الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد الشريف مساعدية – سوق أهراس–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم الجذع المشترك

عنوان المطبوعة

ملخصات دروس وتمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي 1

من إعداد:

د/ علي صاري

السنة الجامعية: 2018–2019

الفهرس:

المقدمة:

نتيجة التطورات العلمية في مختلف المجالات أصبح علم الاقتصاد من بين أهم العلوم الاجتماعية التي تعنى بالبحث عن حلول لمشكلات اقتصادية أصبحت مع تطور الوقت تتميز بالتعقيد والتشابك مع مجالات الحياة الأخرى؛ هذه الأهمية لعلم الاقتصاد في الحياة جعلت الكثير من الطلبة تختار تخصص العلوم الاقتصادية كمسار علمي في الدراسات الجامعية.

في هذا المسار العلمي يتوجب على الطالب أن يلم بمفاهيم ومصطلحات الأساسية تمكنه من فهم وتفسير الظواهر الاقتصادية من خلال استخدام أدوات عملية في تحليل سلوك الوحدات الإقتصادية والمشاكل التي تواجهها، وذلك من خلال مجموعة من المواضيع المتكاملة فيما بينها، وذلك حتى يتسنى له الإستعاب الجيد للمواضيع المطروحة؛ والتي من بينها موضوع (مقياس) الاقتصاد الجزئي.

حيث يعتبر مقياس الإقتصاد الجزئي من المقاييس الأساسية التي تحاول إعطاء تصور للطالب حول أهم النظريات الاقتصادية الوحدوية ذات العلاقة بتحسين تصور الفرد للمشكلات التي يواجهها مستهلكاً كان أو منتجاً؛ وترشيد سلوكه نحو إيجاد الحلول المناسبة، ومن ثمة اتخاذ القرار الأمثل اقتصادياً.

وبناءا عليه فقد اشتملت هذه المطبوعة على مجمل الدروس التي تمثل جوهر النظرية الإقتصادية الجزئية، وتؤكد على المنطق والطرق التي تشكل العمود الفقري لنظرية الإقتصاد الجزئي، مما يوفر فرصة ملاحظة الكيفية التي يمكن بها استخدام مختلف أدوات وأساليب تحليل المسائل، لذلك فقد عملنا على أن يحتوي كل فصل على مجموعة مختلفة من الحالات التطبيقية مع تقديم حلول نموذجية، إلى جانب هذا فقد تم تخصيص فصل سادس يتعرض إلى الامتحانات التي سبق تقديمها للطلبة في دفعات سابقة مرفقة بحلول نموذجية الهدف منها هو إطلاعهم على كيفية طرح الأسئلة المتعلقة بهذا المقياس ومنهجية الإجابة عليها.

I– مدخل إلى علم الاقتصاد.

I-1- تعريف علم الاقتصاد؛

I-2- المشكلة الاقتصادية؛

I-3- طرق التحليل الاقتصادي؛

I-4- أسئلة وتمارين محلولة.

I– مدخل إلى علم الاقتصاد.

I–1– تعريف علم الاقتصاد؛

توجد عدة تعاريف لعلم الاقتصاد، يحث لم يتفق الاقتصاديين على تعريف موحد لعلم الاقتصاد نتيجة اختلاف توجهاتهم الفكرية والمدارس الاقتصادية المنتمين إليها، وعليه توجد عدة تعاريف لعلم الاقتصاد منها:

التعريف الأول – يعتبر الاقتصاد أحد العلوم الاجتماعية، أي أن له طابع اجتماعي لأنه ينصب على دراسة سلوك الفرد سواء– كان مستهلكاً أو منتجا– وفي إطار علاقاته بباقي أفراد المجتمع.

التعريف الثاني: يعرف آدم سميث(A. Smith) علم الاقتصاد بأنه العلم الذي يبحث في طبيعة الثروة وكل ما يتصل بها.

التعريف الثالث: بينما يعرف الفريد مارشال(A. Marshall) علم الاقتصاد بأنه: علم من العلوم الإنسانية يختص بالجانب الاقتصادي والاجتماعي لحياة الفرد، ويبحث في كيفية استخدام المقومات المادية لتحقيق الرفاهية المطلوبة.

التعريف الرابع: أما الاقتصادي أوسكار لانج(O. langa) فقد عرف علم الاقتصاد على أنه: علم تنظيم وتدبير موارد الثروة الإنسانية والطبيعية النادرة نسبياً في المجتمع بهدف إشباع الرغبات الإنسانية المتعددة من السلع والخدمات الاقتصادية المختلفة.

ومن هذا يمكن القول أن علم الاقتصاد هو فرع من فروع علم الاجتماع، والذي يبحث في كيفية تلبية الحاجات والرغبات المتعددة وغير المحدودة بواسطة الموارد والمصادر المحدودة والنادرة نسبياً.

تبرز أهمية دراسة الاقتصاد بشكل عام إلى وجود ما يعرف بالمشكلة الاقتصادية .فوجود المشكلة الاقتصادية هو أساس علم الاقتصاد .ويمكن تلخيص المشكلة الاقتصادية :بندرة الموارد في مواجهة الحاجات والرغبات المتعددة

أي أن علم الاقتصاد هو العلم الذي يبحث في كيفية حل المشكلة الاقتصادية؛

I–2– المشكلة الاقتصادية: تتمثل المشكلة الاقتصادية في الندرة النسبية للموارد الاقتصادية المتاحة على اختلاف أنواعها وأحجامها، مقابل ومقارنة بالحاجات والرغبات الإنسانية المتعددة والمتزايدة باستمرار.

أ– الحاجات والرغبات الإقتصادية: تعرف الحاجة بأنها رغبة الإنسان في الحصول على وسائل لازمة لوجده أو للمحافظة عليه أو لتقدمه دون أن يلزم لقيامها أن يكون الإنسان حائزا لتلك الوسائل ولكنها تفترض معرفة

الإنسان بالغاية التي يسعى أليها وبالوسائل التي تسمح بتحقيق تلك الغاية، ومن ثم فإن للحاجة بمختلف أشكالها ثلاثة عناصر تتمثل في الآتي:

-الشعور بالحرمان أو الإحساس بالألم كالجوع أو العطش مثلا؛

-معرفة الوسيلة لإطفاء هذا الحرمان أو الألم؛

-الرغبة في استخدام هذه الوسيلة لإزالة الشعور أو الإحساس.

ملاحظة: مع أنه ليس كل حاجة تدخل في موضوع علم الإقتصاد، فالحاجة إلى النوم أو إلى الراحة ليست حاجات اقتصادية؛ والاقتصادي لا يهتم بالحاجة ذاتها وإنما يهتم بنتائجها الإقتصادية.

ب- الموارد الإقتصادية :إن القدرة على إشباع الحاجات والرغبات الإنسانية المتزايدة واللانهائية تتطلب توفر المصادر والوسائل الكفيلة بتحقيق ذلك، لهذا فإن الموارد التي تمكن من إزالة الإحساس بالحرمان تتمثل في السلع والخدمات المختلفة، لهذا فالموارد قد تكون في شكل مادي ملموس يمكن توصيفه كميا أو كيفيا فنطلق عليها عموما السلع كالمواد الغذائية، الملابس، الأدوية إلى غير ذلك، ومنها ما يكون في شكل غير مادي وغير ملموس وهذا ما يعرف بالخدمات كالنقل، الصحة، التعليم والاتصالات الهاتفية.... إلخ.

خصائص المشكلة الاقتصادية: تتميز المشكلة الاقتصادية بخاصيتين أساسيتين هما:

1- ندرة الموارد: وتعني هذه الندرة في الموارد الاقتصادية ندرة نسبية وليست مطلقة؛

2- تعدد الحاجات: وتعني أن حاجات ورغبات الأفراد تتجدد باستمرار وتتغير بتغير الزمان والمكان وكذلك بتغير وسائل الانتاج.

ومن هاتين الخاصيتين يمكن أن نحدد الأسئلة التي يمكن أن يجيب عنها علم الاقتصاد وهي: ماذا، وكيف، ولمن، ولماذا؟.

1- ماذا ننتج؟: أي ماهي السلعة التي يجب إنتاجها دون بقية السلع والخدمات الأخرى الممكنة في مثل نفس الظروف والتكاليف.

2- كيف ننتج؟: وتعني الطريقة والوسائل الواجب استخدامها في عملية الانتاج حتى تؤدي هذه العملية إلى الهدف الرئيس منها، وتلبي حاجات الأفراد من السلع والخدمات بالكميات والكيفيات المطلوبة.

3- لمن ننتج؟: يجيب هذا التساؤل عن الأسواق وأماكن تصريف المنتوج، وحجم الطلب الذي يمكن أن يستوعب الكميات الموفرة من السلع والخدمات الموفرة و بالأسعار التي تحقق هامش من الربح للمنتج.

4- لماذا ننتج؟: يطرح مثل هذا التساؤل عند أي عمل يقوم به الفرد، حيث يحدد الهدف من عمله وهو إما إشباع حاجة بالنسبة للمستهلك أو تحقيق ربح بالنسبة للمنتج.

I-3- طرق التحليل الاقتصادي؛

تتعدد طرق التحليل الاقتصادي بحسب المستوى المعرفي لكل باحث، وحسب طبيعة المواضيع المراد دراستها، لكن ما يهمنا في هذا المستوى هما التحليلين الجزئي والكلي، باعتبارهما الموضوعين المقترحين على الطلبة في مراحل التعليم المتدرج.

أ- التحليل الاقتصادي الجزئي Micro-économiques: وهو الفرع من علم الاقتصاد الذي يهتم بدراسة السلوك الاقتصادي للوحدات الاقتصادية الفردية أو الصغيرة، والتي تتعلق بسلوك الفرد المستهلك والمشروع الإنتاجي الفردي، والقرارات المختلفة والمرتبطة بذلك.

أي أن الاقتصاد الجزئي يدرس الفرد كمستهلك والمنشأة أو المؤسسة كمنتج ويبحث في المكان الذي هو السوق والعلاقة التي تجمع بينهما؛

كما تعمل هذه النظرية على تزويدنا بتفسير علمي للسلوك الإقتصادي للوحدة الإقتصادية(المستهلك، المنتج، السوق) وذلك في ظل ظروف معينة.

كما يطلق على نظرية الإقتصاد الجزئي إسم" -الاقتصاد الوحدوي-؛ -نظرية السعر -؛ لارتباطها الوثيق بالسعر سواء على مستوى المستهلك أو على مستوى المنتج أو سوق السلع والخدمات.

ب- التحليل الاقتصادي الكلي Macro-économiques: وهو الفرع من علم الاقتصاد الذي يهتم بدراسة المتغيرات الاقتصادية الكلية على المستوى الوطني، والبحث في المشكلات والسياسات ذات العلاقة على المستوى الوطني من أجل تحقيق الاستقرار والنمو الاقتصادي؛ مثل: الناتج الوطني، التضخم، النمو الاقتصادي، الصادرات والواردات الوطنية....الخ.

وهكذا فالاقتصاد الكلي يركز على دراسة اقتصاد دولة ما ككل أو دراسة القطاعات المختلفة المكونة للإقتصاد، كدراسة قطاع المستهلكين و الذي يتضمن كل المستهلكين أو دراسة القطاع الحكومي أو قطاع المنتجين أو قطاع العالم الخارجي الذي يتضمن صادرات وواردات السلع والخدمات.

مما تقدم يمكن القول أنه لا يكفي لدراسة عمل الجهاز الإقتصادي لمجتمع ما الاعتماد على تحليل اقتصادي واحد (نظرية دون سواها)؛ بل أن مصلحة الإقتصاد الوطني لأي مجتمع من المجتمعات تقتضي استخدام التحليلين الجزئي والكلي جنبا إلى جنب من أجل التوصل إلى نتائج سليمة.

I–4– أسئلة وتمارين محلولة.

التمرين الأول:

أ– ما هو الفرق بين الحاجة والرغبة؟.

ب– صنف هذه المصطلحات حسب تقسيم التحليل الاقتصادي: الناتج الوطني، الطلب الفردي، الاستهلاك الفردي، البطالة، التضخم، العرض السوقي، المؤسسة، الصادرات، الاستهلاك الوطني، الإنفاق الوطني.

ج– ماهي علاقة علم الاقتصاد بعلمي الرياضيات والمحاسبة؟.

د– حسب تعريف علم الاقتصاد، هل يمكن القول أن مواضيع الاقتصاد تنصب على دراسة سلوك الفرد سواء– كان مستهلكاً أو منتجا دون الاهتمام بعلاقاته بباقي أفراد المجتمع.

جواب التمرين الأول:

أ– الفرق بين الحاجة والرغبة هو أن:

1– الحاجة هي: إحساس بالحرمان من شيء معين، مما يدفع بصاحب الحاجة إلى السعي في البحث عن الوسيلة التي بإمكانها إزالة ذلك الإحساس.

2– أما الرغبة فهي: الشعور بالحرمان المصحوب بدافع معين لدى الفرد في الحصول على وسائل الإشباع المختلفة لإزالة هذا الحرمان، حيث قد تكون هذه الرغبة إما فطرية تولد مع الإنسان ويحتاجها تلقائيا كالرغبة في الغذاء والشرب والملبس... إلخ، وإما مكتسبة تتطور وتظهر وتختلف مع نمو الإنسان وتتغير بتغير ظروفه كالرغبة في الحصول على مختلف السلع والخدمات الكمالية، ويقوم الفرد بإستهلاك تلك السلع أو الخدمات التي تشبع لديه حاجة أو رغبة معينة والتي تحقق له منفعة إقتصادية.

ب– تصنيف المصطلحات

1– مصطلحات الاقتصاد الجزئي: الطلب الفردي، الاستهلاك الفردي، العرض السوقي، المؤسسة؛

2– مصطلحات الاقتصاد الكلي: الناتج الوطني، البطالة، التضخم، الصادرات، الاستهلاك الوطني، الإنفاق الوطني.

ج– تتمثل علاقة علم الاقتصاد بعلمي الرياضيات والمحاسبة في: تتجسد العلاقة القوية بين الإقتصاد والمحاسبة ففي المحاسب لا بد وأن يكون على معرفة بفحوى الأرقام التي يتعامل معها، فالمحاسب في مشروع معين مثلا يتعامل مع أرقام التكاليف والإيرادات، حيث أن هنالك تكاليف صريحة وتكاليف ضمنية وأن هناك أنواع متعددة من التكاليف الكلية والحدية والمتوسطة وكذلك التكاليف الثابتة ومتغيرة، فالمحاسب يجب أن يعرف هذه المصطلحات لكي يتجنب الوقوع في الأخطاء، وهكذا يتضح أن هنالك علاقة وثيقة بين علم الإقتصاد وعلم المحاسبة أداة مهمة لدراسة كفاءة المشروع ومسيرة الإقتصاد الوطني الذي يتكون من مشروعات مختلفة.

كما إن جمع وتحليل المتغيرات الإقتصادية الكبيرة والقابلة للقياس الاقتصادي بحاجة ماسة إلى تحويل هذه البيانات الإحصائية إلى معادلات رياضية من أجل لتفسير الظواهر الإقتصادية، فإن أي دراسة اقتصادية معمقة تعتمد إلى حد كبير على الأساليب الدقيقة والدوال الرياضية في جميع البيانات وتصنيفها ومعالجتها وتحليلها وتفسيرها.

د- حسب تعريف علم الاقتصاد: فأن علم الاقتصاد هو أحد العلوم الاجتماعية، أي أن له طابع اجتماعي لأنه ينصب على دراسة سلوك الفرد سواء كان مستهلكا أو منتجا وفي إطار علاقاته بباقي أفراد المجتمع.

كما يعرف الاقتصاد بأنه أحد العلوم الاجتماعية الذي يدرس سلوك الفرد والجماعة في توظيف الموارد في الاستخدامات المتعددة لإنتاج السمع والخدمات وتوزيعها للاستهلاك في الحاضر والمستقبل بين أفراد المجتمع.

التمرين الثاني:

أجب بوضع (صحيح) أمام الجملة الصحيحة و(خطأ) أمام الجملة الخاطئة مع تصحيح الخطأ:

1- تتسم الموارد الاقتصادية بالتعدد والتنوع والوفرة.

2- قد تطرح مشكلة الندرة النسبية على المستوى الفردي والجماعي والدولي.

3- المشكلة الاقتصادية تواجه الفرد كمستهلك ولكن لا تواجهه إذا تصرف كمنتج.

4- من مفاهيم علم الاقتصاد القدرة على توفير أكبر قدر من النقود.

5- إشباع حاجة ما قد يؤدي إلى ظهور حاجة أخرى؛

6- السلع المعمرة هي التي يحتاجها الإنسان ليعيش فترة طويلة؛

7- المشكلة الاقتصادية تواجه الأفراد والشركات الخاصة إلا أنها لا تواجه الحكومات؛

8- الموارد الاقتصادية كل ما يحقق منفعة مباشرة أو غير مباشرة الإنسان؛

9- الثروة ورأس المال يعنيان نفس الشيء؛

جواب التمرين الثاني:

1- تتسم الموارد الاقتصادية بالتعدد والتنوع والوفرة ....**خطأ**

تتسم الموارد الاقتصادية بالندرة النسبية في تعددها وتنوعها ووفرتها.

2- قد تطرح مشكلة الندرة النسبية على المستوى الفردي والجماعي والدولي..............................**صحيح**

3- المشكلة الاقتصادية تواجه الفرد كمستهلك ولكن لا تواجهه إذا تصرف كمنتج.................... **خطأ**

المشكلة الاقتصادية تواجه الفرد كمستهلك أو كمنتج.

4- من مفاهيم علم الاقتصاد القدرة على توفير أكبر قدر من النقود..................................... **خطأ**

من مفاهيم علم الاقتصاد توفير قدر من النقود ولكن التعرف على الطريقة الصحيحة للإنفاقها (الرشادة).

5- إشباع حاجة ما قد يؤدي إلى ظهور حاجة أخرى؛.. **صحيح**

6- السلع المعمرة هي التي يحتاجها الإنسان ليعيش فترة طويلة؛... **خطأ**

السلع المعمرة هي التي تبقى فترة طويلة لكي تهتلك.

7- المشكلة الاقتصادية تواجه الأفراد والشركات الخاصة إلا أنها لا تواجه الحكومات؛........................ **خطأ**

بل تواجه جميع الأعوان الاقتصادية (الأفراد ، الشركات ، الحكومات).

8- الموارد الاقتصادية كل ما يحقق منفعة مباشرة أو غير مباشرة الإنسان؛.............................. **صحيح**

9- الثروة ورأس المال يعنيان نفس الشيء؛.. **خطأ**

الثروة مفهوم أشمل من رأس المال، فهي تشمل حتى الموارد الطبيعية (ثروة البلد، ثروة الأمم).

II– النظرية الكلاسيكية لسلوك المستهلك.

II-1- المنفعة الكلية؛

II-2- المنفعة الحدية وتوازن المستهلك؛

II-3- نظرية التبادل وشروط تحقيقه؛

II-4- أسئلة وتمارين محلولة.

II- النظرية الكلاسيكية لسلوك المستهلك.

يعتبر سلوك الفرد وتصرفاته هي نقطة البداية في هذه النظرية الوصفية، التي تصف تصرفات المستهلك الاقتصادية؛ وعند دراسة سلوك المستهلك نبني دراستنا على افتراض هام وأساسي، وهو أن المستهلك شخص رشيد من الناحية الاقتصادية؛ فالمستهلك إنما يهدف إلى تحقيق أقصى إشباع ممكن من إنفاقه لدخله المحدود، محاولاً الحصول على أكبر قدر من السلع والخدمات، وهو بصدد الاختيار بين البدائل المتاحة له من مختلف السلع والخدمات، وكذلك الكميات التي يختارها من كل منها.

هذا واعتبر بعض الاقتصاديين الكلاسيك (النظرية الكلاسيكية) ومن أجل تحليل سلوك المستهلك، أن المنفعة أو درجة الإشباع يمكن قياسها، وبالتالي حساب درجة الأفضلية، عدديا، لبعض السلع التي يمكن استهلاكها، بوحدات قياسية تدعى" وحدة منفعة"،

ولدراسة سلوك المستهلك هناك طريقتان أساسيتان تعتمد إحداهما على استخدام فكرة المنفعة العدلية أو القياسية، بينما تستخدم الطريقة الثانية فترة المنفعة الترتيبية.

II-1- المنفعة القياسية.

المنفعة بالمفهوم الاقتصادي تختلف عنها في المفهوم العام، فإذا كانت المنعة بالمفهوم العام تعني تحقيق منفعة مادية، فإن معني المنفعة في الاقتصاد تعني كل شعور بالرضا الناتج عن تحقق هدف أو مصلحة لشخص معين وفي وقت معين.

حيث فسر مجموعة من الاقتصاديين سلوك المستهلك على أساس المنفعة المكتسبة التي سيحصل عليها من خلال استهلاكه أو استخدامه لمجموعة من السلع، ومن هنا فإن المستهلك الرشيد هو الذي يعرف كيف يتصرف على أساس المنافع المكتسبة.

وتقوم نظرية المنفعة القياسية على أنه يمكن قياس الإشباع الذي يحصل عليه شخص ما عند استهلاكه وحدات متماثلة من سلعة معينة في زمن وظروف محددة ، كما تقوم هذه النظرية على الافتراضات التالية:

- رشادة المستهلك والتي تعني أن المستهلك محل الدراسة مستهلكا عقلانيا يبحث عن أعلى منفعة في حدود دخله المتاح وأسعار السلع والخدمات ويأخذ قراره الاستهلاكي باستعمال كل المعلومات الضرورية المتوفرة ؛

- إمكانية قياس المنفعة المكتسبة كميا، نتيجة استهلاك سلع أو خدمات معينة، حيث تقاس بالوحدات تسمى وحدات المنفعة؛
- ثبات المنفعة الحدية النقود إذا ما استخدمت كوحدات لقياس المنفعة، بحيث لا تتأثر المنفعة الحدية للنقود بتغيرات دخل المستهلك؛
- أن المستهلك يبحث عن تحقيق أقصى إشباع ممكن.

1- تعريف المنفعة: تعرف المنفعة على أنها مقدار الإشباع الذي يحصل عليه الفرد نتيجة استهلاكه وحدة أو وحدات من سلعة معينة وفي وقت محدد.

ويتضح من التعريف أن المنفعة تعني العلاقة بين السلعة والحاجة إليها في وقت معين.

كما أن المنفعة تعتمد على الكمية المستهلكة من السلعة، أي بمعنى أن المنفعة المكتسبة من سلعة ما مستقلة عن معدل الاستهلاك من السلع الأخرى.

2- تقسيم المنفعة: يمكن التمييز بين قسمين للمنعة هما: منفعة كلية مرتبطة بمجموعة السلع المستهلكة، ومنفعة حدية مرتبطة بسلعة محددة.

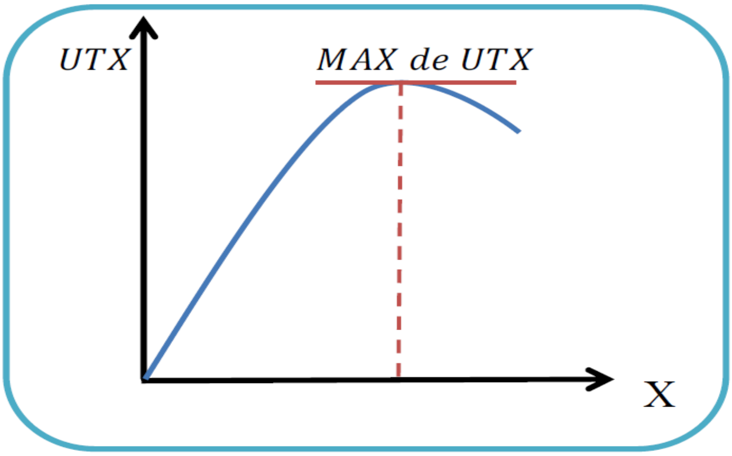
أ- المنفعة الكلية: تعرف المنفعة الكلية على أنها مجموعة المنافع التي يحصل عليها الفرد من مجموعة السلع والخدمات المحصلة (المستهلكة) خلال فترة زمنية محددة؛ حيث تتزايد المنفعة الكلية بزيادة الوحدات المستهلكة من أي سلعة ولكن بمعدل متناقص حتى يصل المستهلك إلى نقطة (حد) الإشباع؛ يرمز لها بالرمز (UT).

أي أن المنفعة الكلية هي مجموع الإشباع الكلي الذي يحصل عليه المستهلك من استخدامه (استهلاكه) لسلعة معينة أو مجموعة من السلع في فترة زمنية محددة.

مثال: ليكن لدينا جدول المنعة الكلية لمستهلك ما من استهلاكه لوحدات من السلعة (X) كما يلي:

Q_X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
UT_X	0	10	15	18	20	21	22	22	21

المطلوب: مثل منحنى المنفعة الكلية (UTx).



الملاحظة: من خلال الجدول في المثال والمنحنى البياني نلاحظ أن:

1- عند الوحدة صفر لا توجد منفعة (عند الصفر – صفر)؛

2- أن المنفعة الكلية متزايدة حتى مستوى الإشباع (أعظم منفعة) ثم تتناقص؛

3- المنفعة الكلية تتزايد بمعدل متناقص.

