

Détermination De La Vitesse Et La Hauteur Normale Dans Une Conduite Partiellement Remplie

Zeghadnia Lotfi,

Maître assistant, Département de Génie Civil, Institut des Sciences & Technique,
Centre Universitaire de Souk Ahras, Algérie.

E-mail : Zeghadnia_lotfi@yahoo.fr

Djemili Lakhdar

Maître de conférences, Département d'Hydraulique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur,
Université Badji-Mokhtar – Annaba, Algérie.

Houichi Larbi

Maître de conférences, Département d'Hydraulique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur,
Université Hadj Lakhdar – Batna, Algérie.

Rezgui Nordine

Maître assistant, Département de Génie Civil, Institut des Sciences & Technique,
Centre Universitaire de Souk Ahras, Algérie.

Résumé

La conception des réseaux urbains ou agricoles ainsi que les ouvrages de protection contre les inondations fonctionnant à surface libre à ciel ouvert ou non, est basée sur l'approche de Manning qualifiée d'usage courant, à cause de sa simplicité, et la disponibilité des diagrammes et tableaux destinés à déterminer les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement, à savoir la vitesse et de la hauteur normale. L'exactitude d'obtention de ces deux paramètres jugés essentiels, représente sans doute une tâche primordiale pour le concepteur, et un souci résident pour un chercheur prudent. Afin de contribuer à la simplification des calculs de ces deux variables, une méthode semi-graphique claire et aisée est élaborée dans le présent article.

Mots-Clés : Conduite, Ecoulement uniforme, Hauteur normale, Vitesse d'écoulement.

1. Introduction

Dans le souci d'une approche efficace vers un fonctionnement adéquat des réseaux agricoles ou d'assainissement urbain, il convient de concevoir ces réseaux tout en respectant les impératifs techniques, afin de collecter les eaux pluviales ou usées et les évacuées aussi vite que possible vers les rivières, ou les stations d'épuration. La conception des réseaux d'assainissement est toujours basée sur des formules qui peuvent décrire l'écoulement dans

des sections partiellement remplies. Pour en ce faire, la formule de Manning est la formule la plus utilisée, et cela due à sa simplicité et la disponibilité des diagrammes et tableaux destinés à déterminer les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement, à savoir la vitesse et de la hauteur normale, représentant deux tâches primordiales que le concepteur cherche à en déterminer.

Le présent Article comporte une analyse de l'équation de Manning, où nous irons reformuler l'équation de vitesse, afin de y rendre plus simple, et proposer une démarche semi-graphique pour estimer la vitesse et la hauteur normale d'une section circulaire partiellement remplie.

2. Reformulation de l'équation de Manning

2.1 Equation de Vitesse

L'utilisation de Manning pour calculer les caractéristiques hydraulique, mène à supposer que l'écoulement est uniforme, C'est à dire, la pente est la section transversale restent constante, une section transversale ne diffère rien des autres, et la vitesse reste constante tout le long d'un filet liquide [1].

L'équation de Manning peut être écrite sous les formes suivantes :

$$Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S i^{1/2} \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} i^{1/2} \quad (2)$$

Où :

Q : est le débit écoulant dans la conduite.

R_h : Le rayon hydraulique.

n : coefficient déterminant l'état interne de la paroi de la conduite.

S: la section mouillée.

I : la pente de la conduite.

V: la vitesse d'écoulement.

Les équations (1) et (2) peuvent être exprimées en fonction un angle, soit θ , où, elle décrive le taux de remplissage dans la conduite.

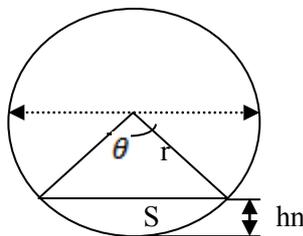


Figure 1: Section d'écoulement partiellement remplie de Rayon « r »

D'après la figure 1:

$$Q = \frac{1}{n} \left(\frac{r^3}{2^5} \right)^{1/3} \left[\frac{(\theta - \sin\theta)^5}{\theta^2} \right]^{1/3} i^{1/2} \quad (3)$$

$$V = \frac{1}{n} \left(\frac{r}{2} \right)^{2/3} \left[\frac{(\theta - \sin\theta)}{\theta} \right]^{2/3} i^{1/2} \quad (4)$$

Où :

r : est le rayon de la conduite, soit : $r = D/2$, tel que D est son diamètre interne.

L'équation (3) et (4) pour les valeurs connues suivantes Q , n , i , D , ne peuvent être résolues qu'à partir des itérations longues [2].

Les graphes et les tableaux existant servent aussi à résoudre les équations suscitées, mais ils restent imprécis et limités.

