilleur rapport poids/ propriétés mécaniques.

D'un autre coté, le présent travail offre un large éventail de perspectives :

- Introduire l'endommagement dans le matériau
- Etudier le cas d'une géométrie à diamètre variable
- Considérer des charges combinées
- Considérer d'autres variantes du composite (hybride, tissé, mat, ...)

Bibliographique

Liste des références bibliographiques

- [1] **Jean Marie Berthelot**, « matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures », 4^{ème} édition, TEC &DOC, Le Mans Novembre 2010.
- [2] **Damien Ducret**, « Elasticité anisotrope et endommagement des matériaux composites, caractérisation ultrasonore et modélisation micromécanique » Thèse de doctorat, institut national des sciences appliquées, Lyon, 2000
- [3] **Achraf Tafla**, « éléments finis mixtes-hybrides naturels sans facteurs correctifs du cisaillement pour les plaques et les coques composites multicouches », Thèse de Doctorat de l'Université de Reims 2007.
- [4] **Louis Berreur, Bertrand de Maillard, Stanislas Nosperger**. Industrie française des matériaux composites. Etude prospective et stratégique sur les matériaux composites, pp3, p129. Revue apparue le 17 Décembre 2001
- [5] «Glossaire des matériaux composites» - carma –Actualisation octobre 2006.
- [6] **Laurent gormet**, « Généralités sur les matériaux composites », ECN, Centre Nantes 2008.
- [7] **Michel Dupeux**, « Aide mémoire science des matériaux », Dunod, Paris, 2004
- [8] **V. Reynaud, G. Subra, M. calderini**, « Les matériaux composites », ENSCM, 1993.
- [9] **Gina Gohorianu**, « Interaction entre les défauts d'usinage et la Tenue en matage d'assemblages Boulonnes en Carbone/époxy », Thèse de Doctorat, université Toulouse III, paul sabatier, 2008.
- [10] **Dr Rikard B. Heslehurst** , ABARIS TRAINING « Design of composite structures», PhD (UNSW), M Eng(Aero), BEng(Aero) CP Eng, FIEAust, FRAES SMAIAA, SAMPE, SAE, ACSS. 20 march 2006.
- [11] **Christiane el Hage**, « Modélisation du comportement élastique en dommageable de matériaux composites à renfort tridimensionnel », Thèse, université de technologie de Compiègne, France, 2006.
- [12] **Desplentere, F., Lomov, S. V., Woerdeman, D. L., Verpoest, I., Wevers, M., and Bogdanovich**, «Micro-CT characterization of variability in 3D textile architecture » Composites Science and Technology, 65(13), 1920-1930, 2005.
- [13] **D. Gay**, Matériaux composites, 5^{ième} édition 2005.
- [14] **Jean- Paul Favre** 'techniques de l'ingénieur, traité plastiques et composites A7765

- [15] **Abderrezak Gharbi**, « Analyse des fissurations des matériaux composites et détermination de leur délaminage utilisant des capteurs piézo-électriques » Mémoire magister Université de Constantine 2005.
- [16] **D. Gay and F. Joubert**, Isotropie de rigidité et quasi-isotropie de résistance des stratifié à orientations périodique, *Revue des composites et des matériaux avancés*, Vol 4, 1994
- [17] **J. C. Halpin and S. W. Tsai**, -Effects of Environmental Factors on Composite Materials, AFML-TR-67-423, June 1969.
- [20] **KARL T, Herakovich**, 'Mechanics of Fibrous Composites' 1ère édition university of Virginia, 1998
- [19] **A. E. H. Love**, on the small free vibrations and deformations of elastic shells, *Philosophical Trans. Of the Royal Society (London)*, Vol. series A, N° 17 p. 491– 549. 1888.
- [20] **Yvon chevalier**, « Critères de rupture des composites, approche macroscopique ». *Techniques de l'ingénieur, traité plastiques et composites*, A7755.
- [21] **R.Hill**, « The mathematical theory of plasticity ». Oxford university Press, 1950.
- [22] **O. Hoffman**, « The Brittlestrength of orthotropic Materials ». *J compos Mat*, 1,200-206.
- [23] **W.Tsai ET E.M.Wu**, « A general theory of strength for anisotropie materials ». *J. compos mat*, 5, 58-80.
- [24] **V. D. Azzi et S. W. Tsai**, « Anisotropic strength of components ». *Exper.Mech*, 5,286-288.
- [25] V.Spobossiev, résistance des matériaux '3 ème édition révisée et complétée' traduction française Editions Mir 1976.
- [26] Stabilité appliquée Centre de Cluny ' Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers' Les leçons ont été traduites par Anne-Françoise CUTTING-DECELLE et les exemples ont été traduits par Dinar CA MOTIM n°6
- [27] **R. Bjorhovde** 'Approches d'analyse de résistance au flambement 'n°page 31-42 n°1-1985
- [28] **HASSANI-MANAI .S.** « Etude Et Modélisation De La Stabilité Des Structures Elancées En Béton Arme », Thèse Doctorat, l'universite de cergyponoise, 2008
- [29] Règles de calcul des constructions en acier .Additif 80- construction métallique n°1mars1981, CTICM
- [30] **Robert L'hermite** 'FLAMBAGE et STABILITE' le flambage élastique des pièces droites. 1974

- [31] **Mouhamed osman zakaria**. < analyse des structures >. Docteur à université de Constantine L.A.U.C Théorie .tome 1 office de publications universitaire 1.place centrale de ben Aknoun Alger, en 1989
- [32] **O. RAHMANI, S.KEBDANI** : introduction à la méthode des éléments finis pour les ingénieurs. Deuxième édition revue et augmentée 1994
- [33] Abaqus documentation (**Abaqus Analysis User's Manual**)
- [34] '**Nouredine bourahla** 'résistance des matériaux de base' université Saad Dahleb de blida GECOTEC
- [35] **A. Amiot, A. Haialeur**. Influence des propriétés des interfaces des composites sur leurs caractéristiques. Conférence internationale de mécanique avancée. CIMA 2004.Novembre, 1^{er} et 2 Décembre. Boumerdes Algérie.
- [36] **Pierre Etienne Buban**, leif carlsson, Jean Pierre Mercier, Jean Anders E.Manson matrice ' Compositeà matrice organique, propriétés' Presses polytechniques et universitaire, Romandes, 2004.
- [37] **A danur, S., and Liao**, «3D modeling of textile composite performs», Composites Part B: Engineering, 29(6), 787-793, 1998.

Annexe

Liste des abréviations

CMP	Composite à Matrice polymère
CMO	Composite à Matrice Organique
CMM	Composites à Matrice Métallique
CMC	Composites à Matrice Céramique
EF	Eléments Finis
GD	Composites Grande Diffusion
HP	Composites Hautes Performances
UD	Pli Unidirectionnel
Carbone HR	Carbone Haute Résistance
Carbone HM	Carbone Haut Module
TD	Thermodurcissable
TP	Thermoplastique
PA	Polyamide
PET	Polytéréphtalate éthylénique
PBT	Polytéréphtalate butylénique
PC	Polycarbonate
PPS	Polysulfure de phénylène
POM	Polyoxyméthylène
PSU	Polysulfurés
PP	Polypropylène
PAI	Polyamide-imide

PEI	Polyéther-imide
PES	Polyéther-sulfone
PEEK	Polyéther-éther-cétone
PAN	Polyacrylonitrile
RTM	Résine Transfert Molding
BMC	Bulk Molding Compound
SMC	Sheet Molding Compound