ب- المنفعة الحدية: تعرف المنفعة الحدية على أنها المنفعة التي يحصل عليها المستهلك من استهلاك وحدة إضافية من سلعة معينة في زمن محدد؛ أي أنها تعبر عن مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتج عن التغير في الكمية المستهلكة بوحدة واحدة. ويرمز لها بالرمز (UM).

ج- قياس المنفعة الحدية: تقاس المنفعة الحدية بمقدار التغير في المنفعة الكلية نسبة إلى التغير في الوحدات المستهلكة من السلعية.

أي أن: $\text{المنفعة الحدية} = \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في الوحدات المستهلكة}} = \frac{\Delta UT}{\Delta X}$

وعليه فإن: $UMx = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT2-UT1}{X2-X1}$

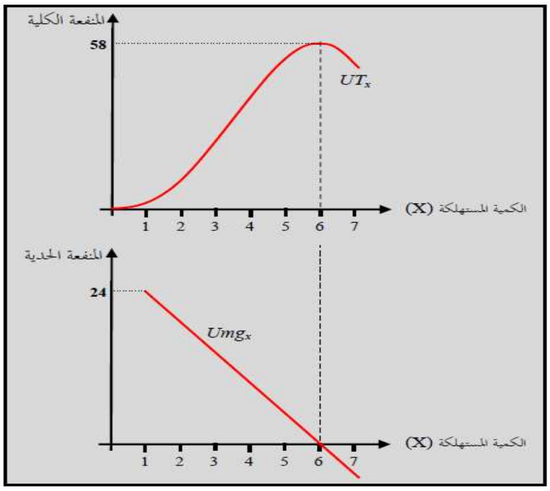
د- منحنى المنفعة الحدية: يمكن رسم منحنى المنفعة الحدية من الخاصية الأساسية للمنفعة الحدية، وهي مبدأ (قانون) تناقص المنفعة الحدية؛ كما يلي:

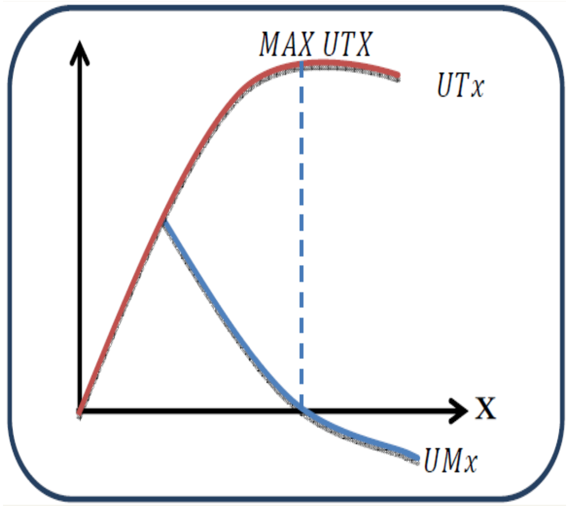
مثال: ليكن لدينا جدول المنعة الكلية(UTx) والمنفعة الحدية(UMx) لمستهلك ما من استهلاكه لوحدات من السلعة (X) كما يلي:

الكمية من السلعة X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
منفعة الكلية UTx	0	24	41	49	55	58	58	50	40
منفعة الحدية UMx	0	24	17	8	6	3	0	-8	-10

المطلوب: - مثل منحنى المنفعة الكلية (UTx) والمنفعة الحدية(UMx) في منحنى بياني واحد.

- مثل منحنى المنفعة الكلية (UTx) والمنفعة الحدية(UMx) في منحنيين منفصلين.





الملاحظة: من خلال الجدول في المثال والمنحنى البياني نلاحظ أن:

1- عند الوحدة صفر لا توجد منفعة (عند الصفر – صفر) سواء المنفعة الكلية أو الحدية؛

2- عند أول وحدة تكون المنعة الحدية مساوية للمنفعة الكلية؛

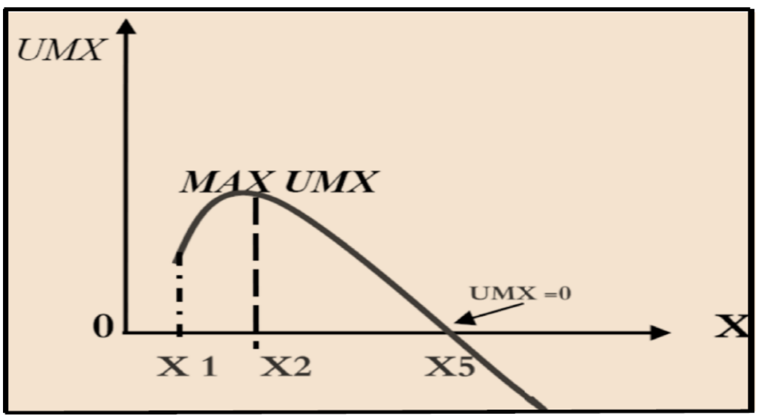
3- أن المنفعة الكلية متزايدة حتى مستوى الإشباع (أعظم منفعة) ثم تتناقص؛ بينما المنفعة الحدية متناقصة حتى تنعدم، ثم تصبح سالبة؛

4- تنعدم المنفعة الحدية عند نقطة الإشباع؛ وهي النقطة التي تقابل أعظم منفعة كلية؛

5- المنفعة الحدية تكون متناقصة.

هـ – مبدأ تناقص المنفعة الحدية: يعتبر قانون تناقص المنفعة الحدية ذو أهمية في تفسير سلوك المستهلك. ويعني أنه كلما زاد استهلاك شخص لوحدات متتالية من سلعة معينة فإن مستوى الإشباع الإضافي (المنفعة الحدية)، الذي يحصل عليه هذا الشخص من كل وحدة إضافية لابد وأن تبدأ في التناقص بعد حد معين من استهلاكه لهذه السلعة.

كما ينص" قانون تناقص المنفعة الحدية "على أنه عندما تزداد الكمية المستهلكة من سلعة ما فإن المنفعة التي تعود على الفرد المستهلك منها تميل إلى التناقص، وهذا يعني أن المنفعة الحدية تتناقص مع زيادة استهلاك وحدات إضافية من السلعة حتى تعادل الصفر عند وصول المستهلك إلى مستوى التشبع.



II–2– توازن المستهلك؛

يستخدم مصطلح توازن المستهلك للتعبير عن ترشيد السلوك الإنفاقي للمستهلك، بهدف الحصول على أقصى إشباع (أقصى منفعة كلية) في حدود دخله المخصص للإستهلاك وتبعا لأسعار السلع والخدمات المراد الحصول عليها؛

أي أن المستهلك الرشيد والعقلاني يسعى إلى تحقيق أقصى إشباع ممكن، بواسطة الدخل الذي يملكه وفي ضوء الأسعار المحددة في السوق؛

ويتحقق توان المستهلك إذا تحقق شرطين هما:

1– تساوي قسمة المنفعة الحدية للسلعة x على السعر Px مع قسمة المنفعة الحدية للسلعة y على السعر Py.

أي أن: $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

2- أن المستهلك ينفق كل دخله على السعتين (السلع المتاحة) X و Y .

أي أن: $R = XPx + YPy$

مثال: ليكن شخص ذو دخل محدود يقدر 21دج؛ بحيث ينفق هذا الدخل على سلعتين أساسيتين هما: السلعة (X) التي سعرها 2دج للوحدة الواحدة؛ والسلعة (Y) والتي سعرها 3 دج للوحدة الواحدة. التين تحققا له المنافع الحدية كما في الجدول:

Q	0	1	2	3	4	5	6	7
UMx	0	32	26	22	20	16	14	8
UMy	0	36	30	21	15	12	9	6

المطلوب: ماهي نقطة (الكمية من السلعتين x &y التي تحقق) توازن المستهلك؟.

الجواب:

قلنا فيما سبق أن المستهلك يكون في حالة توازن إذا تحقق شرطين هما: $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

$R = XPx + YPy$

ومنه فأن الشرط الأول : $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$ يكون كما يلي:

Q	0	1	2	3	4	5	6	7
	-	16	13	11	**10**	8	**7**	**4**
	-	12	**10**	**7**	5	**4**	3	2

ومنه نلاحظ أن:

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 10 \longrightarrow (4x ,2y)$$

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 7 \longrightarrow (6x ,3y)$$

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 4 \longrightarrow (7x ,5y)$$

أما الشرط الثاني وهو: $R = XPx + YPy$

فإن:

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 4(2)+ 2(3) =14$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 6(2)+ 3(3) =21$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 7(2) +5 (3) =29$

وبالتالي فإن شرطي التوازن يتحققا عند النقطة: (6x ،3y) وهي نقطة توازن المستهلك.

ملاحظة: تسمى العلاقة $\frac{UMy}{Py} = \frac{UMx}{Px}$ بقانون قوسنGoussan الثاني

مع العلم أن قانون قوسن الأول هو مبدأ تناقص المنفعة الحدية.

II-3- نظرية التبادل وشروط تحققه.

يعبر التبادل عن رغبة المستهلك في تحسين منفعته من خلال استبدال فائض السلعة الموجودة عنده بسلعة أخرى يفتقدها أو لديه منها كمية قليلة لا تلبي حاجته، من عند شخص أو طرف آخر.

1- تعريف التبادل: يعرف التبادل بأنه: «العملية التي تؤدي إلى تحسين منفعة أحد الطرفين بينما الطرف الأخر لا يكون في حالة خسارة أو في حالة ضرر».

من خلال ما سبق يتبين أن:

- التبادل يحدث بين طرفين (شخصين)؛
- تتم عملية التبادل بهدف زيادة وتحسين المنفعة.

2- شروط تحقق عملية التبادل: تتم عملية التبادل إذا تحقق شرطين أساسين هما:

- شرط تحقق عملية التبادل هو: $\frac{UMX}{UMY}A \neq \frac{UMX}{UMY}\ B$
- إضافة إلى أن عملية التبادل لا تؤدي إلى خسارة احد الطرفين.

مثال: إذا كان الطرفان (A) و(B) يريدان التبادل فيما بينهما؛

حيث أن الطرفين (A) و(B) يملكان على التوالي (8x .4y)B و (1x .7y)A

المطلوب: تحقق من أن التبادل ممكن أو غير ممكن بين الطرفين A وB

بحيث أن المنافع الحدية للسلعتين x و y موضحة في الجدول التالي:

Q	A		B	
	UMX	UMY	UMX	UMY
1	8	12	11	16
2	7	11	9	14
3	6	10	8	12
4	5	9	6	11
5	4	8	5	10
6	3	7	4	8
7	2	6	3	6
8	1	5	1	4

الإجابة:

1- يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}A \neq \frac{UMX}{UMY}\ B$

ومنه فان: $\frac{9}{21}A \neq \frac{37}{12}\ B \Longrightarrow \frac{UMX}{UMY}A \neq \frac{UMX}{UMY}\ B$

وبالتالي التبادل ممكن بين الطرفين A وB .

3- حالة عدم إمكانية التبادل:

تكون عملية التبادل غير ممكن بين الطرفين (A) و(B) عندما لا يتحقق الشرطين السابقين؛ أي أن:

أ- $\frac{UMX}{UMY}A = \frac{UMX}{UMY}\ B$

ب- وأن عملية التبادل تؤدي إلى خسارة (تضرر) احد الطرفين (A) و(B) أو كلاهما.

مثال: من جدول المنافع الحدية في المثال السابق هل التبادل ممكن بين الطرفين (A) و(B) إذا كان:

A(1x, 5y) و B(4x , 7y)

الجواب: 1- يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

ومنه فان: $\frac{8}{8}(A) = \frac{6}{6}\ (B) \Longrightarrow \frac{UMX}{UMY}A \neq \frac{UMX}{UMY}\ B$

وبالتالي التبادل غير ممكن بين الطرفين A وB . لأن شرط التبادل غير محقق.

3- نقطة التوازن:

تمثل نقطة التوازن الحالة التي تتوقف عندها عملية التبادل، بسبب تساوى المنافع المكتسبة بين طرفي عملية التبادل، وبالتالي لا جدوى من عملية إتمام عملية التبادل (لان الهدف من عملية التبادل هو زيادة المنفعة)؛ أو أن استمرار عملية التبادل يلحق الضرر (الخسارة) بأحد طرفي عملية التبادل أو كليهما.

مثال: من نفس المثال السابق حدد نقطة التوازن بين الطرفين A وB . علماً أن نقطة الانطلاق (البداية) هي:

A(1x .7y) و B(8x .4y)

الجواب:

1- بما أن التبادل ممكن بين الطرفين عند نقطة الانطلاق؛ فإن تحديد نقطة التوازن (النقطة التي يتوقف عندها التبادل) يكون كما يلي:

أ- نسمي أول عملية تبادل بعد نقطة الانطلاق **بالصفقة الأولى:**

- **الصفقة الأولى:** نشكل الصفقة الأولى على أساس معدل التبادل (1x = 1y) من جهة؛ وعلى أساس ما يمتلكه الطرفين من كمية السلعتين محل التبادل.

- بحيث أن معدل التبادل يعطى في التمرين أو يؤخذ في الغالب بـ (1x = 1y)؛
- وأن صاحب أكبر كمية من السلعة (x) يبيع منها ويشترى من الأخرى(y) ويحدث العكس عند الطرف الآخر.

أ- وبالتالي الصفقة الأولى هي: (B(7x, 5y ؛ و(A(2x, 6y

إمكانية التبادل أو عدمها عند الصفقة الأولى:

يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

ومنه فان: $\frac{7}{7}(A) \neq \frac{3}{10}\ (B) \Longrightarrow \frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

وبالتالي التبادل ممكن بين الطرفين A وB . عند الصفقة الأولى لأن شرط التبادل محقق.

ب- الصفقة الثانية هي: (B(6x, 6y و(A(3x, 5y

إمكانية التبادل أو عدمها عند الصفقة الثانية:

يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

ومنه فان: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B) \Longrightarrow \frac{6}{8}(A) \neq \frac{4}{8}\ (B)$

وبالتالي التبادل ممكن بين الطرفين A وB . عند الصفقة الأولى لأن شرط التبادل محقق.

ج- الصفقة الثالثة هي: B(5x, 7y) و.A(4x, 4y)

إمكانية التبادل أو عدمها عند الصفقة الثانية:

يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

ومنه فان: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B) \Longrightarrow \frac{5}{9}(A) \neq \frac{5}{6}\ (B)$

وبالتالي التبادل ممكن بين الطرفين A وB . عند الصفقة الأولى لأن شرط التبادل محقق.

ملاحظة: نلاحظ أن في كل الصفقات لم تتساوى فيها قسمة المنافع بين الطرفين($\frac{UMX}{UMY}A = \frac{UMX}{UMY}\ (B$)

غير أن هذا (تحقق شرط التبادل الأول) لا يعني استمرار عملية التبادل؛

لأن هناك شرط ثاني وهو أن عملية التبادل لا تؤدي إلى خسارة (الضرر) أحد الطرفين أو كلاهما.

وعليه يجب التأكد من أن كل صفقة تؤدي إلى تحسين منفعة احد الطرفين أو كلاهما، ولا تؤدي إلى الخسارة.

وذلك من خلال إرفاق كل صفقة بجدول المنافع المكتسبة.

وبالتالي فإن عملية التبادل تتم كما يلي:

أ-1- وبالتالي الصفقة الأولى هي: B(7x, 5y) و A(2x, 6y)

إمكانية التبادل أو عدمها عند الصفقة الأولى:

يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

ومنه فان: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B) \Longrightarrow \frac{7}{7}A \neq \frac{3}{10}\ B$

وبالتالي التبادل ممكن بين الطرفين A وB . عند الصفقة الأولى لأن شرط التبادل محقق. وأن العلمية تؤدي إلى زيادة منفعة الطرفين.

	A	B
UMX	7+	1−
UMY	6−	10+
النتيجة ±	1+	9+

ب–1– الصفقة الثانية هي: (B(6x, 6y و(A(3x, 5y

إمكانية التبادل أو عدمها عند الصفقة الثانية:

يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

ومنه فان: $\frac{UMX}{UMY}A \neq \frac{UMX}{UMY}\ B \Longrightarrow \frac{6}{8}A \neq \frac{4}{8}\ B$

	A	B
UMX	6+	3–
UMY	7–	8+
النتيجة ±	1–	5+

وبالتالي التبادل غير ممكن بين الطرفين A وB . عند الصفقة الثانية لأن عملية التبادل تؤدي إلى خسارة أحد الطرفين.

ومنه فان نقطة التوازن هي أول عملية لا يمكن فيها التبادل؛ وهي الصفقة الثانية: (B(6x, 6y و(A(3x, 5y

II-4- أسئلة وتمارين محلولة.

التمرين الأول: اتمم الجدول التالي مع بيان كيفية (المعادلات) الحساب الأساسية:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	47			160	190	214			254	260
		53	74	92		119	129			145
	47	42	38				16	13		6
	28				15			7	5	

الجواب:

1- إتمام الجدول

- **من أجل إتمام الجدول لابد من معرفة وكتابة المعادلات المساعدة على ذلك وهي:**

$$UMx = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT2-UT1}{X2-X1} \Longrightarrow UTx2 = UMx2 + UT1$$

ومنه نجد:

$$UTx2 = UTx1 + UMx2 \Longrightarrow UTx2 = 47 + 42 = 89$$

$$UTx3 = UTx2 + UMx3 \Longrightarrow UTx3 = 89 + 38 = 127$$

$$UTx7 = UTx6 + UMx7 \Longrightarrow UTx7 = 214 + 16 = 230$$

$$UTx8 = UTx7 + UMx8 \Longrightarrow UTx8 = 230 + 13 = 243$$

$$UMx4 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT4-UT3}{X4-X3} \Longrightarrow UMx4 = \frac{160-124}{4-3} = 36$$

$$UMx5 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT5-UT4}{X5-X4} \Longrightarrow UMx5 = \frac{190-160}{5-4} = 30$$

$$UMx6 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT6-UT5}{X6-X5} \Longrightarrow UMx6 = \frac{214-190}{6-5} = 24$$

$$UMx9 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT9-UT8}{X9-X8} \Longrightarrow UMx9 = \frac{254-243}{9-8} = 11$$

وبنفس الطريقة نجد قيم UTY و UMY

- **مع أن $(UTy1)$ هي نفسها قيمة $(UMy1)$ لان عند أول وحدة تكون $UTY = UMY$**

$$UMy2 = \frac{\Delta UT}{\Delta y} = \frac{UT2 - UT1}{y2 - y1}$$
$$UMy2 = \frac{53-28}{2-1} = 35$$

$$UMy3 = \frac{\Delta UT}{\Delta y} = \frac{UT3 - UT2}{y3 - y2}$$
$$UMy3 = \frac{74-53}{3-2} = 21$$

$$UMy4 = \frac{\Delta UT}{\Delta y} = \frac{UT4 - UT3}{y4 - y3}$$
$$UMy4 = \frac{92-74}{4-3} = 18$$

$$UTy5 = UTy4 + UMy5$$
$$UTy2 = 92 + 15 = 107$$

$$UMy6 = \frac{\Delta UT}{\Delta y} = \frac{UT6 - UT5}{y6 - y5}$$
$$UMy4 = \frac{119-107}{6-5} = 11$$

$$UMy7 = \frac{\Delta UT}{\Delta y} = \frac{UT7 - UT6}{y7 - y6}$$
$$UMy4 = \frac{129-119}{7-6} = 10$$

وبالتالي يكون الجدول كما يلي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	47	89	127	160	190	214	230	243	254	260
	28	53	74	92	107	119	129	136	141	145
	47	42	38	36	30	24	16	13	11	6
	28	35	21	18	15	12	10	7	5	4

التمرين الثاني:

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل بيانات المنفعة الحدية للسلعتين y وx. بالنسبة لمستهلك ما ؛ فإذا علمت أن سعر الوحدة الواحدة للسلعتين هو: $Px = 5$ دج، و $Py = 10$ دج؛ و دخل المستهلك هو: $R = 75$

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Umx	80	70	60	50	40	30	20	10
Umy	55	50	45	40	35	30	25	20

المطلوب:

1- أوجد الكميات المستهلكة من السلعتين y وx ، التي تحقق توازن هذا المستهلك،

2- أحسب المنفعة الكلية المحققة عند نقطة التوازن.

3- في رسم بياني واحد مثل منحنى المنفعتين الكلية والحدية.

الجواب:

1- إيجاد الكميات من السلعتين x و y التي تحقق التوازن للمستهلك

يتحقق التوازن للمستهلك عند تحقق شرطين هما: $\begin{cases} \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} \\ R = XPx + YPy \end{cases}$

ومنه فأن الشرط الأول : $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$ يكون كما يلي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
	16	15	12	10	8	6	**4**	**2**
	5,5	5	4,5	**4**	3,5	3	2,5	**2**

ومنه نلاحظ أن: $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 4 \longrightarrow (7x\ ,4y)$

$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 2 \longrightarrow (8x\ ,8y)$

أما الشرط الثاني وهو: $R = XPx + YPy$

فإن: $R = XPx + YPy \longrightarrow 7(5)+\ 4(10) =75$

$R = XPx + YPy \longrightarrow 8(5)+\ 8(10) =120$

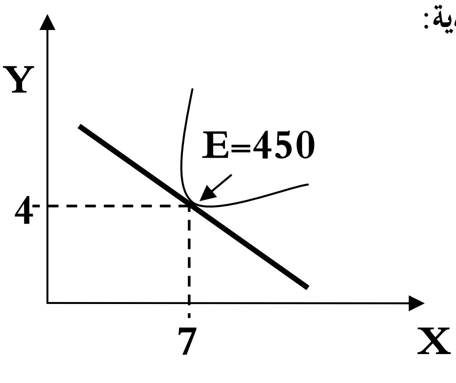
وبالتالي فإن شرطي التوازن يتحققا عند النقطة: $(7x\ ,\ 4y)$ وهي نقطة توازن المستهلك.

2- حساب المنفعة الكلية المحققة عند التوازن:

المنفعة الكلية عند التوازن هي: مجموع المنافع الحدية من السلعتين x و y حتى نقطة التوازن.

$UT = (30 +$

3- رسم المنحنى البياني للمنفعتين الكلية والحدية:



التمرين الثالث: إليك جدول المنافع الحدية للسلعتين x و y كما يلي:

علماً أن: $R = 12$ و $Px = 1$ و $Py = 2$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
	38	34	31	28	27	25	23	20
	60	54	50	46	42	38	33	28

المطلوب:

1- حدد نقطة توازن المستهلك؛ وقيمة المنفعة الكلية المكتسبة.

2- نفرض تغير سعر السلعة y من $Py = 2$ إلى $Py = 1$ ارسم منحنى الطلب على السلعة y .

الجواب:

1- تحديد الكميات من السلعتين x و y التي تحقق التوازن للمستهلك

يتحقق التوازن للمستهلك عند تحقق شرطين هما:
$$\begin{cases} \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} \\ R = XPx + YPy \end{cases}$$

ومنه فأن الشرط الأول : $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$ يكون كما يلي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
	38	34	31	28	**27**	**25**	**23**	20
	30	**27**	**25**	**23**	21	19	16,5	14

ومنه نلاحظ أن:

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 27 \Longrightarrow (5x\ ,2y)$$
$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 25 \Longrightarrow (6x\ ,3y)$$
$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 23 \Longrightarrow (7x\ ,4y)$$

أما الشرط الثاني وهو: $R = XPx + YPy$

فإن:

$R = XPx + YPy \longrightarrow 5(1)+\ 2(2) = 9$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 6(1)+\ 3(2) = 12$

$R = XPx + YPy \longrightarrow 7(1)+\ 4(2) = 15$

وبالتالي فإن شرطي التوازن يتحققا عند النقطة: (6X ،3Y) وهي نقطة توازن المستهلك.

- حساب المنفعة الكلية المحققة عند التوازن:

المنفعة الكلية عند التوازن هي: مجموع المنافع الحدية من السلعتين x و y حتى نقطة التوازن.

$UT = ($

2- رسم منحنى الطلب على السلعة y عند تغير سعر السلعة y من $Py = 2$ إلى $Py = 1$.

- **إن رسم منحنى الطلب على السلعة Y عند تغير سعرها من** $Py = 2$ إلى $Py = 1$. **يتطلب تحديد نقطة التوازن الجديدة.** ومنه:

يتحقق التوازن الجديد للمستهلك دائماً عند تحقق الشرطين: $\begin{cases} \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} \\ R = XPx + YPy \end{cases}$

ومنه فالشرط الأول : $\frac{UMy}{Py} = \frac{UMx}{Px}$ يكون كما يلي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
U	**38**	34	31	**28**	27	25	23	20
U	60	54	50	46	42	**38**	33	**28**

ومنه نلاحظ أن: $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 38 \Longrightarrow (1x, 6y)$

$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 28 \Longrightarrow (4x, 8y)$

أما الشرط الثاني وهو: $R = XPx + YPy$

فإن: $R = XPx + YPy \longrightarrow 1(1)+ 4(1) =5$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 4(1)+ 8(1) =12$

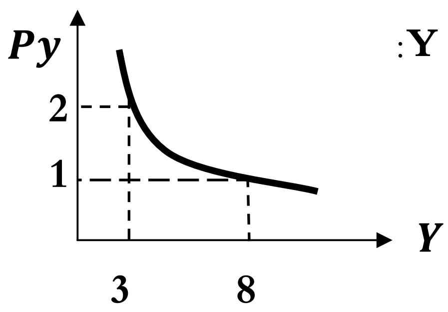
ومنه نقطة التوازن الجديدة هي: (4X ،8Y) .