2.2 Méthode semi-graphique :

2.2.1 Simplification de l'équation de vitesse :

L'équation (3) peut être réécrite sous la forme :

$$\left[\left(\frac{nQ}{i^{1/2}} \right)^3 \left(\frac{2^5}{r^8} \right) \right] = \frac{(\theta - \sin\theta)^5}{\theta^2} \quad (5)$$

Soit :

$$K\theta^{2/5} = \theta - \sin\theta \quad (6)$$

Où :

$$K = \left[\left(\frac{nQ}{i^{1/2}} \right)^3 \left(\frac{2^5}{r^8} \right) \right]^{1/5}$$

L'équation (4) peut être réécrite sous la forme :

$$\left(\frac{nV}{i^{1/2}} \right)^{3/2} \left(\frac{2}{r} \right) = \frac{\theta - \sin\theta}{\theta} \quad (7)$$

Soit :

$$F\theta = \theta - \sin\theta \quad (8)$$

Où :

$$F = \left(\frac{nV}{i^{1/2}} \right)^{3/2} \left(\frac{2}{r} \right)$$

D'après l'équation (8) et (6), nous pourrions déduire que :

$$K\theta^{2/5} = F\theta \Leftrightarrow K\theta^{-3/5} = F \quad (9)$$

Si en remplaçant "F" par sa valeur, on obtient :

$$V = \frac{1}{n} \left(\frac{r}{2} \right)^{2/3} K^{2/3} \theta^{-2/5} i^{1/2} \quad (10)$$

Maintenant, l'équation (4) est remplacée avec succès par une autre plus simple, qui est l'équation (10), elle peut être réécrite sous la forme :

$$V = a\theta^{-2/5} \quad (11)$$

Où :

$$a = \frac{1}{n} \left(\frac{r}{2} \right)^{2/3} K^{2/3} i^{1/2}$$

L'équation (11) est une équation à 02 inconnus, ce qui rend la solution difficile, puisque pour des valeurs connus de Q, i, n et D, nous avons pratiquement une seule vitesse, en revanche, l'équation (11) admettra une infinité de solution. Afin de contourner ce passage, nous irons nous aider à un procédé graphique, pour minimiser le nombre des inconnus dans l'équation (11). D'après les travaux de Giroud, Palmer & Dove., 2000 [2], à partir de l'équation (6), nous pourrions tracer la figure 2, représentante de l'équation (12) :

$$K = f(\theta) \quad (12)$$

Tel que :

$$f(\theta) = \frac{\theta - \sin\theta}{\theta^{2/5}} \quad (13)$$

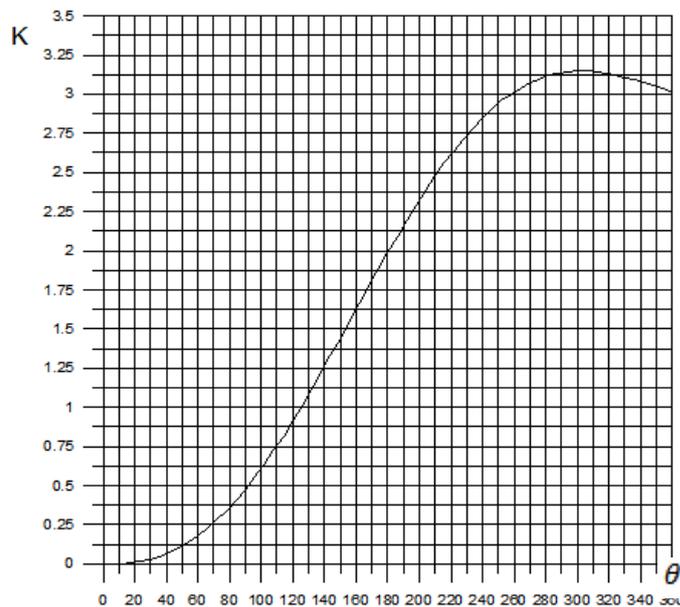
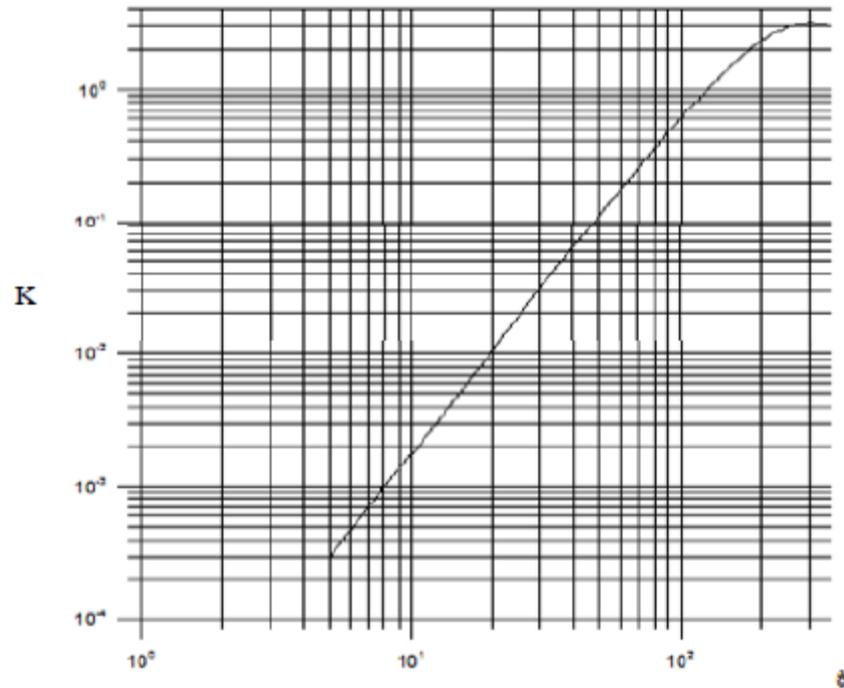


Figure 2 : Détermination du paramètre K en fonction le taux de remplissage $f = (\theta)$

Pour des débits très faibles, la lecture de la valeur de l'angle de remplissage θ est difficile, pour pouvoir en estimer, les résultats numériques de l'équation (12) peuvent être représentés à l'échelle logarithmique, et on obtient ce qui suit:

Figure 3: Détermination du paramètre K en fonction le taux de remplissage $f = (\theta)$, sur une échelle logarithmique (l'angle θ est en degré).



Au regard de la figure 2, la 1^{ère} lecture du graphe, conduit à conclure que la valeur max du paramètre K est entre 300 et 310, et d'après Giroud, Palmer, et Dove.,2000, la valeur max du θ est 302.41, en revanche, notre graphe après son digitalisation, on a trouvé que la valeur max du θ est 308.10 .

2.2.2 Epreuve Analytique

2.2.2.1 Condition de débit max

La condition de débit pour une section circulaire de rayon "r" est :

$$3PdS - SdP = 0 \quad (14)$$

Où :

p : est le périmètre mouillé.

S : Section mouillée.

$$P = \theta r \Rightarrow dP = rd\theta \quad (15)$$

$$S = \frac{r^2}{2} (\theta - \sin\theta) \Rightarrow dS = \frac{r^2}{2} (1 - \cos\theta)d\theta \quad (16)$$

La combinaison entre les équations (15) et (16) donne ce qui suit :

$$2\theta - 3\theta\cos\theta + \sin\theta = 0 \quad (17)$$

L'équation (17) nécessite une méthode itérative pour en résoudre, la méthode dichotomie [3], nous a donné ce qui convient : l'équation (17) est vérifiée pour $\theta = 308.3236$, cette valeur a été obtenu pour un écart absolu égale à 10^{-15} . Si en comparant le résultat obtenu

graphiquement est celle obtenu par la voie analytique, nous pourrions juger l'authenticité de nos résultats.

3. La hauteur normale (à rajouter)

Plusieurs tentatives ont été fournies dans le but de fonder des façons de calcul plus aisées de la hauteur normale, qui représente un paramètre très important pour les concepteurs des réseaux écoulant à surface libre. A partir de la figure 1, nous pourrions facilement déduire la hauteur normale soit :

$$h_n = r \left(1 - \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \quad (18)$$

L'équation (18) montre que la hauteur normale dépend de l'angle de remplissage θ . Parmi les approches établies, nous avons la procédure graphique de Chow [4] pour des formes standards; mais la méthode reste imprécise est limitée comme tous les méthodes Graphiques.

La méthode semi graphique proposée pour déterminer l'angle θ , minimise un peu l'erreur, et ce, via la possibilité qu'elle donne pour recourir au numérique, afin obtenir l'exactitude, alors l'équation (18) peut être calculée explicitement une fois l'angle θ est déterminée.

4. Conclusion

Cet article a pour but de présenter une contribution pour simplifier le calcul de la vitesse et la hauteur normale, et ce, à travers d'abord la simplification de l'équation de la vitesse et d'en réécrire sous la forme de l'équation (11), et en suite, rattraper les travaux de Giroud, Palmer et Dove.2000, par une épreuve analytique, ce qui rend par la suite le calcul de la hauteur normale plus simple, plus exacte et directe.

Référence

- [1] M. Carlier, (1980). Hydraulique Générale, Eyrolles.
- [2] J.P.Giroud, B.Palmer, and J.E.Dove, 2000, Calculation of flow Velocity in pipes as function of flow rate, Géosynthetics International, Vol, 7, Nos. 4-6, pp. 583-600.
- [3] André Fortin, (1995), Analyse Numérique pour Ingénieur, Ecole polytechnique de Montréal.
- [4] Chow V-T. Open channel hydraulics. Mc Graw-Hill, New York, 1959.