- **رسم منحنى الطلب على السلعة** (**Y**).

لدينا من السؤال الأول: عند $\boldsymbol{Py = 2}$ $\Longleftarrow$ **Y=3**

ولدينا من السؤال الثاني: عند $\boldsymbol{Py = 1}$ $\Longleftarrow$ **Y= 8**

ومنه نستطيع رسم منحنى الطلب على السلعة Y:



منحنى الطلب على السلعة (**y**).

التمرين الرابع: إذا أخذت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما الشكل التالي:

$U = 12X + 30Y - 0,5X^2 - 0,5Y^2$

وكانت أسعار السلعتين x و y على التوالي: $px = 2$ و $py = 3$ و دخل المستهلك $R = 50$.

المطلوب: 1- حدد نقطة توازن المستهلك باستخدام قانون قوسن(GOSSEN) الثاني.

2- أحسب قيمة المنفعة الكلية التي يحصل عليها المستهلك.

3- إذا تغير سعر السلعة y من y=3 إلى y=2 بكم تتغير منفعة المستهلك.

الجواب:

1- تحديد نقطة التوازن باستخدام قانون قوسن الثاني:

- **قانون قوسن الثاني هو:** $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

ومنه فان: $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{12-x}{30-y} = \frac{2}{3}$

$$\Longrightarrow (12-x)3 = (30-y)2$$
$$\Longrightarrow 36-3x = 60-2y$$
$$\Longrightarrow 2y = 60-36+3x$$
$$\Longrightarrow y = \frac{24+3x}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة الدخل (R) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = X(2) + \frac{24+3x}{2}(3)$$
$$\Longrightarrow R = \frac{4X+72+9x}{2}$$
$$\Longrightarrow 2R = 13X + 72$$
$$\Longrightarrow X = \frac{2(50)-72}{13}$$
$$\Longrightarrow X = 2$$
$$y = \frac{24+3x}{2} \Longrightarrow y = \frac{24+3(2)}{2} \Longrightarrow y = 15$$

ومنه نقطة التوازن هي: $X = 2$ ؛ $y = 15$.

2- حساب المنفعة الكلية التي يحصل عليها المستهلك.

بتعويض قيم X و Y في دالة المنفعة نجد:

$$U = 12(2) + 30(15) - 0,5(\mathbf{2})^2 - 0,5(\mathbf{15})^2$$
$$U = 360$$

3- حساب مقدار تتغير منفعة المستهلك عند تغير سعر السلعة y من y=3 إلى y=2.

بنفس الطريقة نجد: $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} \qquad \frac{12-x}{30-y} = \frac{2}{2}$

$$\Longrightarrow (12-x) = (30-y)$$
$$\Longrightarrow 12-x = 30-y$$
$$\Longrightarrow y = 30-12+x$$
$$\Longrightarrow y = 18+x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة الدخل (**R**) نجد:

$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = X(2) + (18 + x)(2)$

$R = 4X + 36$

$\Longrightarrow X = \frac{R-36}{4}$

$\Longrightarrow X = \frac{50-36}{4}$

$X = 3{,}5$

$y = 18 + X \Longrightarrow y = 18 + 3{,}5 \Longrightarrow y = 21{,}5$

ومنه نقطة التوازن هي: $X = 3{,}5$ ؛ $y = 21{,}5$.

– حساب المنفعة الكلية التي يحصل عليها المستهلك بعد تغير السعر.

بتعويض قيم X و Y في دالة المنفعة نجد:

$$U = 12(3{,}5) + 30(21{,}5) - 0{,}5(\mathbf{3{,}5})^2 - 0{,}5(\mathbf{21{,}5})^2$$

$$U = 450$$

مقدار تغير المنفعة ($\boldsymbol{D}$U)

$$\boldsymbol{D}U = U2 - U1 \Longrightarrow \boldsymbol{D}U = 450 - 360$$

التمرين الخامس: إليك الجدول الذي يقدم المنافع الحدية للسلعتين A وB للمستهلكين A وB.

إذا افترضنا أن نقطة الانطلاق هي: $B(6x, 2y). A(4x, 3y)$

المطلوب: 1- اثبت أن التبادل ممكن.

2 – ماهي نقاط توازن A وB إذا كان معدل التبادل هو $1x = 1y$

	A		B	
Q	**UMX**	**UMY**	**UMX**	**UMY**
1	11	8	26	11
2	10	7	21	9
3	9	6	17	8
4	8	5	13	6
5	7	4	8	4
6	6	3	3	2

الجواب:

1- إثبات أن التبادل ممكن عند نقطة البداية.

يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}(B)$

ومنه فان: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B) \Longrightarrow \frac{8}{6}(A) \neq \frac{3}{9}\ (B)$

وبالتالي التبادل ممكن بين الطرفين A وB . لأن شرط التبادل محقق.

2– نقطة التوازن بين الطرفين A وB :

– بما أن التبادل ممكن بين الطرفين عند نقطة الانطلاق؛ فإن تحديد نقطة التوازن (النقطة التي يتوقف عندها التبادل) تكون كما يلي:

أ– الصفقة الأولى: B(5x, 3y) ؛ وA(5x, 2y)

إمكانية التبادل عند الصفقة الأولى:

يكون التبادل ممكن بين الطرفين A وB عندما يكون: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$

ومنه فان: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B) \Longrightarrow \frac{7}{7}(A) = \frac{8}{8}\ (B)$

وبالتالي التبادل غير ممكن بين الطرفين A وB . عند الصفقة الأولى لأن شرط التبادل غير محقق.

ومنه فان نقطة التوازن هي الصفقة الأولى: B(5x, 3y) وA(5x, 2y)

III– النظرية الحديثة لسلوك المستهلك.

III-1- منحنيات السواء وخصائصها؛

III-2- المعدل الحدي للإحلال؛

III-3- اثر تغير الدخل على توازن المستهلك؛

III-4- أسئلة وتمارين محلولة.

III- النظرية الحديثة لسلوك المستهلك.

ظهر التحليل الحديث لسلوك المستهلك بعد الانتقادات التي وجهت إلى فرضية النظرية التقليدية بإمكانية قياس المنفعة قياسا كميا باعتباره افتراض بعيد عن الواقعية، فكانت منحنيات السواء التي تمثل القياس الترتيبي للمنفعة هو التحليل الحديث والأكثر شيوعاً في تحليل سلوك المستهلك، ووفقا لهذا التحليل فإن المستهلك يكون قادرا على ترتيب سلم الأولويات في اختياره لمجموعة من السلع التي يرغب بها.

III-1- منحنيات السواء وخصائصها؛

تستند النظرية الحديثة لسلوك المستهلك على قدرة المستهلك في ترتيب تفضيلاته من السلع حسب أهمية المنفعة المتوقعة لسلعتين أو أكثر، حيث تعتمد على منحنيات السواء كوسيلة لتحليل سلوك المستهلك.

تعريف منحنى السواء : يعبر منحى السواء عن المحل الهندسي لمجموعة مختلفة من التوليفات السلعية التي تمكن المستهلك من الحصول على نفس الإشباع ، لهذا تسمى أيضا منحنى الإشباع المتماثل.

- أي أن منحنيات السواء هي التمثيل البياني لمجموعة السلع (Y& X) التي تحقق نفس المنفعة للمستهلك.

خصائص منحنيات السواء : لمحنيات السواء مجموعة من الخصائص التي يجب الاعتماد عليها عند دراسة سلوك المستهلك وفق نظرية المنفعة الترتيبية وهي أن:

1- منحنيات السواء لا تتقاطع؛

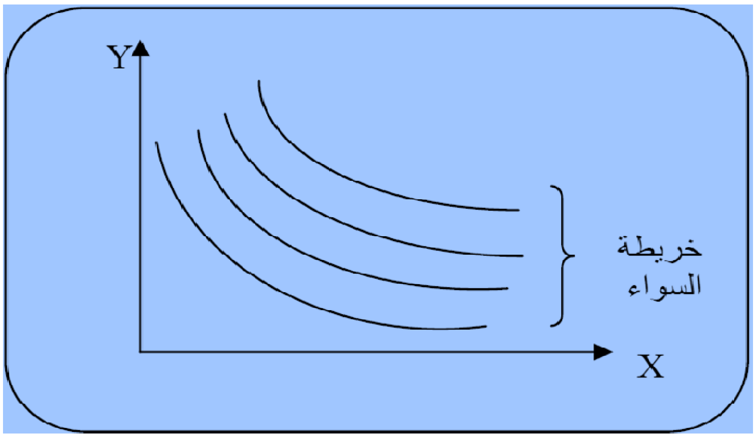
2- ميل منحنى السواء سالب(منحنيات السواء متناقصة)؛

3- منحنى السواء محدب نحو مركز الإحداثيات؛

4- كلما ابتعدنا عن الزاوية(نقطة الأصل) تزيد المنفعة.

خريطة السواء: هي عبارة عن مجموعة من منحنيات السواء تناظر مستويات مختلفة من الإشباع، يعبر كل منحنى منها على مقدار المنفعة التي يمكن للمستهلك أن يتحصل عليه جراء استهلاك تركيبات سلعية مختلفة.

أي أن خريطة السواء هي مجموعة منحنيات السواء الممثلة على نفس المعلم، حيث يعبر كل منحنى منها على مستوى إشباع يختلف عن المنحنى الأخر، ويتزايد كلما ابتعد المنحنى على نقطة الأصل (مركز الزاوية) ويتناقص في حالة العكس بصرف النظر عن الفرق الكمي لكميات السلع المستهلكة عند المستوى الواحد، ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل التالي:



III-2- المعدل الحدي للإحلال(TMSxy)؛

يعرف المعدل الحدي لإحلال السلعة x بالنسبة للسلعة y بأنه: عبارة عن عدد الوحدات من السلعة y التي يتوجب التخلي أو التنازل عنها من السلعة y مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعةX لكي يحافظ المستهلك على نفس مستوى الإشباع، أي البقاء على نفس منحنى السواء، ونرمز له جبريا بـ TMSxy

و يمكن قياس هذا المعدل بإحدى العلاقات الرياضية التالية حسب البيانات المتوفرة حول عملية الإحلال.

تفسير المعدل الحدي للإحلال: يفسر المعدل الحدي للإحلال بان المستهلك يتخلى عن وحدة (وحدات) من السلعة Y ويعوضها بوحدة (وحدات) من السلعة X مع المحافظة (ثبات المنفعة) على نفس المنفعة.

كما يفسر المعدل الحدي للإحلال بان المستهلك يتخلى عن وحدة (وحدات) من السلعة Y ويعوضها بوحدة (وحدات) من السلعة X مع البقاء على نفس منحنى السواء.

مثال: إليك جدول كميات السلع لثلاث مستويات.

منحنى السواء I		منحنى السواء II		منحنى السواء III	
X	Y	X	Y	X	Y
1	10	3	10	5	12
2	5	4	7	6	9
3	3	5	5	7	7
4	2,3	6	4,2	8	6,2
5	1,7	7	3,5	9	5,5
6	1,2	8	3,2	10	5,2
7	0,8	9	3	11	5
8	0,5	10	2,9	12	4,9

المطلوب: 1- ارسم منحنيات السواء.

2- أحسب قيم المعدل الحدي للإحلال في كل منحنى.

الجواب: بما أن المعدل الحدي للإحلال يساوي التغير في الكمية من السلعة(Y) على التغير في الكمية من السلعة (X). أي أن: $TMSxy = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$

فإن حساب المعدل الحدي يكون كما يلي (في المنحنى I):

ومنه فإن قيم TMSxy في كل حالة هي:

	منحنى السواء I			منحنى السواء II			منحنى السواء III		
X		T			T	X		T	
1	10	-	3	10	-	5	12	-	
2	5	5	4	7	3	6	9	3	
3	3	2	5	5	2	7	7	2	
4	2,3	0,7	6	4,2	0,8	8	6,2	0,8	
5	1,7	0,6	7	3,5	0,7	9	5,5	0,7	
6	1,2	0,5	8	3,2	0,3	10	5,2	0,3	
7	0,8	0,4	9	3	0,2	11	5	0,2	
8	0,5	0,3	10	2,9	0,1	12	5,9	0,1	

مثال2: احسب المعدل الحدي للإحلال لدالة المنفعة التالية: $U = 5XY + 8$

الجواب: بما أن المعدل الحدي للإحلال يساوي مشتقة الدالة بالنسبة للمتغير(X) على مشتقة الدالة بالنسبة للمتغير (Y). أي أن: $TMSxy = \frac{\delta x}{\delta y}$

فان المعدل الحدي للإحلال هو: $TMSxy = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{(5XY+8)\delta x}{(5XY+8)\delta y} = \frac{5Y}{5X}$

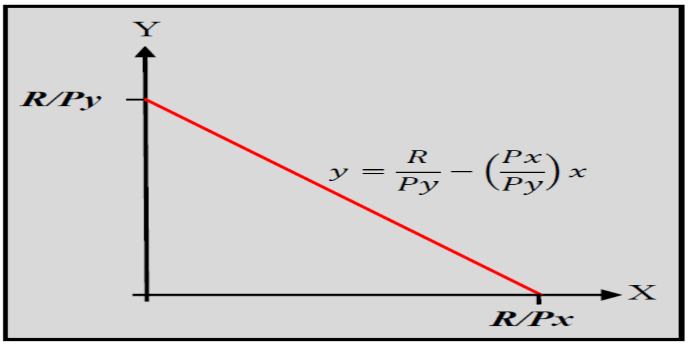
التفسير: تفسر قيمة بأنها: المستهلك يتخلى عن 5 وحدات من السلعة(Y) ويعوضها بـ 5 وحدات من السلعة (X) مع المحافظة على نفس المنفعة.

ب- خط الميزانية:

يعرف خط الميزانية بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات السلعية التي يمكن للمستهلك الحصول عليها باستخدام دخله المحدود، وفي ظل الأسعار السائدة في السوق.

وهذا يعني أن مجموع كل من المبالغ المنفقة على السلعة(x) ؛ ولمبالغ المنفقة على السلعة(y) يجب أن تساوي الدخل المحدود(R).

ومن معادلة الميزانية$(R = XPx + YPy)$ يمكن استخراج معادلة خط الميزانية التي تكتب على الشكل الآتي: $Y = \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py}X$

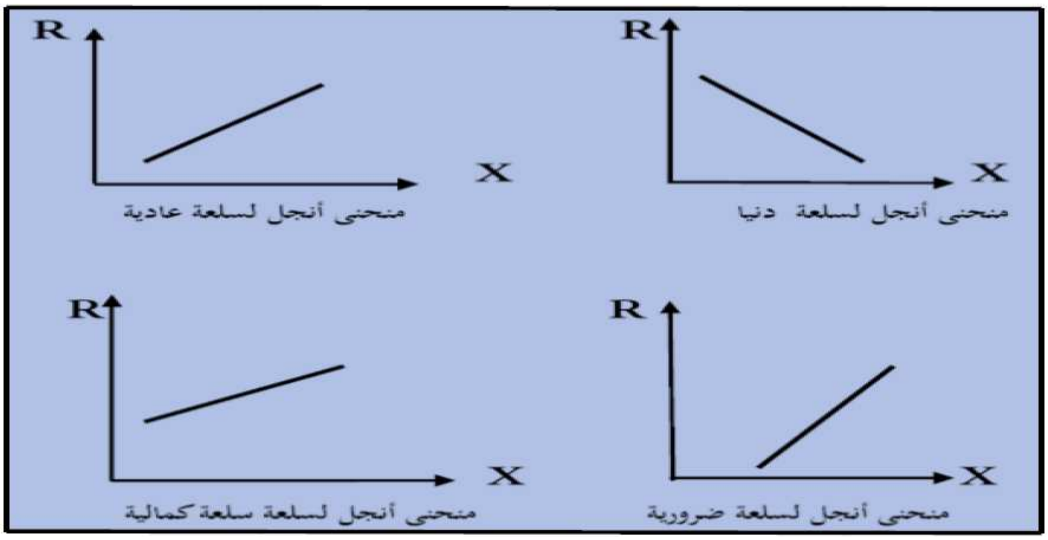


ج- منحنى انجل:

يمكن استنتاج منحنى انجل لسلعة ما، من منحنى الاستهلاك والدخل بحيث تكون الكميات المستهلكة في محور الكميات والدخل في محور الأسعار(الدخل)، و يكون ميل منحنى انجل موجبا أو سالبا حسب طبيعة السلعة.

كما أن منحنى (سلعة) أنجل للسلعة (X) يستلزم أن السلعة (X) مستقلة عن سعر السلعة (Y).

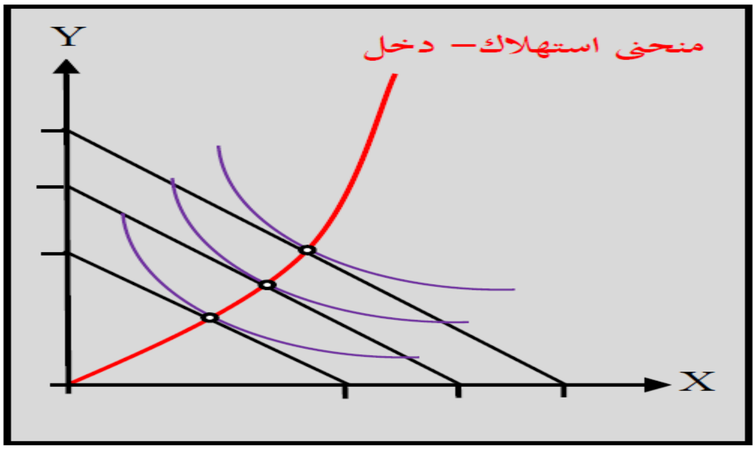
أي أن في معادلة انجل للسلعة (X) لا يظهر السعر(Py). ونفس الشيء في معادلة أنجل للسلعة (Y) لا يظهر السعر (Px).



د- منحنى الاستهلاك و الدخل:

إذا ما ارتفع الدخل مع بقاء الأسعار ثابتة فان منحنى السواء سينتقل إلى اعلي ومن ثم تتغير نقطة التوازن وعند الربط بين نقاط التوازن نحصل على منحنى يسمى منحنى الاستهلاك والدخل.

كما يعبر منحنى الاستهلاك الدخل عن حالة وضعية التوازن التي يكون فيها الدخل متغير والأسعار ثابتة.

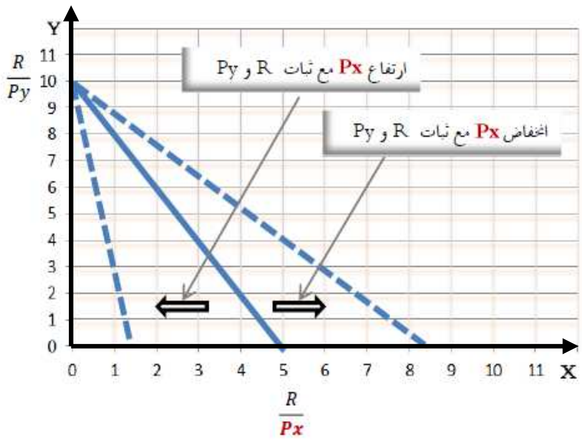


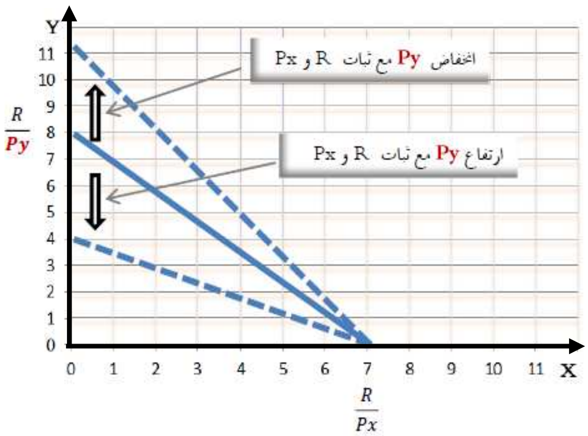
هـ– منحنى الاستهلاك والسعر:

يعرف منحنى " الإستهلاك – السعر " بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات لأوضاع توازنية مختلفة الناتجة عن تغير سعر إحدى السلعتين وثبات دخل المستهلك و سعر السلعة الأخرى.

وعليه فإن تغير سعر إحدى السلعتين مع ثبات المتغيرات الأخرى سوف يؤثر على الدخل الحقيقي للمستهلك، وبالتالي على الكميات المستهلكة من السلعتين، حيث يؤدي ارتفاع(Px) إلى انخفاض الدخل الحقيقي، ومن ثم انتقال نقطة التوازن إلى مستوى إشباع أقل(من A إلىB) وعلى خط الميزانية الجديد الذي تحرك نحو نقطة الأصل. والعكس في حالة انخفاض السعر (Px).

كما يعبر منحنى الاستهلاك والسعر عن حالة (وضعية) التوازن التي يكون فيها الدخل ثابت و احد السعرين متغير.





مثال: إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما من الشكل التالي: $U = 2\sqrt{X}\sqrt{Y}$

المطلوب:

- اوجد معادلة الاستهلاك والدخل.
- اوجد معادلة انجل للسلعة X.
- استخرج معادلة خط الميزانية.

الجواب: لتحديد هذه المعادلات نستخدم قانون التوازن (قانون قوسن الثاني): $\frac{\text{UMx}}{\text{UMy}} = \frac{\text{px}}{\text{py}}$

1- عند الاشتقاق نجد: $\frac{\text{UMx}}{\text{UMy}} = \frac{\text{Y}}{\text{X}} \Longrightarrow \frac{\text{Y}}{\text{X}} = \frac{\text{Px}}{\text{Py}}$

وعند ضرب الطرفين نجد $X.Px = Y.Py$

ومنه: $Y = \frac{\text{X.Px}}{\text{Py}}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

2- تحديد معادلة أنجل للسلعة (X).

بنفس الطريقة عند الاشتقاق نجد: $\frac{\text{UMx}}{\text{UMy}} = \frac{\text{Y}}{\text{X}} \Longrightarrow \frac{\text{Y}}{\text{X}} = \frac{\text{Px}}{\text{Py}}$

وعند ضرب الطرفين نجد $X.Px = Y.Py$

ومنه: بتعويض المعادلة الأخيرة ($X.Px = Y.Py$) في معادلة الدخل ($R = X.Px + Y.Py$) نجد:

$$R = X.Px + X.Px \Longrightarrow R = 2X.Px$$

ومنه: $X = \frac{\text{R}}{\text{2Px}}$ وهي دالة (معادلة) انجل للسلعة X.

ونفس الشيء: عند تعويض المعادلة الأخيرة ($\boldsymbol{X.Px = Y.Py}$) في معادلة الدخل ($\boldsymbol{R = X.Px + Y.Py}$) **نجد**:

$$R = Y.Py + Y.Py \Longrightarrow R = 2Y.Py$$

ومنه: $Y = \frac{\text{R}}{\text{2Py}}$ وهي دالة (معادلة) انجل للسلعة Y.

3- تحديد معادلة خط الميزانية:

لدينا من معادلة الدخل $R = X.Px + Y.Px$

ومنه: $Y = \frac{\text{R}-X.Px}{\text{Py}}$ وهي دالة (معادلة) خط الميزانية.

مثال للإجابة: إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما من الشكل التالي: $U = 2x^2y$

المطلوب:

- اوجد معادلة الاستهلاك والدخل.
- اوجد معادلة انجل للسلعة X.
- استخرج معادلة خط الميزانية.
- معادلة منحنى السواء.

III-3- أثر تغير الدخل على توازن المستهلك؛

تمثل طريقة لاغرانج الطريقة الأكثر استخداما لإيجاد الكميات التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك، وقد تم اقتراحها من طرف*Tucher & Khun* وتقوم هذه الطريقة على أن المستهلك يحاول إيجاد حل للمشكلة المتمثلة في تعظيم منفعته تحت قيد الميزانية.

كما تقوم فكرة **Lagrange** على إيجاد الحل الأمثل لدالة أصلية مشروطة بقيد أو دالة أخرى ، حيث يتوقف استعمالها على خطوتين هما: **الأولى** في صياغة دالةLagrange و **الثانية** في إيجاد المشتقات الجزئية الأولى مساوية للصفر.

أولاً: شرط تعظيم المنفعة (الكميات التي تعظم المنفعة).

1- صياغة دالة Lagrange: تتمثل الدالة الأصلية في الدالة المعبرة عن المنفعة الكلية ، أما الدالة المقيدة فتتمثل في شرط الإنفاق، و بالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب كما يلي:

2- إيجاد المشتقات الجزئية: بما أن المستهلك يبحث عن كيفية تحقيق أعظم منفعة ممكنة بواسطة دخله المحدود، فهذا يعني أن مشتق دالة المنفعة(المشتقات الجزئية) تكون مساوية للصفر.

$$\delta L = \begin{cases} \delta Lx = f'x - \boldsymbol{\lambda} px = 0 \text{ ....1} \\ \delta Ly = f'y - \boldsymbol{\lambda} py = 0 \text{..................2} \\ \delta LR = R - XPx - Ypy = 0 \text{ ....3} \end{cases}$$

وبقسمة المعادلة (1) على المعادلة(2) نجد: $\frac{f'x}{f'y} = \frac{Px}{Py}$

ومن خاصية (الرياضيات) بضرب الوسطين في الطرفين نجد: . $f'y.px = f'x.py$

و منه وبالتعويض في المعادلة (3) نجد قيم أو معادلات السلع X وy.

مثال: إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما من الشكل: $U = 3\,x\,y$

المطلوب: حدد نقطة توازن المستهلك إذا كان: $\mathrm{R} = 18$ و $\mathrm{px} = 2$ و $\mathrm{py} = 1$

الجواب:

1- لتحديد نقطة توازن المستهلك نستخدم مضاعف لاغرنج(Lagrange)

2- نحدد المشتقات الجزئية:

$$\delta L = \begin{cases} \delta Lx = 3y - \boldsymbol{\lambda} px = 0 \; .... 1 \\ \delta\, Ly = 3x - \boldsymbol{\lambda} py = 0 .... 2 \\ \delta LR = 18 - XPx - Ypy = 0 \; .... 3 \end{cases}$$

3- بقسمة المعادلة(1) على المعادلة(2) نجد:

$$\frac{3y}{3x} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow Y.py = Y.px \; \textbf{.............(4)}$$

4- وبتعويض المعادلة(4) في المعادلة (3) نجد:

$$18 = XPx + Xpx \Longrightarrow 18 = 2XPx \Longrightarrow X = \frac{18}{2px}$$

$$18 = YPy + Ypy \Longrightarrow 18 = 2YPy \Longrightarrow Y = \frac{18}{2py}$$

5- ومنه بتعويض قيم الأسعار في X وy نجد:

$$X = \frac{18}{2px} \qquad X = \frac{18}{2(2)} \qquad X = 4{,}5$$

$$Y = \frac{18}{2py} \qquad Y = \frac{18}{2(1)} \qquad Y = 9$$

ثانياً: دوال الطلب على السلع التي تعظم المنفعة.

تكتب دالتي الطلب على كل من السلعتين X و y بدلالة الدخل والأسعار: لتحديد دالة الطلب على السلعة نقوم بتقدير تعادل المنافع الحدية المكتسبة وذلك كما يلي:

من مضاعف لاغرانج وبإتباع الخطوات السابقة:

2- إيجاد المشتقات الجزئية: بما أن المستهلك يبحث عن كيفية تحقيق أعظم منفعة ممكنة بواسطة دخله المحدود، فهذا يعني أن مشتق دالة المنفعة(المشتقات الجزئية) تكون مساوية للصفر.

$$\delta L = \begin{cases} \delta Lx = f\,x - \boldsymbol{\lambda} px = 0 \; .... 1 \\ \delta Ly = f\,y - \boldsymbol{\lambda} py = 0 .... 2 \\ \delta LR = R - XPx - Ypy = 0 \; .... \; 3 \end{cases}$$

- **وبقسمة المعادلة (1) على المعادلة(2) نجد:** $\frac{f\,x}{f\,y} = \frac{Px}{Py}$
- ومن خاصية (الرياضيات) بضرب الوسطين في الطرفين نجد: . $f\,y.px = f\,x.py$

- و منه وبالتعويض في المعادلة (3) نجد معادلات الطلب على السلع X وy بدلالة كل من الدخل والأسعار.

مثال: (**نفس المثال السابق**) إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما من الشكل: $U = 3\,x\,y$

المطلوب: حدد دالتي الطلب على السلعتين: x و = y

الجواب:

1- لتحديد دالتي الطلب على السلعتين: x و = y نستخدم مضاعف لاغرنج(Lagrange)

2- نحدد المشتقات الجزئية:

$$\delta L = \begin{cases} \delta Lx = 3y - \boldsymbol{\lambda} px = 0 & \dots\dots\dots\dots\dots\dots 1 \\ \delta\, Ly = 3x - \boldsymbol{\lambda} py = 0 & \dots\dots\dots\dots\dots\dots 2 \\ \delta LR = R - XPx - Ypy = 0 & \dots\dots\dots 3 \end{cases}$$

3- بقسمة المعادلة(1) على المعادلة(2) نجد:

$$\frac{3y}{3x} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow Y.py = Y.px \ \dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

4- وبتعويض المعادلة(4) في المعادلة (3) نجد:

$$R = XPx + Xpx \Longrightarrow R = 2XPx \Longrightarrow X = \frac{R}{2px}$$

$$R = YPy + Ypy \Longrightarrow R = 2YPy \Longrightarrow Y = \frac{R}{2py}$$

5- ومنه دالتي الطلب على السلعتين: x و = y هما:

$X = \frac{R}{2px}$ هي دالة الطلب على السلعة X.

$Y = \frac{R}{2py}$ هي دالة الطلب على السلعة Y.

ثالثاً: استقلالية السلعتين عن بعضيهما: نلاحظ في المثال السابق أن دالة الطلب للسلعة $\boldsymbol{x}$ مكتوبة بدلالة الدخل و سعرها مما يعني أن الطلب عليها لا يتأثر بتغير سعر السلعة $\boldsymbol{y}$ ؛ كما أن دالة السلعة $\boldsymbol{y}$ لا تتأثر بتغير سعر السلعة $\boldsymbol{x}$ وبالتالي السلعتين $\boldsymbol{y}$و$\boldsymbol{x}$، مستقلتين عن بعضهما البعض.

مثال: إذا كان منحنى السواء ذا ميل سالب بحيث أن: $\mathrm{T}MS_{xy} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}$

1- اثبت أن الطلب على السلعة y مستقل عن سعر السلعة x . ونفس الشيء بالنسبة للسلعة x.

2- وضح معنى TMS إذا كان: R=120. Py=2. Px=1

الجواب:

1- إثبات أن الطلب على كل سلعة مستقل عن السلعة الأخرى:

لديان في المثال: $\mathrm{T}M_{xy} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}$

و لديان من قانون (العلاقة) TMS_{xy} **أن:** $\mathrm{TMSxy} = -\frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}} = \frac{\delta \mathrm{x}}{\delta \mathrm{y}} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}}$

أي أن: $\mathrm{T}M_{xy} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}} \Longleftarrow \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}}$

$\Longleftarrow Y.py = Y.px$ ....(*)

وبتعويض (*) في دالة الدخل($R = Xpx + Ypy$) نجد:

$$R = Xpx + Ypy \Longrightarrow R = Xpx + Xpx \Longrightarrow R = 2Xpx$$

وبالتالي فان: $X = \frac{R}{2px}$ وهي مستقلة عن سعر السلعة Y.

ونفس الشيء نجد أن: $Y = \frac{R}{2py}$ وهي مستقلة عن سعر السلعة X.

2- توضيح معنى TMS إذا كان: R=120. Py=2. Px=1

- لدينا من المثال $\mathrm{T}MS_{xy} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}$
- ولدينا من السؤال الأول: $X = \frac{R}{2px} \Longrightarrow X = \frac{120}{2(1)} \Longrightarrow X = 60$

و $Y = \frac{R}{2py} \Longrightarrow Y = \frac{120}{2(2)} \Longrightarrow Y = 30$

ومنه فان:

$$\mathrm{T}MS_{xy} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}} \Longrightarrow \mathrm{T}MS_{xy} = \frac{30}{60} \Longrightarrow \mathrm{T}MS_{xy} = \frac{1}{2} \Longrightarrow \mathrm{T}MS_{xy} = \frac{Px}{\mathrm{Py}}$$

وعليه فانه عند التوازن يكون المعدل الحدي للإحلال يمثل نسبة الأسعار ($\mathrm{T}MS_{xy} = \frac{Px}{\mathrm{Py}}$)

رابعاً: الدخل الذي يحافظ على نفس مستوى الإشباع المحقق: بالإعتماد على طريقة مضاعف Lagrange، من أجل تحديد مقدار الدخل الضروري عند إرتفاع سعر السلعة $\boldsymbol{x}$ بوحدة واحدة وذلك للبقاء عند نفس مستوى الإشباع ، حيث أن الدالة الأصلية عند هذه الحالة تتمثل في معادلة الإنفاق، بينما الدالة الشرطية فهي دالة المنفعة.

أ- شرط تقليل الدخل (أقل دخل يحافظ على نفس المنفعة عند تغير الأسعار).

ب– إيجاد المشتقات الجزئية: بما أن المستهلك يبحث عن المحافظة على المنفعة بواسطة أقل دخل ممكن، فهذا يعني أن مشتق دالة لاغرانج(المشتقات الجزئية) تكون مساوية للصفر.

$$\delta L = \begin{cases} \delta Lx = px - \boldsymbol{\lambda} f'x = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1 \\ \delta Ly = py - \boldsymbol{\lambda} f'y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2 \\ \delta LR = U_0 - U = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3 \end{cases}$$

وبقسمة المعادلة (1) على المعادلة(2) نجد: $\frac{Px}{Py} = \frac{f'x}{f'y}$

ومن خاصية (الرياضيات) بضرب الوسطين في الطرفين نجد: . $f'y.px = f'x.py$ ....(*).

ومنه بتعويض المعادلة (*) في المعادلة (3) نجد قيم أو كميات السلع الجديدة من السلعتين X وy. التي تحافظ للمستهلك على نفس المنفعة قبل تغير الأسعار.

وبعد ذلك نعوض قيم كميات السلعتين في دالة الدخل، فنجد قيمة الدخل الإضافي (اللازم) للمحافظة على نفس المنفعة.

أثر الإحلال وأثر الدخل

إن تغير سعر إحدى السلعتين مع بقاء دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى ثابتين دون تغيير، ينتج عنه تغير الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها والكميات المطلوبة من السلعة التي بقي سعرها ثابت أيضا.

ويطلق على التغير الحاصل في الكمية المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها" **أثر السعر أو الأثر الكلي**"، والذي يمثل في حقيقة الأمر أثرين اثنين هما :أثر الإحلال وأثر الدخل.

– **أثر الإحلال** :يقصد به التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير سعرها وبقاء الدخل الحقيقي للمستهلك ثابتا.

عندما يتغير سعر أحدى السلع مما يعنى أن الدخل الحقيقي 1 للمستهلك سيتغير في الإتجاه المعاكس الأمر الذي سيدفع بالمستهلك إلى البحث عن التوليفة التي تجعله يحافظ على نفس المستوى من الإشباع (UT=0)

فإنه سيعتمد على فكرة الإحلال (الإستبدال) بين السلعتين، حيث يستبدل السلعة التي إرتفع سعرها بالسلعة التي ظلت أسعارها منخفضة نسبيا وهذا ما يطلق عليه الإقتصاديين أثر الإحلال.

– **أثر الدخل** :يقصد به التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير الدخل الحقيقي للمستهلك.

مثال: اذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = X^2Y$

وأن أسعار السلعتين هو: Px=2. Py=4؛ و دخل المستهلك هو: R=24

المطلوب:

1- حدد نقطة التوازن مع رسم بياني يوحدد النقاط (U . X. Y).

2- حدد أثري الدخل (es)، والإحلال (er)، للسلعة (x) عند ارتفاع السعر (px) بوحدتين.

الجواب:

1- تحديد نقطة التوازن عند : R=24. Px=2. Py = 4

باستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = X^2Y + 4 + \lambda(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = 2XY - \lambda Px = 0$$
$$L'y = X^2 - \lambda Py = 0$$
$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\Longrightarrow \frac{2y}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $2YPy = XPx$

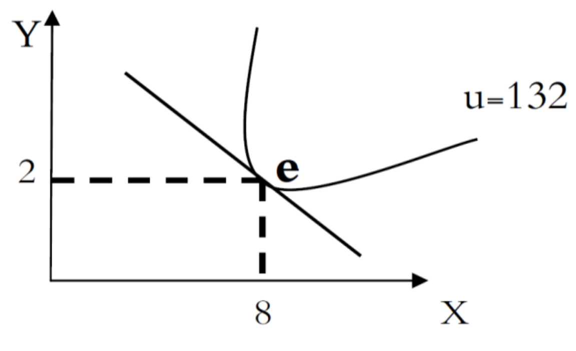
ومن نجد: $\Longrightarrow Y = \frac{XPx}{2Py}$

وبتعويض (Y) في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow 24 = X(2) + \frac{1}{4}X(4) \Longrightarrow 24 = 3X$$

وبالتالي نجد نقطة التوازن هي:

التمثيل البياني لنقطة التوازن:



2- تحديد أثري الدخل والإحلال:

أ- نقطة التوازن قبل تغير السعر:

لدينا من السؤال الأول نقطة التوازن هي:

ب- نقطة التوازن بعد تغير السعر:

لدينا من المعدلة (Y) أن: $Y = \frac{XPx}{2Py} \Longleftarrow Y = \frac{X(4)}{2(4)} \Longleftarrow Y = \frac{X}{2}$

وبتعويض $Y = \frac{X}{2}$ في الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow 24 = X(4) + \frac{X}{2}(4) \Longrightarrow X_3 = 4$$

ومنه: نقطة التوازن بعد تغير السعر هي:

ج- نقطة التوازن الوسطية:

لدينا من النقطة السابقة $Y = \frac{X}{2}$

وبتعويض $Y = \frac{X}{2}$ في دالة المنفعة U نجد: $U_1 = U_2 = 132 = X^2Y + 4$

$$132 = X^2(\frac{X}{2}) + 4 \Longrightarrow 132 - 4 = \frac{x^3}{2} \Longrightarrow 128 = \frac{x^3}{2}$$

$$\Longrightarrow 256 = x^3$$

$$\Longrightarrow X_2 = 6{,}35$$

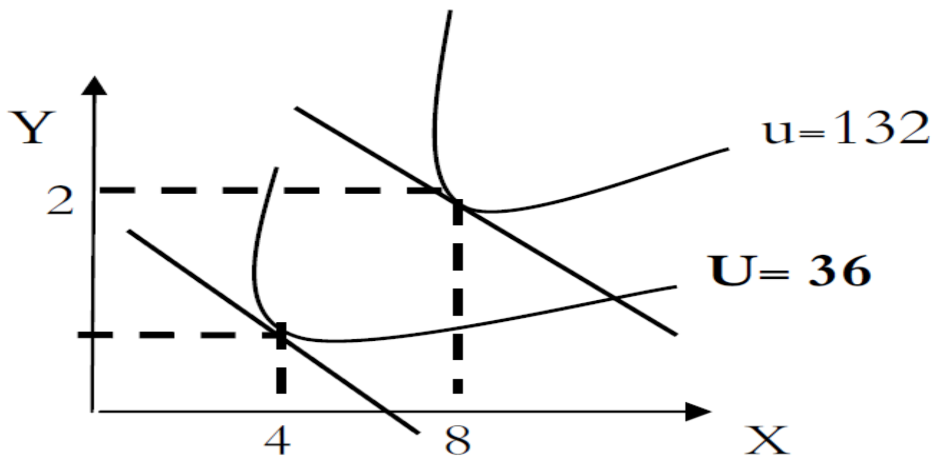
ومنه نقطة الوازن الوسطية هي:

وعليه يكون لدينا:

- **أثر الإحلال (es) هو:** $es = x2 - x1 \Longrightarrow es = 6{,}35 - 8 \Longrightarrow es = -1{,}65$
- **أثر الدخل (er) هو:** $er = x3 - x2 \Longrightarrow es = 4 - 6{,}35 \Longrightarrow es = -2{,}35$
- **الأثر الكلي (eT) هو:** $eT = es + er \Longrightarrow eT = -1{,}65 + (-2{,}35) \Longrightarrow eT = -4$

النتيجة: بما أن الأثرين (أثر الدخل وأثر الإحلال) سالبين؛ فالسلعة X سلعة عادية.

التمثيل البياني:



الملاحظة:

-**السلعة العادية**: أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال، والأثر الكلي يكون ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة(X)؛ نتيجة انخفاض سعرها.

-**السلعة الدنيا**: أثر الدخل يعمل في اتجاه معاكس لأثر الإحلال، والأثر الكلي يكون ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة(X)؛ نتيجة انخفاض سعرها كون أثر الإحلال أكبر من أثر الدخل.

-**سلعة جيفن**: أثر الدخل يعمل في اتجاه معاكس لأثر الإحلال، والأثر الكلي يكون انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة(X) نتيجة انخفاض سعرها، كون أثر الدخل أكبر من أثر الإحلال .

III-4- أسئلة وتمارين محلولة.

التمرين الأول: لتكن لديك ثلاث مستويات لمنفعة مستهلك ما كما في الجدول الموالي:

المستوى I			المستوى II			المستوى III		
X	Y	T MS	X	Y	T MS	X	Y	T MS
1	10		3	10		5	12	
2	5		4	7		6	9	
3	3		5	5		7	7	
4	2 .3		6	4.2		8	6.2	
5	1 .7		7	3.5		9	5.5	
6	1.2		8	3.2		10	5.2	
7	0.8		9	3		11	5	
8	0.5		10	2.9		12	4.9	

المطلوب:

1- حساب قيم المعدل الحدي لإحلال السلعة x محل السلعة y في كل مستوى.

2- مثل بيانيا منحنيات السواء الثلاثة على نفس المعلم.

3- حدد الكميات التي تحقق التوازن للمستهلك اذا كان: R = 30 ، والأسعار هي: Py =2 و Px =4 .

الجواب:

1- حساب قيم المعدل الحدي للإحلال (TMSxy) بين السلعتين X و Y

بما أن المعدل الحدي للإحلال يساوي التغير في الكمية من السلعة(Y) على التغير في الكمية من السلعة (X).

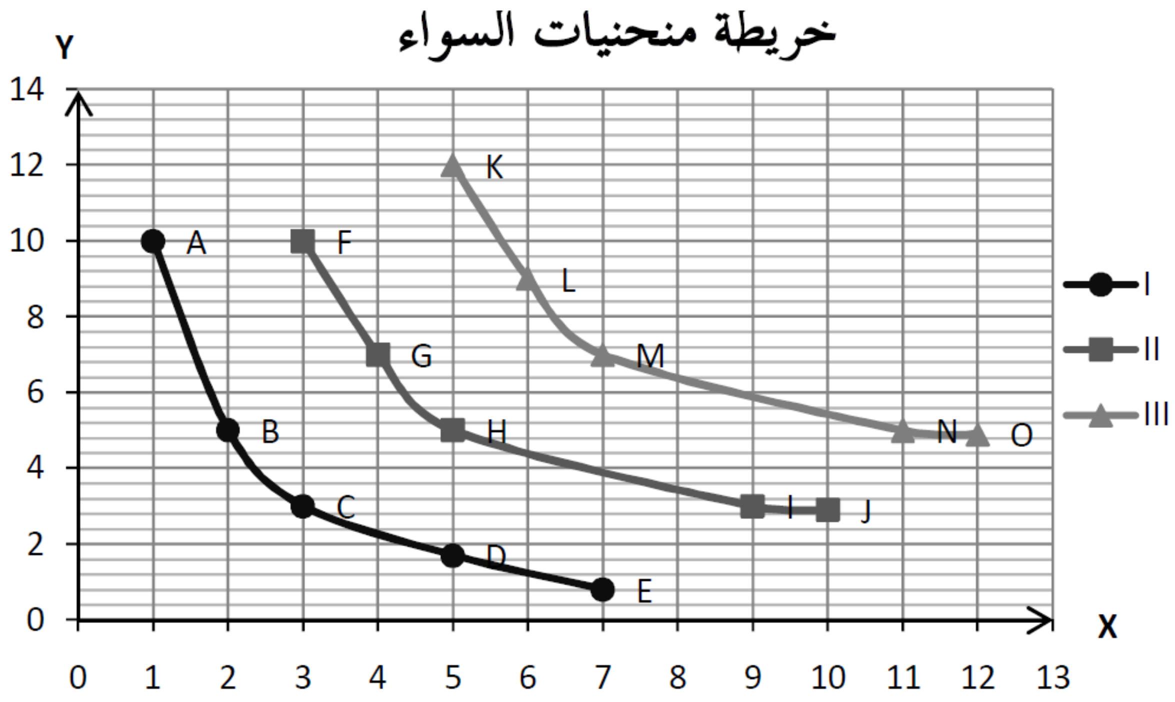
أي أن: $\mathrm{TMSxy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$

فإن حساب المعدل الحدي يكون كما يلي (في المستوى I):

ومنه فإن قيم TMSxy في كل حالة هي:

منحنى السواء I			منحنى السواء II			منحنى السواء III		
X								T
1	10	-	3	10	-	5	12	-
2	5	5	4	7	3	6	9	3
3	3	2	5	5	2	7	7	2
4	2,3	0,7	6	4,2	0,8	8	6,2	0,8
5	1,7	0,6	7	3,5	0,7	9	5,5	0,7
6	1,2	0,5	8	3,2	0,3	10	5,2	0,3
7	0,8	0,4	9	3	0,2	11	5	0,2
8	0,5	0,3	10	2,9	0,1	12	5,9	0,1

2- تمثيل منحنيات السواء الثلاثة على نفس المعلم.



3– تحديد كميات التوازن للمستهلك عند: $R = 30$ ، والأسعار هي: $Py = 2$ و $Px = 4$.

يتحقق التوازن الجديد للمستهلك دائماً عند تحقق الشرطين:

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$$
$$R = XPx + YPy$$

ومنه فالشرط الأول : $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py}$ نجده في النقاط التالية:

في المستوى الأول: $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} = 2 \Longrightarrow (3x, 3y)$

في المستوى الثاني: $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} = 2 \Longrightarrow (5x, 53y)$

في المستوى الثالث: $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} = 2 \Longrightarrow (7x, 7y)$

أما الشرط الثاني وهو: R = XPx + YPy

فإن:

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 3(4)+ 3(2) =18 \neq R$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 5(4)+ 5(2) =30 =R$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 7(4)+ 7(2) =42 \neq R$

ومنه نقطة التوازن هي: (5Y، 5X) .

التمرين الثاني: يوضح الجدول الموالي مستويات الإشباع الذي يحصل عليه أحد المستهلكين عند استهلاكه لوحدات متزايدة من السلعة (X)كما يلي:

X	0	1	2	3	4	5	6	7
UTX	0	12	28	42	52	60	67	70

المطلوب:

1-أحسب قيم المنفعة الحدية.

2- حدد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة(X) التي يكون عندها المستهلك في حالة توازن، ثم في حالة إشباع. عند: Px=2 و المنفعة الحدية للنقود**λ=5** .

3-حدد الفائض الحدي والفائض الكلي لهذا المستهلك عند مختلف مستويات الإشباع.

الجواب:

1- حساب قيم المنعة الحدية

$UMx =$

وعليه فإن:

$$UMx1 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT1-UT0}{X1-X0} \Longrightarrow UMx1 = \frac{12-0}{1-0} = \mathbf{12}$$

$$UMx2 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT2-UT1}{X2-X1} \Longrightarrow UMx2 = \frac{28-12}{2-1} = \mathbf{16}$$

$$UMx3 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT3-UT1}{X3-X2} \Longrightarrow UMx3 = \frac{42-28}{3-2} = \mathbf{14}$$

$$UMx4 = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT4-UT3}{X4-X3} \Longrightarrow UMx4 = \frac{52-42}{4-3} = \mathbf{10}$$

ومنه قيم المنعة الحدية هي:

	0	1	2	3	4	5	6	7
U	0	12	28	42	52	60	67	70
U	0	12	16	14	10	8	7	3

2– تحديد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة(X) التي يكون عندها المستهلك في حالة توازن، ثم في حالة إشباع. عند: Px=2 و المنفعة الحدية للنقود**5=λ** .

- **يكون المستهلك في حالة توازن في حال سلعة واحدة عند تحقق الشرط التالي:** $\boldsymbol{\lambda = \frac{UMX}{Px}}$

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{UMX}{Px} \Longrightarrow \lambda . Px = UMX}$$

ومنه نجد:

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
	0	12	28	42	52	60	67	70
	0	12	16	14	**10**	8	7	3
	0	10	10	10	**10**	10	10	10
	0	10	20	30	40	50	60	70
CS(فائض المستهلك)	-	2	8	12	**12**	10	7	0

من خلال الجدول نلاحظ أن شرط التوازن يتحقق عند الوحدة $Umg_x = \lambda . P_x$ و هو عند الوحدة الرابعة من السلعة . $\boldsymbol{X = 4 \Longleftarrow \lambda . Px = UMX = 10}$

3– تحديد الفائض الكلي لهذا المستهلك عند مختلف مستويات الإشباع.

فائض المستهلك = المنفعة الكلية للنقود – المنفعة الكلية للسلعة

أي أن: $CS = UTX - UTXS$ (فائض المستهلك)

ومن خلال الجدول نلاحظ أن أعظم قيمة لفائض المستهلك هي (12) وهي في الوحدة الرابعة.

وعليه يكون المستهلك في حالة توازن عند الوحدة X=4.

التمرين الثالث: كانت المنافع الكلية المحصل عليها من استهلاك وحدات متزايدة من السلعتين ، y و x معطاة في الجدول الآتي:

8	7	6	5	4	3	2	1	0	الكمية المستهلكة من (X) و (Y)
154	144	132	116	98	78	56	30	0	المنفعة الكلية للسلعة (X) Umx
171	165	156	141	123	102	75	42	0	المنفعة الكلية للسلعة (Y) Umy

المطلوب:

1– حدد التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع؛

إذا كان: $Px = 2$.و $Py = 3$. و $R = 29$

2- حدد المنفعة الكلية التي يحصل عليها هذا المستهلك عند وضع التوازن.

الجواب:

1- تحديد التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع؛

يتحقق التوازن للمستهلك عند تحقق شرطين هما: $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

$R = XPx + YPy$

أ- حساب قيم المنفعة الحدية للسلعتين x و y .

$UMx =$

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	0	30	26	22	20	18	16	12	10
	0	42	33	27	21	18	15	9	6

ب- حساب قسمة المنافع الحدية على الأسعار : $\frac{UMy}{Py} = \frac{UMx}{Px}$ يكون كما يلي:

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	-	15	13	**11**	10	**9**	8	**6**	**5**
	-	12	**11**	**9**	7	**6**	**5**	3	2

ومنه نلاحظ أن:

$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 11 \Longrightarrow (3x, 2y)$

$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 9 \Longrightarrow (5x, 3y)$

$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 6 \Longrightarrow (7x, 5y)$

$\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 5 \Longrightarrow (8x, 6y)$

ج- التأكد من تحقق شرط الدخل وهو: $R = XPx + YPy$

ومنه:

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 3(2)+ 2(3) = 12 \neq R$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 5(2)+ 3(3) = 19 \neq R$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 7(2)+ 5(3) = 29 = R$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow 8(2)+ 6(3) = 34 \neq R$

وبالتالي فإن نقطة إشباع المستهلك هي: (7X ،5Y).

2- حساب المنفعة الكلية التي يحصل عليها هذا المستهلك عند الإشباع.

- المنفعة الكلية عند الإشباع: هي مجموع المنافع الكلية من السلعتين x وy عند نقطة التوازن.

- أو المنفعة الكلية عند الإشباع: مجموع المنافع الحدية من السلعتين x وy حتى نقطة التوازن.

$UT =$

التمرين الرابع: لتكن دالة المنفعة التالية: $U = 5xy$ ؛

وكان كذلك: $Px = 1$. و$Py = 2$. و$R = 20$

المطلوب:

1- حدد نقطة التوازن.

2- ادرس العلاقة بين نسبة الأسعار وTMS

3- فسر معنى المعامل($\boldsymbol{\lambda}$) في هذه الحالة.

4- فسر معنى TMS.

الجواب:

1- تحديد نقطة التوازن:

باستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = 5XY + \boldsymbol{\lambda}(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = 5Y - \boldsymbol{\lambda}Px = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$L'y = 5X - \boldsymbol{\lambda}Py = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$L'\boldsymbol{\lambda} = R - XPx - YPy = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{5y}{5X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx$..........(*)

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد:$R = XPx + YPy$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + XPx \Longrightarrow R = 2XPx$

$X = \frac{R}{2Px}$ ونفس الشيء $Y = \frac{R}{2Py}$

وبتعويض القيم نجد:

وبالتالي نقطة التوازن هي:

$$X = \frac{R}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{20}{2(1)} \Longrightarrow X = 10$$

$$Y = \frac{R}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{20}{2(2)} \Longrightarrow Y = 5$$

$$U = 5xy \Longrightarrow U = 5(10)(5) \Longrightarrow U = 250$$

2- دراسة نسبة الأسعار و TMS

أ- حساب المعدل الحدي للإحلال:

$$TMS_{xy} = \frac{\delta X}{\delta Y} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{5Y}{5X} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{Y}{X}$$

وبتعويض قيم X وy من السؤال السابق نجد:

$$TMS_{xy} = \frac{Y}{X} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{5}{10} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{1}{2}$$

ب- العلاقة بين TMS والأسعار:

- لدينا: $TMS_{xy} = \frac{Y}{X}$
- $TMS_{xy} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \longleftrightarrow \frac{Px}{Py}$
- **ومنه** $TMS_{xy} = \frac{Px}{Py}$

أي أن:

$$TMS_{xy} = \frac{Y}{X} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{5}{10} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{1}{2} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{Px}{Py}$$

وعليه فانه عند التوازن يكون المعدل الحدي للإحلال يمثل نسبة الأسعار ($TMS_{xy} = \frac{Px}{Py}$)

3- تفسير معنى المعامل(λ).

أولاً: **المعامل(λ) يمثل المنفعة الحدية للنقود (المنفعة الحدية للدخل)**

ثانياً: لدينا من المعادلة الأولى في السؤال الأول: $5Y - \lambda Px = 0$

ومنه

$$5Y - \lambda Px = 0 \Longrightarrow \lambda = \frac{5Y}{Px}$$

$$\Longrightarrow \lambda = \frac{5(1)}{1} = \mathbf{25}$$

التفسير: إذا تغير الدخل بوحدة واحدة، تتغير المنفعة الكلية بمقدار (λ) 25.

4- تفسير معنى TMS

لدينا في السؤال الثاني: $TMS_{xy} = \frac{Y}{X} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{5}{10} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{1}{2}$

التفسير: المستهلك يتخلى عن وحدة واحدة من السلعة Y ويعوضها بوحدتين من السلعة X مع المحافظة على نفس المنفعة(مع ثبات المنفعة).

التمرين الخامس: لتكن دالة الإشباع لمستهلك ما من الشكل: $U = 5x^2 y + 25$

المطلوب:

1- أوجد دوال الطلب على السلعتين x وy

2 – استنتج كميات التوازن علماً أن: $R = 75$ ، $Px = 10$ ،$Py = 5$،

3 – احسب المعدل الحدي للإحلال وفسر معناه الاقتصادي.

4- ماهو الفرق بين الإحلال والتبادل؟.

الجواب:

1- تحديد دوال الطلب على السلعتين x وy .

من شرط تعظيم المنفعة وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = 10XY - \lambda Px = 0 \;...........(1)$$

$$L'y = 5x^2 - \lambda Py = 0 \;..............(2)$$

$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0.........(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{10Xy}{5x^2} = \frac{Px}{Py} \Longleftarrow \frac{2y}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $2YPy = XPx$..........(*)

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد:$R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = 2YPy + YPy \Longrightarrow R = 3YPy$$

$Y = \frac{R}{3Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

وبتعويض المعادلة y في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + (\frac{R}{3Py})Py \Longrightarrow R = \frac{3XPx+R}{3}$$

$$\Longrightarrow 3R = 3XPx + R$$

$$\Longrightarrow 2R = 3XPx$$

ومنه $X = \frac{2R}{3Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

2– استنتاج كميات التوازن عند: $R=75$ ، $Px=10$، $Py=5$،

لدينا من السؤال السابق:

$$X=\frac{2R}{3Px} \Longrightarrow X=\frac{2(75)}{3(10)} \Longrightarrow X=5$$

$$Y=\frac{R}{3Py} \Longrightarrow Y=\frac{75}{3(5)} \Longrightarrow Y=5$$

$$U=5x^2y+25 \Longrightarrow U=5(5)^2(5)+25 \Longrightarrow U=650$$

$$5x^2-\boldsymbol{\lambda}Py=0 \Longrightarrow \boldsymbol{\lambda}=\frac{5x^2}{Py} \Longrightarrow \boldsymbol{\lambda}=\frac{5(5)^2}{5} \Longrightarrow \boldsymbol{\lambda}=25$$

ومنه نقطة التوازن هي: ($X=5,\quad Y=5,\quad U=650,\quad \lambda=25$)

3– حساب المعدل الحدي للإحلال وتفسير معناه الاقتصادي:

$$TMS_{xy}=\frac{\delta X}{\delta Y} \Longrightarrow TMS_{xy}=\frac{10XY}{5x^2} \Longrightarrow TMS_{xy}=\frac{2Y}{X}$$

وبتعويض قيم X وy من السؤال السابق نجد:

$$TMS_{xy}=\frac{2Y}{X} \Longrightarrow TMS_{xy}=\frac{2(5)}{5} \Longrightarrow TMS_{xy}=\frac{10}{5}$$

التفسير الاقتصادي لـ TMS_{xy}: المستهلك يتخلى عن 10وحدات من السلعة Y ويعوضها ب 5وحدات من السلعة X مع المحافظة على نفس المنفعة(مع ثبات المنفعة).

التمرين السادس: أعطيت دالة المنفعة لأحد المستهلكين للسلعتين (y) و(x) بالصيغة الآتية

وكان **:** $Px=6$، و $Py=4$، بينما $R=153$

المطلوب :

1– استخرج دوال المنفعة الحدية للسلعتين؛

2– أوجد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة قوسن.

3 –أوجد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج.

الجواب:

1– استخراج دوال المنفعة الحدية للسلعتين X و Y؛

لدينا من قانون المنفعة الحدية: $UMX=\frac{\delta U}{\delta X}$ و $UMY=\frac{\delta U}{\delta Y}$

ومنه نجد: $$UMX=\frac{\delta U}{\delta X} \Longrightarrow UMX=\frac{\delta(xy+2y)}{\delta X} \Longrightarrow UMX=Y$$

ونفس الشيء: $$UMY=\frac{\delta U}{\delta Y} \Longrightarrow UMX=\frac{\delta(xy+2y)}{\delta Y} \Longrightarrow UMY=X+2$$

2– إيجاد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة قوسن.

- **قانون قوسن الثاني هو:** $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

ومنه فان: $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{Y}{X+2} = \frac{6}{4}$

$$\Longrightarrow (Y)4 = (X+2)6$$
$$\Longrightarrow 4Y = 6X + 12$$
$$\Longrightarrow y = \frac{6X+12}{4} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة الدخل (R) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = X(6) + \frac{6X+12}{4}(4)$$
$$\Longrightarrow R = 6X + 6X + 12$$
$$\Longrightarrow R = 12X + 12$$
$$\Longrightarrow X = \frac{R-12}{12}$$
$$\Longrightarrow X = \frac{153-12}{12}$$
$$X = 12$$

وبتعويض قيمة X في المعادلة (*) نجد:

$$y = \frac{6X+12}{4} \Longrightarrow y = \frac{6(12)+12}{4} \Longrightarrow y = 21$$

ومنه التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك هي: $X = 12$ ؛ $y = 21$.

3 –إيجاد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج.

من شرط تعظيم المنفعة وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Y - \lambda Px = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$L'y = x + 2 - \lambda Py = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$L'\lambda = 153 - XPx - YPy = 0 \ldots\ldots\ldots(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{Y}{x+2} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{Y}{x+2} = \frac{6}{4}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $4Y = 6X + 12$

$$\Longrightarrow 4Y - 12 = 6X$$
$$\Longrightarrow X = \frac{4Y-12}{6} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$153 - XPx - YPy = 0 \Longrightarrow 156 = \frac{4Y-12}{6}(6) + Y(4)$$

$$\Longrightarrow 156 = 4Y - 12 + 4Y$$

$$\Longrightarrow 168 = 8Y$$

$$\Longrightarrow Y = \frac{168}{8} = 21$$

وبتعويض قيمة Y في المعادلة (*) X نجد:

$$X = \frac{4Y-12}{6} \Longrightarrow X = \frac{4(21)-12}{6} \Longrightarrow X = \frac{72}{6} = 12$$

وعليه فإن: التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك هي: $X = 12$ ؛ $Y = 21$.

$$U = xy + 2y \Longrightarrow U = 12(21) + 2(21) \Longrightarrow \begin{array}{l} X = 12 \\ Y = 21 \\ U = 294 \end{array}$$

$$Y - \lambda Px = 0 \Longrightarrow \lambda = \frac{Y}{Px} \Longrightarrow \lambda = \frac{21}{6} \Longrightarrow \lambda = 3{,}5$$

التمرين السابع: تكتب دالة المنفعة لمستهلك ما بالشكل التالي: $U = 5X^{1/2}Y^{1/2}$

و كان كذلك: $Py = Px = 1$.و $R = 16$

المطلوب:

1- أوجد دوال الطلب على السلعتين. ثم ماذا تلاحظ.

2- حدد نقطة توازن المستهلك.

3- ماهو الدخل الأدنى الضروري والدعم الإضافي (الدخل الإضافي) الذي يجب على المستهلك توفيره لتحقيق نفس من المنفعة عندما يزيد Px بـ 3 وحدات.

الجواب:

1- تحديد دوال الطلب على السلعتين x و y .

من شرط تعظيم المنفعة وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = \frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}} - \lambda Px = 0 \ ....(1)$$

$$L'y = \frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}}.y^{-\frac{1}{2}} - \lambda Py = 0 \ ....(2)$$

$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0 .... \ ......(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{\frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}}{\frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}}.y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{x^{-\frac{1}{2}}.\ y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}.\ y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{Px}{Py}$

وبضرب مقلوب الأسس السالبة نجد: $\frac{y^{\frac{1}{2}}.\ y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}.\ x^{\frac{1}{2}}} = \frac{Px}{Py}$

$$\Longrightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py}$$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx$ ....(*)

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + YPy \Longrightarrow R = 2YPy$$

$Y = \frac{R}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

وبتعويض المعادلة y في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + \left(\frac{R}{2Py}\right)Py \Longrightarrow R = \frac{2XPx+R}{2}$$

$$\Longrightarrow 2R = 2XPx + R$$

$$\Longrightarrow R = 2XPx$$

ومنه $X = \frac{R}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

- **الملاحظة:** من خلال دوال الطلب على السلعتين X وy نلاحظ أن كل سلعة مستقلة عن سعر السلعة الأخرى.

2- تحديد نقطة التوازن عند: $Py = Px = 1$. و $R = 16$:

لدينا من السؤال السابق:

$$X = \frac{R}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{16}{2(1)} \Longrightarrow X = 8$$

$$Y = \frac{R}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{16}{2(1)} \Longrightarrow Y = 8$$

$$U = 5X^{1/2}\,Y^{1/2} \Longrightarrow U = 5(8)^{1/2}\,(8)^{1/2} \Longrightarrow U = 40$$

ومنه نقطة التوازن هي: ($X = 8,\quad Y = 8,\quad U = 40$)

3– الدخل الأدنى الضروري والدعم الإضافي (الدخل الإضافي) الذي يجب على المستهلك توفيره لتحقيق نفس من المنفعة عندما يزيد Px بـ 3 وحدات.

الآن في هذه الحالة المستهلك يبحث في كيفية المحافظة على نفس المنفعة السابقة المكتسبة من السلعتين x و y قبل ارتفاع السعر Px.

- هذه الحالة تسمى " شرط المحافظة على نفس المنفعة" عكس الحالة السابقة والتي تسمى شرط تعظيم المنفعة.

- شرط المحافظة على نفس المنفعة تكتب من الشكل:

ومنه عند عملية الاشتقاق نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Px - \boldsymbol{\lambda}(\frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}) = 0$$

$$L'y = Py - \boldsymbol{\lambda}(\frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}}.y^{-\frac{1}{2}}) = 0$$

$$L'\lambda = 40 - 5X^{1/2}\,Y^{1/2} = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد:

$$\frac{Px}{Py} = \frac{\lambda(\frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}})}{\lambda(\frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}}.y^{-\frac{1}{2}})} \Longrightarrow \frac{x^{-\frac{1}{2}}.\ y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}.\ y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{Px}{Py}$$

وبضرب مقلوب الأسس السالبة نجد:

$$\frac{y^{\frac{1}{2}}.\ y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}.\ x^{\frac{1}{2}}} = \frac{Px}{Py}$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py}$$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx$..........(*)

$$Y(1) = X(4)$$

$$Y = 4X$$

وبتعويض $Y = 6X$ في المعادلة (3) نجد:

$$40 = 5X^{1/2}\,Y^{1/2} \Longrightarrow 40 = 5X^{1/2}(4X)^{1/2}$$

$$40 = 5X^{1/2}X^{1/2}\ 4^{1/2}$$

$$40 = 5X\sqrt{4}$$

$$40 = 5.2.X$$

ومنه: $X = \frac{40}{10}$ $\qquad$ $X = 4$

وبالتعويض في Y نجد: $Y = 4X$ $\qquad$ $Y = 16$

- ومنه بتعويض قيم X و Y الجديدتين في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = 4(4) + 16(1) \Longrightarrow R = 32$$

وهو قيمة الدخل اللازم لكي يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء. إذا قررت الحكومة رفع سعر السلعة x إلى px=4؛

- الدخل الإضافي = الدخل الجديد – الدخل السابق

أي أن: $\Delta R = R_2 - R_1$

ومنه الدخل الإضافي هو: $\Delta R = R_2 - R_1 \Longrightarrow \Delta R = 32 - 16 \Longrightarrow \Delta R = 16$

التمرين الثامن: لتكن دالة الإشباع لمستهلك ما، من الشكل: $U = 15\sqrt{X}\sqrt{Y}$

المطلوب:

1- ماهي المنفعة المحققة عند استهلاك 9 وحدات من X و 4 وحدات منY.

2 – اوجد دوال الطلب على السلعتين X و Y .

3 – اوجد كميات التوازن علماً أن: $Py = 4$ ،$Px = 1$ و$R = 200$

ثم احسب مستوى الإشباع عند التوازن؛ المنفعة الحدية لوحدة النقد الواحدة.

4- ما هو الدخل الذي يعظم المنفعة إذا كان: Px =2، Py =2؟.

الجواب:

1-المنفعة المحققة عند استهلاك 9 وحدات من X و 4 وحدات منY.

بتعويض قيم X بـ 9 و Y بـ 4 في دالة المنفعة نجد:

$$U = 15\sqrt{X}\sqrt{Y} \Longrightarrow U = 15\sqrt{9}\sqrt{4} \Longrightarrow U = 90$$

2 – ايجاد دوال الطلب على السلعتين X و Y .

من شرط تعظيم المنفعة وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = \frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}} - \lambda Px = 0 \text{ ....(1)}$$

$$L'y = \frac{15\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}} - \lambda Py = 0 \text{ ....(2)}$$

$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0 \text{..... ......(3)}$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\dfrac{\frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}}{\frac{15\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}}} = \dfrac{Px}{Py}$

$$\Longrightarrow \frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}} \cdot \frac{2\sqrt{Y}}{15\sqrt{X}} = \frac{Px}{Py}$$

$$\Longrightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py}$$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx$ ....(*)

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + YPy \Longrightarrow R = 2YPy$$

$Y = \frac{R}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

وبتعويض المعادلة y في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + \left(\frac{R}{2Py}\right)Py \Longrightarrow R = \frac{2XPx + R}{2}$$

$$\Longrightarrow 2R = 2XPx + R$$

$$\Longrightarrow R = 2XPx$$

ومنه $X = \frac{R}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

3 – حساب كميات التوازن علماً أن: $Py = 4$ ، $Px = 1$ و $R = 200$

لدينا من السؤال السابق:

$$X = \frac{R}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{200}{2(1)} \Longrightarrow X = 100$$

$$Y = \frac{R}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{200}{2(4)} \Longrightarrow Y = 25$$

ومنه كميات التوازن(**وليس نقطة التوازن**) **هي**: ($X = 100, \quad Y = 25,$)

- حساب مستوى الإشباع عند التوازن؛

بتعويض قيم X و Y في دالة المنفعة نجد:

$$U = 15\sqrt{X}\sqrt{Y} \Longrightarrow U = 15\sqrt{100}\sqrt{25} \Longrightarrow U = 750$$

- المنفعة الحدية لوحدة النقد الواحدة.

لدينا من المعادلة الأولى (من اشتقاق مضاعف لاغرانج):

$$\frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}} - \lambda Px = 0 \Longrightarrow \frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}} = \lambda Px$$
$$\Longrightarrow \lambda = \frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}.Px}$$
$$\Longrightarrow \lambda = \frac{15\sqrt{25}}{2\sqrt{100}.(1)}$$
$$\Longrightarrow \lambda = \frac{75}{20} = \mathbf{3,5}$$

- **ومنه قيمة ($\lambda = 3,5$) هي المنفعة الحدية لوحدة النقد الواحدة.**

كما تفسر بأنها عند تغير الدخل بوحدة واحدة تتغير المنفعة الكلية بقيمة ($3,5$)

4- الدخل الذي يعظم المنفعة إذا كان: $Px = 2$، $Py = 2$؟.

لدينا من السؤال الثاني أن أعظم منفعة يحققها المستهلك هي: $U = 750$

وبالتالي فان الدخل الذي يحقق $U = 750$ إذا كان $Px = 2$، $Py = 2$ يتم حسابه بالطريقة التالية:

ومنه عند عملية الاشتقاق نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Px - \lambda\left(\frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}\right) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$L'y = Py - \lambda\left(\frac{15\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}}\right) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$L'\lambda = 750 - 15\sqrt{X}\sqrt{Y} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{Px}{Py} = \frac{\lambda\left(\frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}\right)}{\lambda\left(\frac{15\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}}\right)} \Longrightarrow \frac{15\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}.\frac{2\sqrt{Y}}{15\sqrt{X}} = \frac{Px}{Py}$

$$\Longrightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py}$$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx$ ....(*)

$$Y(2) = X(2)$$
$$Y = X$$

وبتعويض $Y = X$ في المعادلة (3) نجد:

$$750 = 15\sqrt{X}\,\sqrt{Y} \Longrightarrow 750 = 15\sqrt{X}\,\sqrt{Y}$$

$$750 = 15X$$

ومنه: $X = \frac{750}{15} \Longrightarrow X = 50$

وبالتعويض في Y نجد: $Y = X \Longrightarrow Y = 50$

- ومنه بتعويض قيم X و Y الجديدتين في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = 50(2) + 50(2) \Longrightarrow R = 200$$

وهو قيمة الدخل الذي يحقق للمستهلك أقصى إشباع عند Px =2، Py =2

التمرين التاسع: لتكن دالة الإشباع لمستهلك ما من الشكل: $\mathbf{U = 4X^2Y^2 + 4}$

المطلوب:

1- حدد معادلة منحنى السواء.

2 – أوجد دوال الطلب على السلعتين x و.y .

3 – حدد نقطة التوازن علماً أن: R=120 ، Px =3، Py =2،

4- احسب المعدل الحدي للإحلال وفسر معناه الاقتصادي،

5- أذكر قانوني قوسن(**GOUSSAN**) الأول والثاني.

الجواب:

1- تحديد معادلة منحنى السواء:

معادلة منحنى السواء هي دالة للمنفعة؛ أي أن $Y = \int(U)$

ومنه من دالة المنفعة السابقة نجد: $U = X^2Y^2 + 4 \Longrightarrow U - 4 = X^2Y^2$

$$Y^2 = \frac{U-4}{X^2}$$

$$Y = \frac{\sqrt{U-4}}{\sqrt{X^2}}$$

$$Y = \frac{\sqrt{U}-2}{X}$$ وهي دالة منحنى السواء

2- دوال الطلب على السلعتين x و.y .

من شرط تعظيم المنفعة وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = 2XY^2 - \lambda Px = 0 \;..........(1)$$
$$L'y = 2X^2Y - \lambda Py = 0 \;........(2)$$
$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0 ....(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{2XY^2}{2X^2Y} = \frac{Px}{Py} \Longleftarrow \frac{y}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx$..........(*)

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد: R = XPx + YPy

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + YPy \Longrightarrow R = 2YPy$$

$Y = \frac{R}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

وبتعويض المعادلة y في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + (\frac{R}{2Py})Py \Longrightarrow R = \frac{2XPx+R}{2}$$
$$\Longrightarrow 2R = 2XPx + R$$
$$\Longrightarrow R = 2XPx$$

ومنه $X = \frac{R}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

3– نقطة التوازن علماً أن: R=120، Px =30، Py =20،

لدينا من السؤال السابق:

$$X = \frac{R}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{120}{2(30)} \Longrightarrow X = 2$$
$$Y = \frac{R}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{120}{2(20)} \Longrightarrow Y = 3$$
$$U = 2X^2Y^2 + 4 \Longrightarrow U = 2(2)^2(3)^2 + 4 \Longrightarrow U = 72$$
$$2XY^2 - \lambda Px = 0 \Longrightarrow \lambda = \frac{2XY^2}{Px} \Longrightarrow \lambda = \frac{2(2)(3)^2}{30} \Longrightarrow \lambda = \frac{36}{30}$$

ومنه نقطة التوازن هي: ($X = 2,\quad Y = 3,\quad U = 72,\quad \lambda = 1,2$)

4– حساب المعدل الحدي للإحلال وتفسير معناه الاقتصادي:

$$TMS_{xy} = \frac{\delta X}{\delta Y} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{2XY^2}{2X^2Y} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{Y}{X}$$

وبتعويض قيم X وy من السؤال السابق نجد:

$$TMS_{xy} = \frac{Y}{X} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{3}{2}$$

التفسير الاقتصادي لـ TMS_{xy}: المستهلك يتخلى عن 3 وحدات من السلعة Y ويعوضها ب 2 وحدات من السلعة X مع المحافظة على نفس المنفعة(مع ثبات المنفعة).

5- قانوني قوسن(GOUSSAN) الأول والثاني.

- قانون قوسن الأول هو مبدأ تناقص المنفعة الحدية؛
- أما قانون قوسن الثاني فهو تساوي نسبة قسمة المنافع الحدية على الأسعار ($\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$) :

التمرين العاشر: لتكن دالة الإشباع لمستهلك ما من الشكل: $U = x\,y + x$

المطلوب: **1**- أستخرج معادلة منحنى السواء.

2 - أوجد دوال الطلب على السلعتين x و.y .

3 - استنتج كميات التوازن علماً أن: R=13 ، Px =1، Py =1، .

4- احسب المعدل الحدي للإحلال، وفسر معناه الاقتصادي، .

5- في شكل بياني واحد، مثل العلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية.

الجواب:

1- تحديد معادلة منحنى السواء:

معادلة منحنى السواء هي دالة للمنفعة؛ أي أن $Y = \int(U)$

ومنه من دالة المنفعة السابقة نجد: $U - x = x\,y \Longrightarrow U = x\,y + x$

$Y = \frac{U-X}{X}$ وهي دالة منحنى السواء.

2- دوال الطلب على السلعتين x و.y .

من شرط تعظيم المنفعة وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Y + 1 - \lambda Px = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$L'y = X - \lambda Py = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0 \ldots\ldots\ldots(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{Y+1}{X} = \frac{Px}{Py} \Longleftarrow \frac{Y+1}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $(Y+1)Py = XPx \ldots\ldots\ldots(*)$

$$YPy = XPx - Py$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد: R = XPx + YPy

$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + XPx - Py \Longrightarrow R + Py = 2XPx$

$X = \frac{R+Py}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة X.

وبتعويض المعادلة X في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + (Y+1)Py \Longrightarrow R - Py = 2YPy$$

ومنه $Y = \frac{R-Py}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

3- نقطة التوازن علماً أن: $R = 13$ ، $Px = 1$ ، $Py = 1$،

لدينا من السؤال السابق:

$$X = \frac{R+Py}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{13+1}{2(1)} \Longrightarrow X = 7$$

$$Y = \frac{R-Py}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{13-1}{2(1)} \Longrightarrow Y = 6$$

$$U = xy + x \Longrightarrow U = (7).(6) + 7 \Longrightarrow U = 49$$

$$X - \lambda Py = 0 \Longrightarrow \lambda = \frac{X}{Py} \Longrightarrow \lambda = \frac{7}{1} \Longrightarrow \lambda = 7$$

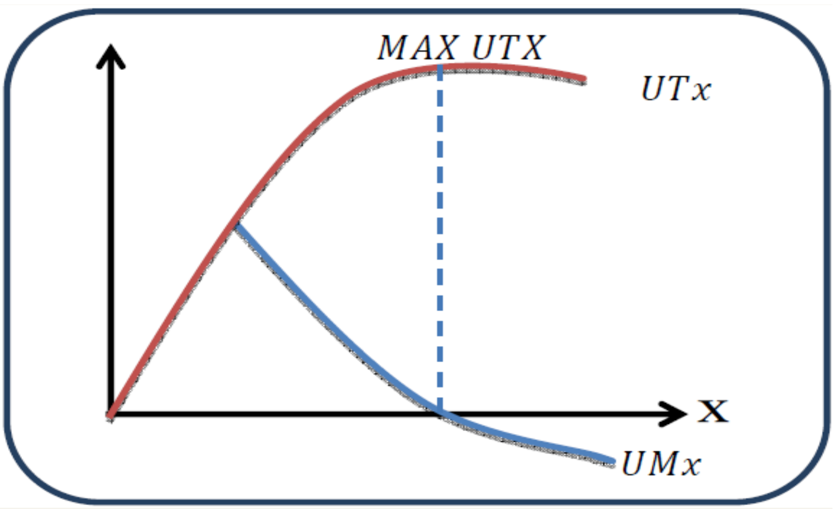
ومنه نقطة التوازن هي: ($X = 7, \quad Y = 6, \quad U = 49, \quad \lambda = 7$)

4- حساب المعدل الحدي للإحلال وتفسير معناه الاقتصادي:

$$TMS_{xy} = \frac{\delta X}{\delta Y} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{Y+1}{X} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{7}{7}$$

التفسير الاقتصادي لـ TMS_{xy}: المستهلك يتخلى عن 7 وحدات من السلعة Y ويعوضها ب 7 وحدات من السلعة X مع المحافظة على نفس المنفعة(مع ثبات المنفعة).

5- التمثيل البياني للعلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية شكل بياني واحد.



التمرين الحادي عشر: نفترض أن دالة المنفعة الكليةٌ لمستهلك ما معطاة بالشكل التالي:

المطلوب:

1- أحسب المنافع الحديةٌ للسلعتين؟

2- أوجد دوال الطلب على السلعتينٌ لهذا المستهلك؟

3- أوجد الكمياٌت من السلعتينٌ التي تمنح للمستهلك أعظم منفعة إذا كان: R =50 ، Py=2، Px=1.

الجواب:

1- حساب المنفعة الحدية للسلعتين X وY .

لدينا:

$$UMx = \frac{\delta U}{\delta x} \Longrightarrow UMx = \mathbf{2(0,4)}X^{\mathbf{0,4-1}}\ \mathbf{Y^{0,6}} \Longrightarrow UMx = \mathbf{0,8}X^{\mathbf{-0,6}}\ \mathbf{Y^{0,6}}$$

$$UMy = \frac{\delta U}{\delta y} \Longrightarrow UMy = \mathbf{2}X^{\mathbf{0,4}}\ \mathbf{(0,6)Y^{0,6-1}} \Longrightarrow UMy = \mathbf{1,2}X^{\mathbf{0,4}}\ \mathbf{Y^{-0,4}}$$

2- تحديد دوال الطلب على السلعتين X وY .

باستخدام قانون قوسن الثاني نجد:

$$\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{\mathbf{0,8}X^{\mathbf{-0,6}}\ \mathbf{Y^{0,6}}}{\mathbf{1,2}X^{\mathbf{0,4}}\ \mathbf{Y^{-0,4}}} = \frac{Px}{Py}$$

وبعد (نقل الإشارة السالبة في البسط إلى المقام والعكس) نجد:

$$\frac{\mathbf{0,8}X^{\mathbf{-0,6}}\ \mathbf{Y^{0,6}}}{\mathbf{1,2}X^{\mathbf{0,4}}\ \mathbf{Y^{-0,4}}} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{\mathbf{0,8Y^{0,4}.Y^{0,6}}}{X^{\mathbf{0,6}}\mathbf{.1,2}X^{\mathbf{0,4}}} = \frac{Px}{Py}$$

$$\Longrightarrow \frac{\mathbf{0,8Y}}{\mathbf{1,2X}} = \frac{Px}{Py}$$

ومن ضرب الطرفين نجد: $\mathbf{0,8}YPy = \mathbf{1,2}XPx$

$$YPy = \frac{1,2XPx}{0,8}$$

$$YPy = 1,5XPx..........(*)$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + 1,5XPx \Longrightarrow R = 2,5XPx$$

$X = \frac{R}{2,5Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة X.

وبتعويض المعادلة X في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = \left(\frac{R}{2,5Px}\right)Px + YPy \Longrightarrow R = \frac{R+2,5Py}{2,5}$$

$$2,5R = R + 2,5Py$$

$$1,5R = 2,5Py$$

ومنه $Y = \frac{1,5R}{2,5Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

3– الكمياُت من السلعتينٌ التي تمنح للمستهلك أعظم منفعة إذا كان: R =50 ، Py=2، Px=1.

بتعويض قيمR =50 ، Py=2، Px=1. **في دوال الطلب نجد:**

$$X = \frac{R}{2,5Px} \Longrightarrow X = \frac{50}{2,5(1)} \Longrightarrow X = 20$$

$$Y = \frac{1,5R}{2,5Py} \Longrightarrow Y = \frac{1,5(50)}{2,5(2)} \Longrightarrow Y = 15$$

ومنه الكمياُت التي تمنح للمستهلك أعظم منفعة هي: ($X = 20$) ؛ و ($Y = 15$).

بينما أعظم منفعة يحققها المستهلك فهي:

$$U = 2X^{0,4}\,Y^{0,6} \Longrightarrow U = 2(20)^{0,4}.(15)^{0,6} \Longrightarrow U = 31$$

تمرين شامل:

عبر أحد المستهلكين عن المنفعة التي تكسبه إياها كميات سلعتين (x) و (y) بالصيغة الرياضية التالية:

فإذا علمت أن: $R = 78$: و $Py = 3$ ؛ و$Px = 3$.

المطلوب:

1 –حدد دالتي الطلب للسلعتين (y) .و(x).

2 –قدر الكميات المطلوبة من السلعتين (x)و(y) .

3 –قدر كمية المنفعة من أجل نتائج السؤال السابق.

4– قدر المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين (y) و(x) و علق على نتيجته عند وضع التوازن.

5– مثل منحنى " أنجل " بالنسبة للسلع(x)؛ و تأكد من الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة.

6– بافتراض انخفاض ثمن السلعة(x) إلى 4 وحدات نقدية مع ثبات ثمن السلعة(y) ؛ فما هو المبلغ الواجب تخصيصه من قبل هذا المستهلك لكميات السلعتين و التي تضمن له الاحتفاظ بنفس مستوى المنفعة المحدد بالسؤال رقم(3).

الجواب:

1 –تحديد دالتي الطلب للسلعتين (y). و(x)

من شرط تعظيم المنفعة وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = 0{,}5Y - \lambda Px = 0 \;......................(1)$$

$$L'y = 0{,}5X + 2 - \lambda Py = 0 \;...............(2)$$

$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0...............(3)$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{0{,}5Y}{0{,}5X+2} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $0{,}5YPy = 0{,}5XPx + 2Px$

وبضرب المعادلة في 2 (من أجل التخلص من 0,5) نجد:

$$YPy = XPx + 4Px..........(*)$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + (XPx + 4Px) \Longrightarrow R = 2XPx + 4Px$$

$$R - 4Px = 2XPx$$

$X = \frac{R-4Px}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة X.

– كما أنه من المعادلة (*) نجد:

$$YPy = XPx + 4Px \Longrightarrow YPy - 4Px = XPx \;...............(**)$$

وبتعويض المعادلة (**) في معادلة الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = (YPy - 4Px) + YPy \Longrightarrow R = 2YPy - 4Px$$

$$R + 4Px = 2YPy$$

ومنه $Y = \frac{R+4Px}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

2 –تقدير الكميات المطلوبة من السلعتين (x)و(y) . علماً أن:

$R = 78$: و $Py = 2$ ؛ و$Px = 3$.

بتعويض هذه قيم في دوال الطلب نجد:

$$X = \frac{R-4Px}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{78-4(3)}{2(3)} \Longrightarrow X = 11$$

$$Y = \frac{R+4Px}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{78+4(3)}{2(2)} \Longrightarrow Y = 15$$

و هي الكميّات التي تمنح للمستهلك أعظم منفعة: ($X = 11$) ؛ و ($Y = 15$).

3 –تقدير كمية المنفعة من أجل نتائج السؤال السابق.

أعظم منفعة يحققها المستهلك فهي:

$$U = 0.5X\,Y + 2Y \Longrightarrow U = 0.5(11)(15) + 2(15) \Longrightarrow U = 122$$

4– تقدير المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين (y) و(x).

$$TMS_{xy} = \frac{\delta X}{\delta Y} \qquad TMS_{xy} = \frac{0,5Y}{0,5X+2} \qquad TMS_{xy} = \frac{7,5}{7,5}$$

$$TMS_{xy} = \frac{7,5}{7,5} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow TMS_{xy} = \frac{3}{3} = \frac{1}{1}$$

التفسير الاقتصادي لـ TMS_{xy}: المستهلك يتخلى عن وحدة واحدة من السلعة Y ويعوضها ب وحدة واحدة من السلعة X مع المحافظة على نفس المنفعة(مع ثبات المنفعة).

5– منحنى " أنجل " بالنسبة للسلع(x)؛

لدينا من السؤال الأول من دالة الطلب : $X = \frac{R-4Px}{2Px}$

$X = \frac{R}{2Px} - 2$ **وهي معادلة أنجل للسلعة x.**

– الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة.

من أجل تحديد طبيعة السلعة X نحسب مرونة الدخل لهذه السلعة.

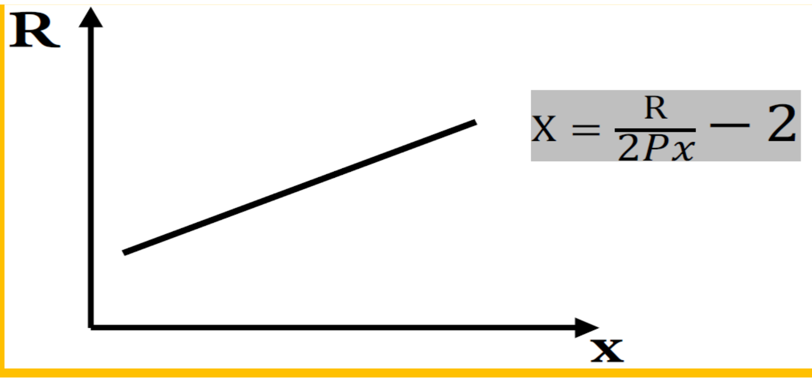
$$\boldsymbol{e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{xR} = \frac{2Px}{4Px^2} \cdot \frac{R}{\frac{R}{2Px}-2}}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xR} = \frac{R}{R-4Px}}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xR} > 1}$$

ومنه السلعة X سلعة كمالية.

– التمثيل البياني لمعادلة أنجل للسلعة x:



6- بافتراض انخفاض ثمن السلعة(x) إلى 2 وحدات نقدية مع ثبات ثمن السلعة(y) ؛ فما هو المبلغ الواجب تخصيصه من قبل هذا المستهلك لكميات السلعتين و التي تضمن له الاحتفاظ بنفس مستوى المنفعة المحدد بالسؤال رقم(3).

من شرط المحافظة على نفس المنفعة تكتب من الشكل:

ومنه عند عملية الاشتقاق نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Px - \mathbf{0,5}\boldsymbol{\lambda}Y = 0$$
$$L'y = Py - 0{,}5\lambda X + 2 = 0$$
$$L'\lambda = 122 - 0{,}5YX - 2y = 0$$

وبقسمة 1إلى 2 نجد: $\frac{Px}{Py} = \frac{0{,}5\lambda Y}{0{,}5\lambda X+2}$

$$\frac{2}{3} = \frac{0{,}5Y}{0{,}5X+2}$$

ومن ضرب الطرفين نجد: $0{,}5Y = XPx + 4$

$$YPy = XPx + 4Px..........(*)$$

وبتعويض المعادلة (*) في معادلة(3) الدخل نجد:

ومن ضرب الطرفين نجد: $(*) \dots \dots \dots YPy = XPx$

$$Y = \frac{XPx}{Py}$$

وبتعويض $Y = \frac{XPx}{Py}$ في المعادلة (3) نجد:

$$100 - YX = 0 \Longrightarrow 100 = YX \Longrightarrow 100 = X(\frac{XPx}{Py})$$

$$\Longrightarrow 100 = X^2(\frac{Px}{Py})$$

$$\Longrightarrow 100 = X^2(\frac{2}{1})$$

$$\Longrightarrow 100 = 2X^2$$

$$\Longrightarrow 50 = X^2$$

ومنه: $X = 7$

وبالتعويض في Y نجد: $Y = \frac{XPx}{Py}$ $\quad Y = \frac{7(2)}{1}$

$Y = 14$

- ومنه بتعويض قيم X و Y الجديدتين في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = 7(2) + 14(3) \Longrightarrow R = 56$$

وهو قيمة الدخل اللازم لكي يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء. إذا قررت الحكومة رفع سعر السلعة x إلى px=2؛

- الدخل الإضافي = الدخل الجديد – الدخل السابق

أي أن: $\boldsymbol{\Delta R = R_2 - R_1}$

ومنه الدخل الإضافي هو: $\boldsymbol{\Delta R = 8 \Longleftarrow \Delta R = 28 - 20 \Longleftarrow \Delta R = R_2 - R_1}$

IV- نظرية الطلب.

IV-1- مفهوم دالة الطلب ومحدداتها ؛

IV-2- آليات الحكومة في التأثير على الطلب؛

IV-3- مرونة الطلب وأنواعها؛

IV-4- أسئلة وتمارين محلولة.

IV- نظرية الطلب.

قبل التطرق إلى مفهومي الطلب والعرض وخصائصهما يجب أن نشير إلى مصطلح النظام الاقتصادي الذي يعني مجموعة القواعد والمؤسسات والوسائل التي يختارها المجتمع من اجل تنظيم حياته ووسيلة لحل مشكلاته الاقتصادية، طبقاً لعادات وتقاليد المجتمع.

ولما كان النظام الاقتصادي وسيلة لحل المشكلات الاقتصادية في المجتمع وتحقيق رفاهيته عن طريق استخدام الموارد الاقتصادية المتاحة لإشباع اكبر قدر من الحاجات المتعددة؛ فإنه لكي يحقق هذا النظام الاقتصادي هدفه لابد أن يقوم على دعائم أساسية هي:

- تحديد نوع السلع والخدمات التي يجب إنتاجها في المجتمع ومن موارده الخاصة أولاً؛
- تنظيم عمليات الانتاج حسب حاجة المجتمع إلى كل نوع من أنواع الانتاج المختلفة؛
- تنظيم وتوفير أماكن وأسواق يتم من خلالها توزيع الانتاج، وتلبية مختلف الطلبات على الانتاج؛
- تنمية الموارد الاقتصادية والمحافظة عليها وتحسين طرق استغلالها حتى تمكنه الاستمرار في استغلالها.

IV-1- مفهوم وخصائص منحنى الطلب؛

تقوم نظرية الطلب بدراسة الفاعل الأساسي في السوق والمتمثل في المستهلك الذي يرغب في الحصول على سلع وخدمات معينة في ظرف معين مع توفره على القدرة الشرائية، وهذا مع الأخذ بالعوامل المؤثرة على الكمية المطلوبة بشكل عام.

1- تعريف الطلب: يعرف الطلب على انه الكميات من السلع والخدمات التي يرغب الأفراد والمؤسسات في الحصول عليها في فترة زمنية معينة وعند أسعار محددة.

كما يعرف الطلب بأنه: هو الكميات التي يكون المستهلكون راغبين وقادرين على شرائها من السلعة أو الخدمة عند مختلف الأثمان المفترضة لها ، وبذلك يكون الطلب هو الرغبة المدعمة بالقدرة على الشراء.

ومن هذا التعريف يمكن القول أن الطلب يتحدد بعنصرين أساسيين هما:

أ- الرغبة في الحصول على السلعة أو الخدمة المطلوبة؛

ب- القدرة المالية على تنفيذ الطلب والممثلة في أسعار السلع والخدمات التي يدفعها المشترى مقابل حصوله على السلعة أو الخدمة المطلوبة.

ومن هنا يمكن كتابة تعريف الطلب في شكل معادلة تسمى معادلة الطلب وهي على النحو التالي:

$\boldsymbol{dx = f(P\mathcal{X})}$ حيث أن dx: هي المكية المطلوبة من السلعة X؛ وهي دالة لسعر السلعة $P\mathcal{X}$،

غير أن الرغبة وحدها لا تكفي لتحديد كمية ونوع السلع والخدمات التي يحتاجها الفرد، بل يجب أن تكون هذه الرغبة مقرونة بالقدرة على الشراء، والكميات المتوفرة من السلعة المطلوبة والبدائل الأخرى من السلع والخدمات التي يمكن أن تعوض السلعة المطلوبة. وهو ما يسمى بمحددات الطلب.

IV–1– دالة الطلب ومحدداته:

1– دالة الطلب: تكتب دالة الطلب في صيغتها الرياضية على الشكل:

حيث أن: $\boldsymbol{dx}$ تمثل الكمية المطلوبة من السلعة؛

بينما $\boldsymbol{Px}$ يمثل سعر السلعة نفسها؛

أما $\boldsymbol{a}$و$\boldsymbol{b}$ فتمثل ثوابت، إذ أن $\boldsymbol{a}$ يمثل الكمية غير المرتبطة بالدخل؛ أما $\boldsymbol{b}$ فيمثل ميل منحنى الطلب، والذي يكون دائما سالب لأن العلاقة بين الكمية المطلوبة وسعر السلعة علاقة عكسية.

2– محددات الطلب: تتوقف الكميات التي يرغب المستهلك في الحصول عليها على مجموعة من العوامل أو المحددات التي تحد وتقيد قدرته على طلب الكمية المرغوبة؛ واهم هذه العوامل هي: سعر السلعة نفسها، دخل المستهلك، أسعار السلع البديلة، ذوق المستهلك، عادات وتقاليد المستهلك،...الخ من المحددات الثانوية الأخرى.

وهنا يمكن كتابة دالة الطلب على السلعة بدلالة مجموعة المحددات على النحو الموالي:

$\boldsymbol{dx} = \boldsymbol{f}($

حيث أن: dxهي المكية المطلوبة من السلعة X؛

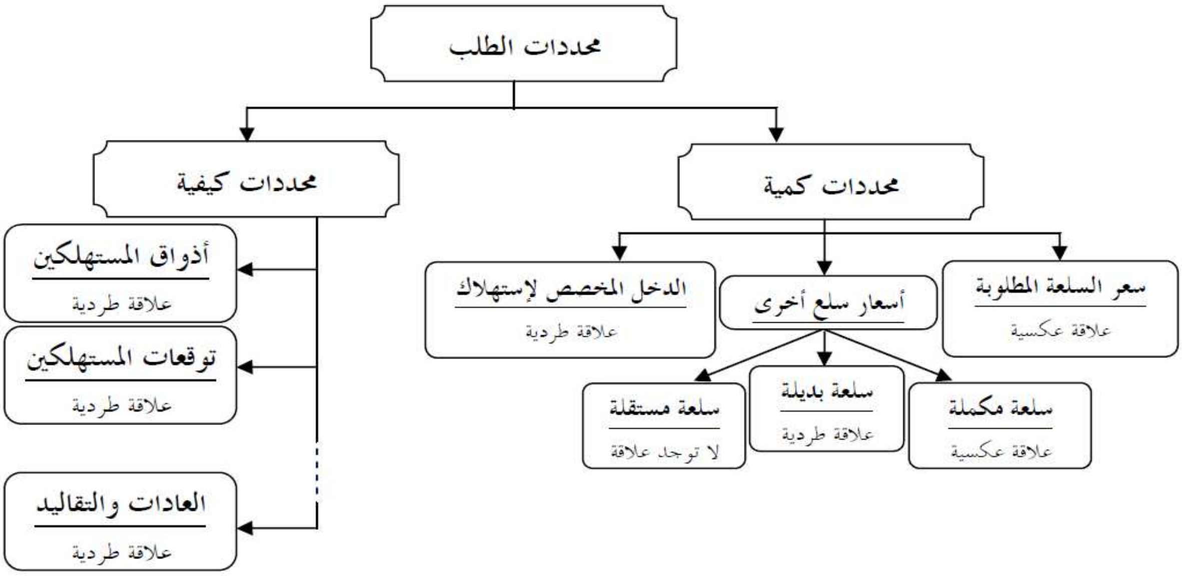
pxهو سعر السلعة نفسها؛

Y هي السلع البديلة أو المكملة للسلعة؛

py هو سعر السلع البديلة؛

G تمثل ذوق المستهلك؛

T وهي العادات والتقاليد في المجتمع.



المصدر: طويطي مصطفى، مطبوعة في الاقتصاد الجزئي، جامعة البويرة، 2012-2013، ص 16.

3- قانون الطلب: يتمثل قانون الطلب في العلاقة العكسية الموجودة بين الكمية المطلوبة من سلعة معينة وسعرها؛ مع ثبات العوامل الأخرى المؤثرة على الطلب.

أي انه كما زاد سعر سلعة ما قلت الكمية المطلوبة منها، والعكس عندما ينخفض ثمن السلعة تزيد الكمية المطلوبة منها.

وعلى هذا الأساس تكتب دالة الطلب في صيغتها الرياضية على الشكل:

$$\boldsymbol{dx = f(px) = a - bpx}$$

حيث أن: d_x تمثل الكمية المطلوبة من السلعة؛

بينما px يمثل سعر السلعة نفسها؛

أما **a** و**b** فتمثل ثوابت، إذ أن **a** يمثل الكمية غير المرتبطة بالدخل؛ أما **b** فيمثل ميل منحنى الطلب، والذي يكون دائما سالب لأن العلاقة بين الكمية المطلوبة وسعر السلعة علاقة عكسية.

4- جدول الطلب: يعتبر جدول الطلب عبارة عن البيان أو الجدول الذي يوضح الكميات المطلوبة أو المشترات من سلعة معينة عند أسعار مختلفة موضحة في جدول.

مثال: لنفرض انه لدينا دالة الطلب التالية: $Qx = 10 - 2px$

وعليه لتشكيل جدول الطلب، نرسم جدول مكون من خانتي الكمية والأسعار، ثم نعطي قيم مختلفة للسعر ونوجد الكميات المقابلة لكل سعر كما يلي:

أ- عند السعر $px = 0$ نجد الكمية المطلوبة $d_x = 10$

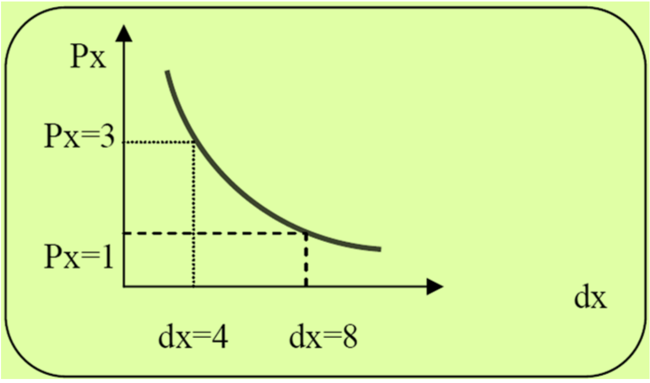
ب- وعند السعر $px = 1$ نجد الكمية المطلوبة $d_x = 8$

ج - وعند السعر $px = 2$ نجد الكمية المطلوبة $d_x = 6$

وهكذا نشكل مجموعة من الأسعار تقابلها مجموعة من الكميات المطلوبة، ونضعها في جدول يسمى جدول الطلب.

السعر px	0	1	2	3
الكمية المطلوبة d_x	10	8	6	4

5- منحنى الطلب: من خلال الجدول السابق نلاحظ أن كل سعر معين تقابله كمية محددة من السلعة المطلوبة؛ إذ ومن خلال إسقاط هذه الكميات والأسعار على محورين متعامدين يتشكل لنا منحنى بياني للكمية المطلوبة بدلالة السعر، **هو منحنى الطلب على السلعة x**.



وعليه فمن خلال ما سبق ومن المنحنى البياني يمكن استنتاج خصائص الطلب في النقاط التالية:

أ- دالة الطلب هي دالة في سعر السلعة، أي: $dx = f(px)$؛

ب-العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعرها هي علاقة عكسية؛

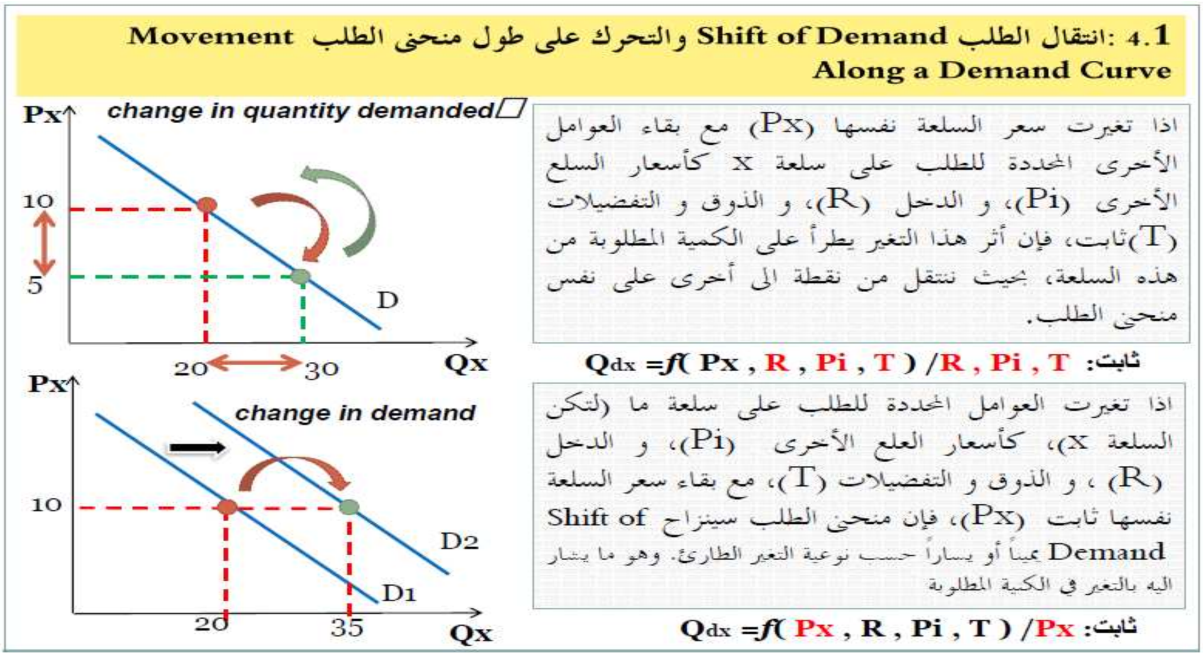
ج- منحنى الطلب يكون متناقص دلالة على العلاقة العكسية بين الكمية والسعر؛

د- ميل منحنى الطلب يكون سالباً.

ملاحظة: يجب التفرقة بين مصطلح الكمية المطلوبة والطلب على السلعة، حيث تعبر الأولى عن التغير في عدد وحدات السلعة عند التغير في سعرها، بينما نستخدم عبارة الطلب على السلعة عندما يكون سبب التغير نتيجة التغير في أحد محددات الطلب غير سعر السلعة ، ووفقا لهذه الملاحظة فان:

1- التغير في الطلب نتيجة تغير العوامل الأخرى غير سعر السلعة نفسها يؤدي إلى تغير منحنى الطلب إلى الأعلى أو إلى الأسفل؛

2- أما تغير الكمية المطلوبة نتيجة تغير سعر السلعة نفسها مع ثبات العوامل الأخرى فيؤدي إلى البقاء على نفس منحنى الطلب وحدوث انتقال من نقطة إلى نقطة أخرى فقط.



6- الطلب السوقي: هو مجموع الكمية المطلوبة من السلع والخدمات المطلوبة من طرف مجموعة من المستهلكين خلال فترة زمنية معينة لسلعة أو خدمة ما ، فهو مجموع طلبات الأفراد المتسوقين من سوق معين على سلعة واحدة فقط.

أي هو عبارة عن مجموع الكميات التي يطلبها المستهلكين لنفس السلعة خلال فترة زمنية معينة:

اي ان: $$QD = qdx1 + qdx2 \ldots \ldots qdxN$$

IV-3- آليات الحكومة في التأثير على توازن السوق:

في ظروف المنافسة التامة والرشد الاقتصادي قد تكون قوى العرض والطلب هي العوامل الفاعلة والمؤثرة مباشرة في توازن السوق، ولكن كثيرا ما يصعب توفر شروط هذه الظروف الطبيعية لسوق لذا قد تكون الحكومة مضطرة للتدخل في السوق بهدف التأثير على توازنها، وهناك أدوات متعددة تأثر من خلالها على توازن السوق تتمثل فيما يلي-:

أ- الآلية الضريبية: تستطيع الحكومة أن تؤثر في حجم العرض أو الطلب على سلعة معينة عن طريق فرضها للضرائب مما يؤدي إلى تغير حالة العرض بسبب تغير ظروف العرض وبالتالي يتحول منحنى العرض نحو اليسار

للتعبير عن نقصان العرض ومن جهة أخرى ارتفاع السعر بفعل الضريبة التي يتولى دفعها المنتج إلى الحكومة إلا أن قيمتها توزع بين المنتج) البائع (والمستهلك بنسب مختلفة تحددها درجة استجابة التغير في الكمية إلى التغير في سعرها) المرونة السعرية (ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل أدناه.

ب- آلية منح الإعانات على الإنتاج : تلجأ الحكومة إلى مثل هذه الآلية في حالة الحاجة إلى تحقيق زيادة في الكمية المعروضة من خلال مساعدة المنتجين بمنحهم إعانات أو تسهيلات إقراضية أو ضريبة.. إلخ وبالتالي يمكن إعتبارها بمثابة ضريبة سالبة تضاف إلى السعر بدلا من أن تطرح منه ويمكن توضيح تأثيرها.

ج- آلية التسعير : تعني تدخل الدولة في السوق بطريقة مباشرة بهدف التأثير على حجم العرض أو الطلب لحماية المستهلكين أو المنتجين عن طريق التسعير الجبري الذي يأخذ إحدى الصورتين التاليتين-:

1- تحديد أدنى سعر ممكن :تلجأ الحكومة أو الجهة المكلفة بمراقبة الأسعار في بعض الحالات بتحديد سعر أقل من سعر التوازن لبعض السلع والخدمات خاصة ذات الاستهلاك الواسع لتكون في متناول جميع المستهلكين ومن أمثلة هذا التدخل سياسة تحديد الحد الأدنى للأجور عند انخفاض القدرة الشرائية ، حيث أنه من المتوقع أن يؤدي هذا الإجراء إلى زيادة الكمية المطلوبة على حساب الكمية المعروضة بمقدار معين يسمى فائض في الطلب يمثل الفرق بين الكميتين عند هذا السعر كما يمكن توضيح هذا الفائض بيانيا من خلال الشكل المقابل .

2- تحديد أعلى سعر ممكن) تسقيف الأسعار: في هذه الحالة تقوم الحكومة من خلال الوزارة الوصية بتحديد سعر أعلى من سعر التوازن بهدف تحفيز إنتاج بعض السلع الضرورية ، وذلك قصد زيادة الكمية المعروضة على حساب الكمية المطلوبة بفارق يسمى فائض العرض.

IV-4- مرونة الطلب

قبل تعريف المرونة نود التذكير بأننا أشرنا سابقاً إلى العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من سلعة معينة وسعرها، مع ثبات العوامل الأخرى؛ بينما ينبغي هنا التمييز بين التغير في الطلب والتغير في الكمية المطلوبة الناتجة عن تغير العوامل الأخرى المرتبطة(محددات) الطلب.

مع الإشارة إلى ملاحظة هامة جداً وهي أن:

1- التغير في الطلب نتيجة تغير العوامل الأخرى غير سعر السلعة نفسها يؤدي إلى تغير منحنى الطلب إلى الأعلى أو إلى الأسفل؛

2- أما تغير الكمية المطلوبة نتيجة تغير سعر السلعة نفسها مع ثبات العوامل الأخرى فيؤدي إلى البقاء على نفس منحنى الطلب وحدوث انتقال من نقطة إلى نقطة أخرى فقط.

1- تعريف المرونة وأنواعها؛

أولاً- تعريف المرونة: المرونة تعني درجة استجابة الكمية المطلوبة من سلعة ما، تبعاً لتغيرات الحاصلة في سعر السلعة نفسها. ويرمز لها بالرمز ed.

كما يمكن تعريف المرونة بأنها: التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة معينة على التغير النسبي في سعر السلعة نفسها.

ثانياً- أنواع المرونة: يمكن التمييز بين ثلاثة أنواع أساسية للمرونة تختلف باختلاف المحدد أو العامل الذي أدى إلى إحداث التغير في الكمية المطلوبة وهي: مرونة السعر؛ مرونة الدخل، ومرونة التقاطع.

أ- **مرونة السعر:** وتسمى المرونة السعرية أو مرونة الطلب؛ **وهي تقيس مدى استجابة التغير في الكمية المطلوبة للتغير الحاصل في سعر تلك السلعة نفسها مع افتراض تبات العوامل الأخرى.**

أي أن: : مرونة الطلب السعرية = $\frac{\text{التغير النسبي في الكمية ا المطلوبة}}{\text{التغير النسبي في السعر}}$

ويمكن كتابتها رياضيا كما يلي: $\boldsymbol{ed = \frac{\frac{\Delta X}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} \Rightarrow ed = \frac{\Delta x\%}{\Delta P\%}}$

أو على الشكل: $\boldsymbol{ed = \frac{\Delta x}{\Delta P} \cdot \frac{P}{x}}$

بالكيفية التالية: $\boldsymbol{ed = \frac{x2-x}{P2-P1} \cdot \frac{P1}{x1}}$

أو بشكل عام كما يلي:

$$E_{Px} = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}} \Rightarrow E_{Px} = \left(\frac{\Delta Q_x}{Q_x}\right) \cdot \left(\frac{P_x}{\Delta P_x}\right) \Leftrightarrow E_{Px} = \left(\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}\right) \cdot \left(\frac{P_x}{Q_x}\right)$$

ب - مرونة الطلب الدخلية: تعرف مرونة الطلب الدخلية على أنها: مدى استجابة التغير في الكمية المطلوبة من سلعة ما للتغيرات التي تحدث في الدخل.

ومن هذا فان الهدف من حساب مرونة الطلب الدخلية هو معرفة نوع السلعة التي يريد المستهلك الحصول عليها، هل هي سلعة ضرورية (أساسية) أو سلعة كمالية، أو سلعة رديئة.

وتقاس مرونة الدخل لسلعة ما (ولتكن x) مع قيمة الدخل (R) كما يلي:

أي أن: $E\mathcal{R} = \frac{\Delta}{\Delta\mathcal{R}} \cdot \frac{\mathcal{R}}{Qx}$

حيث ان: $E\mathcal{R} = \frac{Qx2-Qx1}{\mathcal{R}2-\mathcal{R}1} \cdot \frac{\mathcal{R}1}{Qx1}$

وعيله فمن خلال قيمة مرونة الطلب الدخلية المحسوبة يمكن تفسير النتيجة كما يلي:

1– إذا كانت مرونة الطلب الدخلية$0 > E\mathcal{R}$ فإن السلعةxهي سلعة رديئة.

2– إذا كانت مرونة الطلب الدخلية$0 < E\mathcal{R} < 1$ فإن السلعةx هي سلعة ضرورية.

3– إذا كانت مرونة الطلب الدخلية$1 < E\mathcal{R}$ فإن السلعةx هي سلعة كمالية.

4– إذا كانت مرونة الطلب الدخلية$1 = E\mathcal{R}$ فإن السلعةx هي سلعة عادية.

ج– مرونة التقاطع: تعرف مرونة التقاطع على أنها: مدى استجابة التغير في الكمية المطلوبة من سلعة ما للتغيرات التي تحدث في أسعار السلع الأخرى التي تؤثر على طلب السلعة الأصلية. أي السلع المكملة أو البديلة للسلعة.

- **ومن هذا فان الهدف من حساب مرونة التقاطع هو معرفة طبيعة العلاقة بين السلعة المطلوبة والسلع الأخرى، ومعرفة هل أن السلع الأخرى مكملة أو بديلة لهذه السلعة.**
- **وتقاس مرونة التقاطع لسلعة ما (ولتكن x) مع سلعة أخرى (ولتكن y) كما يلي:**

أي أن: $Exy = \frac{\Delta}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{Qx}$

حيث أن: $Exy = \frac{Qx2-}{Py2-Py1} \cdot \frac{Py1}{Qx1}$

وعيله فمن خلال قيمة المرونة المحسوبة يمكن تفسير النتيجة كما يلي:

1- إذا كانت مرونة التقاطع $Exy > 0$ فإن السلعةy بديلة للسلعةx.

2- إذا كانت مرونة التقاطع $Exy < 0$ فإن السلعةy مكملة للسلعةx.

3- إذا كانت مرونة التقاطع $Exy = 0$ فإن السلعةy مستقلة عن السعةx.

أسئلة وتمارين محلولة.

التمرين الأول:

إذا كانت دالة الطلب السوقية على السلعة xهي: $Dx= 20 - 4Px+0.03R$

حيث أن: R هي الدخل و يساوي50 وحدة نقدية، وDx هي الكمية المطلوبة من السلعة، وPxسعر السلعة

المطلوب: اوجد سعر و كمية التوازن في السوق، إذا كانت دالة العرض هي: $Qx = 2px -4$

التمرين الثاني:

لنفرض أن دالة الطلب و العرض في سوق تنافسية كانتا كما يلي: $Qd = 10 -px$

$Qs = 2px - 5$

حيث أن: Q تمثل الكمية بالوحدات و p يمثل السعر بالدينار.

المطلوب: 1- اوجد السعر التوازني و الكمية التوازنية.

2- إذا فرضت ضريبة بمعدل دينار و احد لكل وحدة مباعة. اوجد التوازن الجديد.

التمرين الثالث:

إذا كانت دالة الطلب هي: $Qd = 100 - px$ و دالة العرض هي: $Qs = px - 10$

المطلوب: 1- اوجد السعر التوازني و الكمية التوازنية.

2- إذا فرضت الحكومة ضريبة بمعدل 20 دينار يدفعها البائع،

- اوجد سعر و كمية التوازن الجديدتين.
- حدد السعر الذي يدفعه المشتري و السعر الذي يتسلمه البائع.

3- احسب مقدار الضريبة الذي يرفع السعر بمقدار 10 دنانير.

4- إذا منحت الحكومة إعانة بمقدار 10دينار على الوحدة ، اوجد سعر و كمية التوازن.

V- نظرية سلوك المنتج.

V-1- مفهوم الانتاج ومراحله؛

V-2- أنواع دوال الإنتاج؛

V-3- المعدل الحدي للإحلال الفني؛

V-4- أسئلة وتمارين محلولة.

V- نظرية سلوك المنتج.

يعتبر الإنتاج بشقيه المادي والخدمي أساس ومحور النشاط الإنساني الفردي والجماعي، فأصبح نشاط الإنتاج الأساس الذي تقوم عليه التنمية الاقتصادية والاجتماعية والمؤشر الذي يستخدم لقياس التقدم والرقي للمجتمع، ونظراً لأهمية الإنتاج في حياة الإنسان فقد اهتم بتنظيم و إدارة موارده المحدودة في وحدات إنتاجية مختلفة الأحجام والتخصصات للحصول على الإنتاج المطلوب لإشباع حاجاته المتنامية.

V-1- مفهوم الانتاج ومراحله؛

يقصد بعملية الانتاج هي تحويل المواد الخام إلي سلع أو خدمات من خلال إحداث منفعة إضافية عليها؛ أو هو وظيفة أساسية تعمل على تحويل المواد الخام للحصول على منتج جديد يشبع الحاجة الإنسانية.

1- تعريف الانتاج: يعرف الإنتاج بأنه الجهد الإنساني المبذول لتوليد منتجات انطلاقا من تحويل الموارد من صورتها الأولية إلى صورة أخرى أكثر منفعة، بهدف إشباع الحاجات الفردية أو الجماعية و يتضمن هذا التعريف إضافة إلى إتصافه بالشمولية عدة معان فنية، إقتصادية، إجتماعية ومحاسبية.

وبصفة مبسطة: الانتاج هو عملية مزج وتحويل عوامل (عناصر) الانتاج بهدف الحصول على سلعة قابلة للاستخدام(للاستعمال).

2- عناصر وعوامل الإنتاج:

عادة ما يطلق على الموارد الاقتصادية عناصر أو عوامل الإنتاج Factors of Production وأحيانا أخرى بالمدخلات، والمقصود بها عموما تلك العوامل التي تستعمل في العملية الإنتاجية لإنتاج مختلف أنواع السلع والخدمات. وتتلخص هذه العناصر في الآتي:

أ- العمل: يقصد بالعمل كعنصر من عناصر الإنتاج ذلك المجهود الجسمي أو الذهني الذي يقوم به الإفراد لإنتاج السلع والخدمات ويتم قياس عنصر العمل من خلال عدد ساعات العمل ويحصل العامل على أجر مقابل عمله الذي يتحدد بالساعات

ب- الأرض (الموارد الطبيعية): الأرض تحتوي على العديد من الموارد الطبيعية مثل الأرض الصالحة للزراعة المعادن المياه الهواء البترول.. الخ وكل هذه الموارد الطبيعية يتم استخدامها في العملية الإنتاجية لإنتاج السلع والخدمات المختلفة بالتضافر مع عناصر الإنتاج الأخرى العمل رأس المال التنظيم.

ج- رأس المال: يقصد برأس المال في هذا الصدد مجموعة الأموال التي سبق إنتاجها والتي تستخدم في عملية الإنتاج ورأس المال بهذا المعنى ينقسم إلى قسمين وهما:

- رأس المال الثابت وهو يتمثل في رأس المال الذي يستخدم في العملية الإنتاجية مرات عديدة دون أن يطرأ عليه تغيير مثل الآلات والمباني والعدد والطرق والكباري والمدارس والجامعات

- رأس المال المتداول هو رأس المال الذي لا يمكن أن يستخدم إلا مرة واحدة في العملية الإنتاجية ويدخل بعد ذلك في تركيب السلعة مثل المواد الأولية كالقطن والوقود .

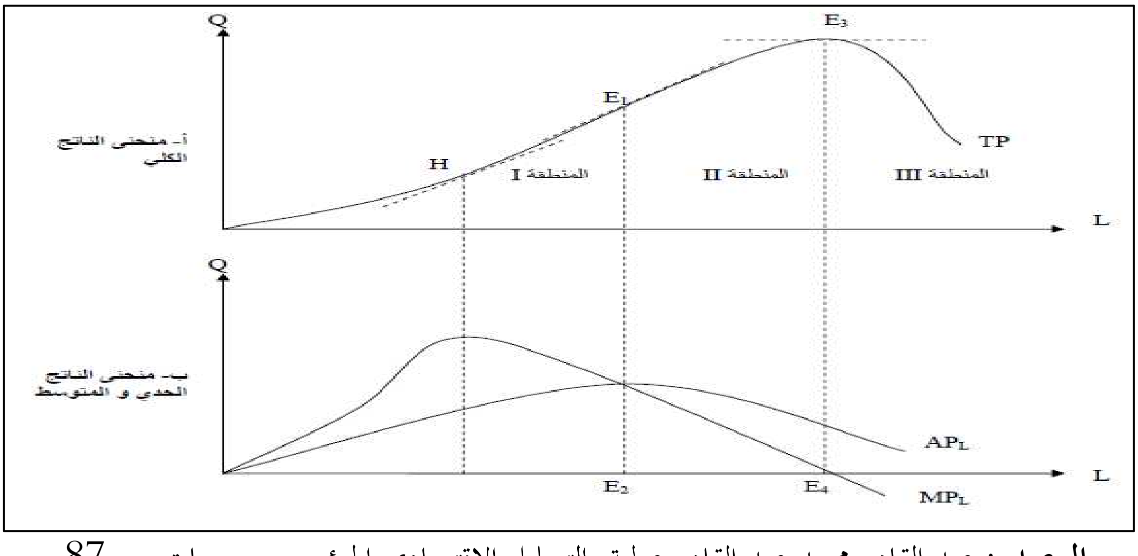
د- التنظيم: يقصد بالمنظم الشخص أو مجموعة الأشخاص الذي يؤلف بين عناصر الإنتاج وذلك بهدف إنتاج مجموعة من السلع أو الخدمات بحيث يتحمل غالبا مخاطر هذه العملية.

وعادة ما يكون المنظم هو صاحب المشروع ولذلك فهو الذي يتحمل مخاطر المشروع وهو أيضا الذي يحصل على الربح الذي يحققه المشروع في حالة نجاح المشروع.

3- مراحل عملية الانتاج:

يمر الإنتاج في تغيره بثلاثة مراحل أساسية، يمكن توضيحها في المنحني البياني التالي:

الشكل رقم(01): مراحل (مناطق) عملية الانتاج



المصدر: عبد القادر محمد عبد القادر عطية، التحليل الإقتصادي الجزئي، مرجع سابق، ص87.

المرحلة الأولى: وهي ممثلة بالمنطقة(I) وتعرف بمرحلة تزايد غلة الحجم إذ بزيادة الكمية المستعملة من العنصر المتغير يزداد الناتج الكلي بمعدل يفوق الزيادة الحاصلة في، العنصر الإنتاجي المتغير، في حين العنصر الثابت يوجد بنسبة أكبر -غير إقتصادية - بالنسبة للعنصر المتغير؛

المرحلة الثانية: ممثلة بالمنطقة(II) وتدعى بمرحلة تناقص الغلة، وفيها يستمر الناتج الكلي في التزايد ولكن بمعدل متناقص، أي بمعدل يقل من تلك الزيادة الحاصلة في العنصر الإنتاجي المتغير؛

المرحلة الأخيرة: تدعى أو تسمى بمرحلة التناقص المطلق في الغلة أو مرحلة الغلة السالبة وفيها وبعد وصول الإنتاج إلى قيمته القصوى يبدأ في التناقص تناقصا مطلقا رغم الزيادة الحاصلة في كمية العنصر المتغير.

V-2- أنواع دوال الإنتاج؛

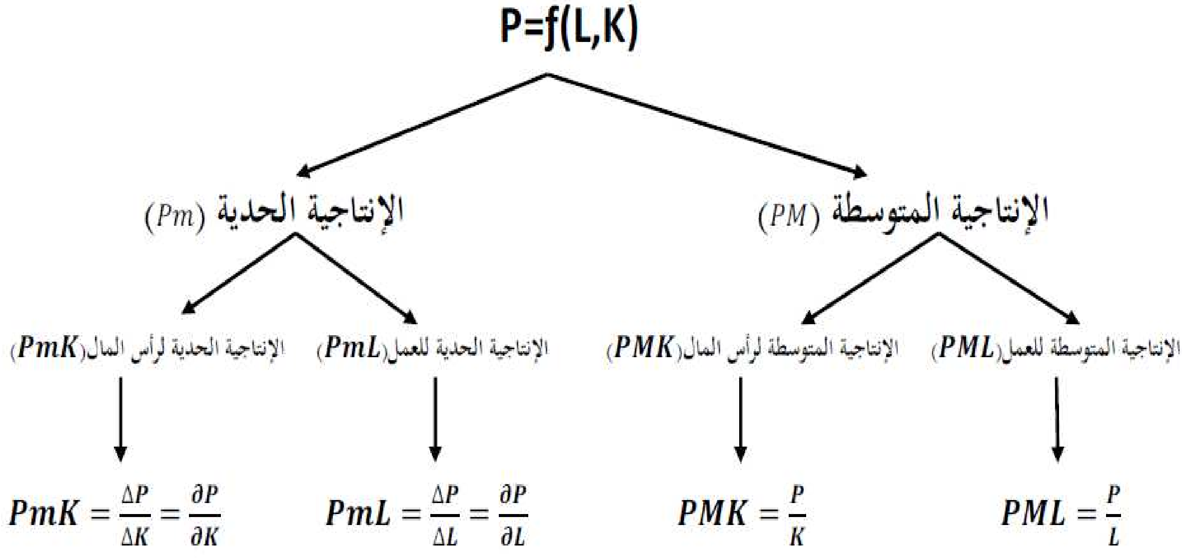
1- دالة الإنتاج: تعبر دالة الإنتاج بمفهومها الإقتصادي عن العلاقة الفنية بين الناتج العيني من سلعة ما والكميات المستخدمة من المدخلات. كما تمثل دالة الإنتاج في مفهومها النظري، العلاقة الفنية بين كمية الناتج من ناحية وكميات عناصر الإنتاج من ناحية أخرى.

- وفي مقياس الاقتصاد الجزئي تقتصر الدراسة على عامين فقط هما العمل ورأس المال.

وعليه تصبح دالة الانتاج هي دالة للعمل ورأس المال كما يلي:

2- أنواع دوال الإنتاجية:

من خلال دالة الانتاج يتم استنتاج (استخراج) مجموعة من دوال الإنتاجية هي كما يلي:



$$P=f(L,K)$$

الإنتاجية المتوسطة (PM)

- الإنتاجية المتوسطة للعمل (PML) $\Longleftarrow$ $PML = \frac{P}{L}$
- الإنتاجية المتوسطة لرأس المال (PMK) $\Longleftarrow$ $PMK = \frac{P}{K}$

الإنتاجية الحدية (Pm)

- الإنتاجية الحدية للعمل (PmL) $\Longleftarrow$ $PmL = \frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{\partial P}{\partial L}$
- الإنتاجية الحدية لرأس المال (PmK) $\Longleftarrow$ $PmK = \frac{\Delta P}{\Delta K} = \frac{\partial P}{\partial K}$

V-3- المعدل الحدي للإحلال الفني؛

يعرف المعدل الحدي لإحلال التقني بأنه: عبارة عن عدد الوحدات من عنصر رأس المال K التي يتوجب التخلي أو التنازل عنها مقابل تعويضها بوحدة واحدة من عنصر العمل لكي يحافظ المنتج على نفس مستوى الإنتاج، أي البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي، ونرمز له جبريا بـ TMSt

و يمكن قياس هذا المعدل بإحدى العلاقات الرياضية التالية حسب البيانات المتوفرة حول عملية الإحلال.

تفسير المعدل الحدي للإحلال: يفسر المعدل الحدي للإحلال بان المنتج يتخلى عن وحدة (وحدات) من عنصر رأس المال k ويعوضها بوحدة (وحدات) من عنصر العمل L مع المحافظة (ثبات الانتاج) على نفس الانتاج.

كما يفسر المعدل الحدي للإحلال بان المنتج يتخلى عن وحدة (وحدات) عنصر رأس المال ويعوضها بوحدة (وحدات) من عنصر العمل L مع البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي.

فترة الدراسة: تدرس دالة الانتاج على فترات مختلفة، بحث تم اعتماد هذا التقسيم على أساس إمكانية تغيير عوامل الانتاج أثناء العملية الإنتاجية؛ هي كما يلي:

أ- الفترة القصيرة جداً: وتسمى فترة التسويق، وهي الفترة التي لا يمكن فيها للمنتج تغيير كمية الانتاج.

ب- الفترة القصيرة: وهي الفترة التي يمكن فيها للمنتج تغيير أحد عوامل الانتاج، بحيث يكون هذا العامل سهل التغيير وبدون تكلفة.

ج- الفترة الطويلة: هي الفترة التي يمكن فيها للمنتج تغيير كلى (كل) عوامل الانتاج.

مسارات عملية الانتاج: تتبع المؤسسة مجموعة من الطرق أثناء عملية الانتاج من أجل تحقيق هدفها النهائي وهو تعظيم الأرباح؛ وأهم هذه المسارات التي تتبعها المؤسسة (المنتج) هي:

1- تعظيم الانتاج، ومن خلال تعظيم الانتاج يتم تعظيم الأرباح.

2- تقليل التكاليف، بحيث أن تقليل تكاليف عملية الانتاج ينعكس أجابياً على تعظيم الأرباح.

3- تعظيم الأرباح، بحيث أن هذه الطريقة تتوقف على مراقبة المنتج للأسعار الموجودة في السوق، واستغلال الفرص المتاحة لتحقيق أقصى ربح اعتماداً على سعر السوق المناسب.

ب- معادلة خط التكلفة:

يعرف خط التكلفة بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات من عناصر الانتاج التي يمكن للمنتج استخدامها في عملية الانتاج وفي ظل الأسعار السائدة في السوق.

وهذا يعني أن مجموع كل من المبالغ المنفقة على العنصر(L) ؛ ولمبالغ المنفقة على العنصر(K) يجب أن تساوي الميزانية المحدودة (التكلفة المحدودة)(CT).

ومن معادلة التكلفة($CT = wL + rK$) يمكن استخراج معادلة خط التكلفة التي تكتب على الشكل الآتي: $K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}L$

حل التمارين.

التمرين الأول:

*- اذكر عوامل الإنتاج و ثمن (مقابل) كل عنصر.

*- إذا كانت الدالة التالية دالة إنتاج لمؤسسة ما $X = f(K.L)$

ارسم منحنى دالة الإنتاج، و منحنى الإنتاجية الحدية المتوسطة. ثم حدد كل منطقة و حدودها.

الجواب:

1- عوامل الانتاج وثمن كل عنصر:

تتمثل عوامل الانتاج في العناصر التالية:

- الأرض.......................وعائدها (الريع)؛
- العمل.......................وعائده (الأجر)؛
- رأس المال...................وعائده (الفائدة)؛
- التنظيم.....................وعائده (الربح).

2- الرسم البياني: نفس الرسم السابق.

التمرين الثاني: لإنتاج سلعة Q تستخدم مؤسسة ما عاملين للإنتاج هما العمل (L) و رأس المال (K).

في المدى القصير يفترض أن المؤسسة لا يمكن تغيير حجم رأس المال، و الإنتاج المحقق تبعا لتغير عنصر العمل معطى في الجدول التالي:

وحدات العمل المستخدمة	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الوحدات المنتجة	0	64	224	432	640	800	864	864	784

المطلوب:

1- اوجد قيم كل من الإنتاجية المتوسطة و الحدية عند كل مستوى من مستويات (L) المستخدمة

2- مثل بيانيا منحنيات النواتج الثلاثة.

3- ما هي إنتاجية الوحدة الواحدة من العمل عندما يكون L=6 L=4

4- ماذا يعني كل من : *- وجود إنتاجية حدية موجبة، وجود إنتاجية حدية سالبة، وجود إنتاجية حدية معدومة.

الجواب:

1- ايجاد قيم كل من الإنتاجية المتوسطة و الحدية عند كل مستوى من مستويات (L) المستخدمة.

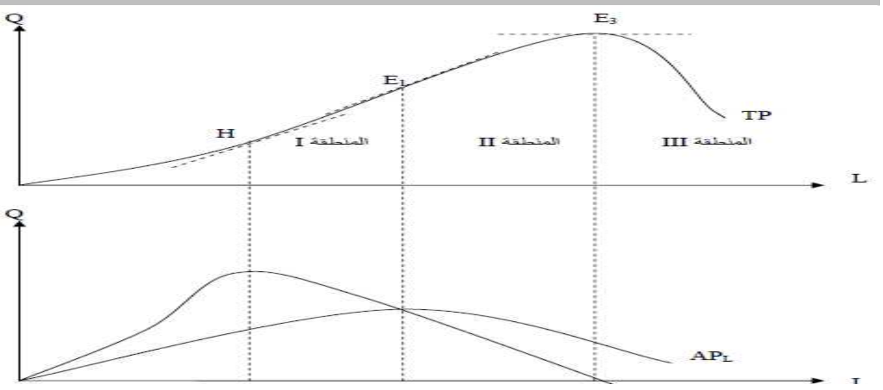
لدينا أن: $PML = \frac{P}{L}$

ولدينا أيضاً أن: $PmL = \frac{\Delta P}{\Delta L}$

ومنه يكون الجدول التالي:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	0	64	224	432	640	800	864	864	784
PML	0	64	112	144	160	160	144	122	98
PmL	–	64	160	208	208	160	64	0	80

2- التمثيل البياني لمنحنيات النواتج الثلاثة.



L=4 L=5 L=7

3- تحديد إنتاجية الوحدة الواحدة من العمل عندما يكون L=6 L=4

ويعني ذلك أنه كم ينتج كل عامل عندما يكون هناك ستة 6 عمال، ثم كم ينتج كل عامل عندما يكون هناك أربعة 4 عمال:

*– من خلال الجدول نجد أن ستة عمال $(L = 6)$ ينتجون $Q = 864$

وبقسمة كمية الانتاج على عدد العمال نجد أن $(\frac{Q}{L} = 144)$ كل عامل ينتج 144.

*– ونفس الشيء من خلال الجدول نجد أن أربعة عمال $(L = 4)$ ينتجون $Q = 640$

وبقسمة كمية الانتاج على عدد العمال نجد أن $(\frac{Q}{L} = 160)$ كل عامل ينتج 1160.

الملاحظة: نلاحظ أن إنتاجية(مردودية) العامل الواحد عندما يكون هناك أربعة (4) عمال أكبر من إنتاجية(مردودية) العامل عندما يكون هناك ستة (6) عمال.

4- ماذا يعني كل من :*- وجود إنتاجية حدية موجبة، وجود إنتاجية حدية سالبة، وجود إنتاجية حدية معدومة.

*– وجود إنتاجية حدية موجبة: يعني أن تغير زيادة الانتاج بمعدل أكبر من معدل زيادة عوامل الانتاج؛

*– وجود إنتاجية حدية سالبة: يعني أن تغير زيادة الانتاج بمعدل أقل من معدل زيادة عوامل الانتاج؛

*– وجود إنتاجية حدية معدومة: يعني أن تغير زيادة الانتاج بنفس معدل زيادة عوامل الانتاج؛

التمرين الثالث: إذا كانت دالة الإنتاج المتوسطة هي: $PML = 30 + 12L - L2$

المطلوب:

1– حدد الإنتاجية الحدية لعنصر العمل

2– حدد عدد العمال اللازم ليصل الإنتاج إلى أقصاه (max).

3– حدد مناطق الإنتاج الثلاثة.

الجواب

1- تحديد الإنتاجية الحدية لعنصر العمل:

لدينا $PmL = \frac{\partial P}{\partial L}$ لحساب الإنتاجية الحدية يجب حساب دالة الانتاج P بحيث أنه:

لدينا أن: $PML = \frac{P}{L}$ $\Longleftarrow$ $P = PML(L)$

$\Longleftarrow$ $P = 30 + 12L - L^2(L)$

ومنه نجد: $PmL = \frac{\partial P}{\partial P} = 30 + 24L - 3L^2$ وهي الإنتاجية الحدية للعمل.

2- تحديد عدد العمال اللازم ليصل الإنتاج إلى أقصاه (max).

لدينا $MAX(P) \Rightarrow \partial P = 0$

$\Rightarrow \partial(30L + 12L^2 - L^3) = 0$

$\Rightarrow 30 + 24L - 3L^2 = 0 \Longrightarrow 10 + 8L - L^2 = 0$

نلاحظ انها معادلة من الدرجة الثانية: نستخدم المميز Δ حيث أن: $\Delta = b^2 - 4ac$

بعد الحساب نجد أن: $\Delta = 104 \Longrightarrow \sqrt{\Delta} = 10$

وعيه نجد أن: $L1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2} \Longrightarrow L1 = \frac{-8+10}{2(-1)} \Longrightarrow L1 = \frac{2}{-2} \Longrightarrow L1 = -1$

حل مقبول $L2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2} \Longrightarrow L2 = \frac{-8-10}{2(-1)} \Longrightarrow L2 = \frac{-18}{-2} \Longrightarrow L2 = 9$

ومنه عدد العمال الذي يحقق أقصى إنتاج هو $L = 9$

3- تحديد مناطق الإنتاج الثلاثة.

*– المنطقة الأولى: تبدأ من $[L = 0$ حتى $PML = PmL]$.

نجد $PML = PmL$

حيث أن $30 + 12L - L^2 = 30 + 24L - 3L^2$

$\Longrightarrow 12L - 2L^2 = 0 \Longrightarrow L = 0$ أو $L = \frac{12}{2} = 6$

ومنه المنطقة الأولى: $[L = 0$ حتى $L = 6]$

*– المنطقة الثانية: تبدأ من $[PML = PmL$ حتى $PmL = 0]$.

نجد $PmL = 0$

حيث $30 + 24L - 3L^2 = 0$

وقد وجدنا ذلك في السؤال الثاني أن $L = 9$

ومنه المنطقة الثانية: $[L = 6$ الى $L = 9]$

*– المنطقة الثالثة: تبدأ من $[PmL = 0$ الى $\infty]$.

لدينا من المرحلة الثانية $L = 9 \Longrightarrow PmL = 0$

ومنه المنطقة الثالثة: $[L = 9$ الى $\infty]$

التمرين الرابع: تعتبر دالة الإنتاج التالية: $X = f(k.L) = 10KL^2 - (KL)^3$

المطلوب:

1- إذا كان k=1 ما هي كمية العمل التي تحقق أقصى إنتاج كلي.

2- انطلاقا من أي قيمة يزداد الإنتاج بمعدل متناقص؟.

3- حدد مناطق الإنتاج الثلاثة.

الجواب:

1- تحديد كمية العمل التي تحقق أقصى إنتاج كلي إذا كان k=1.

*- عند **K=1** نجد أن: $X = f(k.L) = 10(1)L^2 - (1.L)^3$

$$\Longrightarrow X = 10L^2 - L^3$$

ومنه فان: $MAX(P) \Rightarrow \boldsymbol{\partial P = 0}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\partial}(10L^2 - L^3) = \mathbf{0}$$

$$\Rightarrow (20L - 3L^2) = \mathbf{0}$$

$\Rightarrow L = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{3}} \approx \mathbf{7}$ وهو عدد العمال الذي يحقق أقصى إنتاج.

2- انطلاقا من أي قيمة يزداد الإنتاج بمعدل متناقص؟.

يبدأ الانتاج في الزيادة بمعدل متناقص عند أقصى إنتاجية حدية $(\boldsymbol{MAX\ PmL})$

ومنه $MAX(PmL) \Rightarrow \boldsymbol{\partial PmL = 0}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\partial}(20L - 3L^2) = \mathbf{0}$$

$$\Rightarrow (20 - 6L) = \mathbf{0}$$

$$\Rightarrow L = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{3}} \approx \mathbf{3}$$

ومنه يبدأ الانتاج في الزيادة بمعدل متناقص عند $L = \mathbf{3}$

3- تحديد مناطق الإنتاج الثلاثة.

المنطقة الأولى:

تبدأ من $[L = 0$ ←حتى $PML = PmL]$.

نجد $PML = PmL$

حيث $\Longrightarrow 10L - L^2 = \mathbf{20}\boldsymbol{L} - \mathbf{3}L^2$

$$\Longrightarrow \mathbf{10}\boldsymbol{L} - \mathbf{2}L^2 = 0$$

$\Longrightarrow L = 0$ أو $L = \frac{10}{2} = 5$

ومنه المنطقة الأولى: $[L = 0$ حتى $L = 5]$

المنطقة الثانية:

تبدأ من $[PML = PmL$ ←حتى $PmL = 0]$.

نجد $PmL = 0$

حيث $\mathbf{20}\boldsymbol{L} - \mathbf{3}L^2 = \mathbf{0}$

وقد وجدنا ذلك في السؤال الأول حيث أن $L = 7$

ومنه المنطقة الثانية: $[L = 7 \quad \text{الى} \quad L = 5]$

المنطقة الثالثة:

تبدأ من $]\ PmL = 0$ الى $\longleftarrow$ $[\infty$.

لدينا من المرحلة الثانية $L = 7 \Longrightarrow PmL = 0$

ومنه المنطقة الثالثة: $[\infty \quad \text{الى} \quad L = 7]$

التمرين الخامس:

لتكن دالة الإنتاج التالية: $X = 3K + 5L + 6KL$

وكانت أسعار عوامل الإنتاج هي $w = 3$. $r = 5$

المطلوب:

1– اكتب معادلة المسار الأمثل لتطور المؤسسة.

2– ما هو أمثل إنتاج يمكن تحقيقه إذا كانت ميزانية المؤسسة $CT = 600$.

الجواب:

1- إيجاد معادلة المسار الأمثل لتطور المؤسسة.

تحدد معادلة المسار الأمثل لتطور المؤسسة من شرط تعظيم الانتاج

حيث أنه وباستخدام مضاعف لاغرنج(Lagrange) نجد:

$$\boldsymbol{l = P + \lambda(CT - wL - rK)}$$

$$\boldsymbol{l = 3K + 5L + 6KL + \lambda(CT - 3L - 5K)}$$

2– نحدد المشتقات الجزئية:

$$\delta L = \begin{cases} \delta Ll = 5 + 6K - 3\boldsymbol{\lambda} = 0 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots 1 \\ \delta\ Lk = 3 + 6L - 5\boldsymbol{\lambda} = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots 2 \\ \delta L\boldsymbol{\lambda} = CT - 3L - 5K = 0 \quad \dots\dots\dots\dots\dots 3 \end{cases}$$

3– بقسمة المعادلة(1) على المعادلة(2) نجد:

$$\frac{5 + 6K}{3 + 6L} = \frac{3}{5} \Longrightarrow 5.(5 + 6K) = 3.(3 + 6L) \ \dots\dots\text{(4)}$$

$$\Longrightarrow 25 + 30K = 9 + 18L$$

$$\Longrightarrow 30K = 18L - \mathbf{16}$$

$$\Longrightarrow K = \frac{18L - \mathbf{16}}{30} \Longrightarrow K = \frac{9L - \mathbf{8}}{15}$$

وهي معادلة المسار الأمثل لتطور المؤسسة

2- أمثل إنتاج يمكن تحقيقه إذا كانت ميزانية المؤسسة CT = 600.

من أجل تحديد امثل إنتاج يجب تحديد كميات العمل (L) ورأس المال(K) المستخدمة في عملية الانتاج، ثم تعويض قيم (L) و(K) في دالة الانتاج.

***- ودون إعادة المراحل السابقة في السؤال الأول:**

مباشرة نعوض معادلة المسار(K) في المعادلة 3 (CT) نجد: $CT = 3L + 5K$

$$\Longrightarrow \quad 600 = 3L + 5\left(\frac{9L-\mathbf{8}}{15}\right)$$

بالاختزال على 5نجد:

$$\Longrightarrow \quad 600 = 3L + \left(\frac{9L-\mathbf{8}}{3}\right)$$

وبتوحيد المقام

$$\Longrightarrow \quad 600 = \frac{9L+9L-\mathbf{8}}{3}$$

$$\Longrightarrow \quad 1800 = 18L - \mathbf{8}$$

$$\Longrightarrow \quad L = \frac{1808}{18}$$

$$\Longrightarrow \quad L = 100$$

وبتعويض L في K نجد:

$$K = \frac{9L-\mathbf{8}}{15} \Longrightarrow K = \frac{9(100)-\mathbf{8}}{15} \Longrightarrow K = 60$$

وعليه: بتعويض قيم L وK في دالة الانتاج X نجد: $X = 3K + 5L + 6KL$

$$\Longrightarrow X = 3(60) + 5(100) + 6(60)(100)$$

$X = 36680$ وهو امثل إنتاج تحققه المؤسسة عند: CT=600

التمرين السادس:

تكتب دالة الإنتاج على الشكل: $X = K^2 - KL + 2L^2$

المطلوب:

1- اوجد دوال الطلب على عناصر الإنتاج K و L

2- اوجد أقصى إنتاج إذا كانت الميزانية ct=200 و w =1 . r=1

3- إذا تغير السعر r إلى 2 و حاولت المؤسسة إنتاج 22 وحدة (x=22) اوجد ادني تكلفة ممكنة للمؤسسة.

الجواب:

1- إيجاد دوال الطلب على عناصر الإنتاج K و L

ملاحظة: قبل تحديد دوال الطلب، يجب التذكير بأن دوال الطلب في دالة الانتاج تحدد من شرط تعظيم الارباح.

بحيث أن: الربح (π) = الايرادات الكلية(RT) – التكاليف الكلية(CT)

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = P.X - wL - rK$$

$$\boldsymbol{\pi = P(K^2 - KL + 2L^2) - wL - rK}$$

$$\boldsymbol{\pi = PK^2 - PKL + 2PL^2 - wL - rK}$$

ومنه من شرط تعظيم الربح.

أي أن: $\boldsymbol{MAX\,\pi \Longrightarrow \partial\pi = 0}$

$$\delta\pi = \begin{cases} \delta\pi l = -PK + 4PL - w = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 1 \\ \delta\pi k = 2PK - PL - r = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots 2 \end{cases}$$

من المعادلة **1** نجد: $-PK + 4PL - w = 0$

$$4PL = PK + w$$

$$L = \frac{PK+w}{4P}$$

وبتعويض **L** في المعادلة **2** نجد: $2PK - PL - r = 0$

$$2PK - P\left(\frac{PK+w}{4P}\right) - r = 0$$

$$\Longrightarrow 2PK = \frac{PK+w}{4} + r$$

$$2PK = \frac{PK+w+4r}{4}$$

ومن جداء الوسطين نجد: $8PK = PK + w + 4r$

$$\Longrightarrow 7PK = w + 4r$$

ومنه نجد: $k = \frac{w+4r}{7P}$ وهي دالة الطلب على العنصر k

بنفس الطريقة – أو بتعويض **k** في **L** نجد: $\Longrightarrow L = \frac{PK+w}{4P}$

$$\Longrightarrow L = \frac{P\left(\frac{w+4r}{7P}\right)+w}{4P}$$

$$\Longrightarrow L = \frac{\frac{w+4r+7w}{7}}{4P}$$

وبعد قلب كسر المقام نجد: $L = \frac{4r+8w}{28P}$

$L = \frac{r+2w}{7P}$ وهي دالة الطلب على **L**

2- اوجد أقصى إنتاج إذا كانت الميزانية ct=200 و w =1 . r=1

من العلاقة $\frac{w}{r} = \frac{PmL}{PmK}$ والتي هي (بقسمة **1** على **2**) نجد:

$$\frac{-K+4L}{2K-L} = \frac{1}{1}$$

$$\Longrightarrow -k + 4L = 2K - L$$

$$\Longrightarrow 3k = 5L$$

$$k = \frac{5}{3}L$$

وبتعويض **K** في **CT** نجد: $CT = L + K$

$$\Longrightarrow 200 = L + \frac{5}{3}L$$

وبعد توحيد المقام و ضرب الوسطين نجد: $600 = 8L$

$$L = \frac{600}{8} = 75$$

ومنه بتعويض Lفي K نجد:
$$k = \frac{5}{3}L \Longleftarrow k = \frac{5(75)}{3} = 125$$

وبالتالي بتعويض قيم L و K في دالة الانتاج X نجد:

$$X = (125)^2 - (125)(75) + 2(75)^2$$

$X = 17500$ وهو أقصى إنتاج تحققه المؤسسة

-3 إذا تغير السعر r إلى 2 و حاولت المؤسسة إنتاج 22 وحدة (x=22) اوجد ادني تكلفة ممكنة للمؤسسة.

من شرط تدنية (تقليل) التكلفة

حيث وباستخدام مضاعف لاغرنج(**Lagrange**) بالطريقة العكسية نجد:

$$\boldsymbol{L = CT + \lambda(X_0 - X)}$$

$$\boldsymbol{L = L + K + \lambda(22 - K^2 + KL - 2L^2)}$$

2– نحدد المشتقات الجزئية:

$$\delta L = \begin{cases} \delta Ll = 1 + \boldsymbol{\lambda} K - 4\boldsymbol{\lambda} L = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1 \\ \delta\, Lk = 2 - 2\boldsymbol{\lambda K} + \boldsymbol{\lambda L} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2 \\ \delta L\boldsymbol{\lambda} = 22 - K^2 + KL - 2L^2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 3 \end{cases}$$

3– بقسمة المعادلة(**1**) على المعادلة (**2**) نجد:

$$\frac{1}{2} = \frac{-K+4L}{2\boldsymbol{K}-\boldsymbol{L}} \Longrightarrow (2K - L) = 2.(-K + 4L)$$

$$\Longrightarrow 2K - L = 8\mathrm{L} - 2K$$

$$\Longrightarrow 4K = 9L$$

$$\Longrightarrow K = \frac{9}{4}\boldsymbol{L}$$

وبتعويض K في المعادلة **3** نجد: $22 - K^2 + KL - 2L^2 = 0$

$$\Longrightarrow 22 = K^2 - KL + 2L^2$$

$$\Longrightarrow 22 = (\frac{9}{4}\boldsymbol{L})^2 - (\frac{9}{4}\boldsymbol{L})L + 2L^2$$

وبعد نشر الأس نجد: $22 = \frac{81}{16}\boldsymbol{L}^2 - \frac{9}{4}L^2 + 2L^2$

$$\Longrightarrow 22 = L^2(\frac{81}{16} - \frac{9}{4} + 2)$$

$$\Longrightarrow 22 = L^2(\frac{81-36+32}{16})$$

$$\Longrightarrow 352 = 77L^2$$

$$\Longrightarrow L^2 = \frac{352}{77} = \boldsymbol{4,5}$$

$$\boldsymbol{L = \sqrt{4,5} \approx 2}$$

وبتعويض L في K نجد: $K = \frac{9}{4}\boldsymbol{L} \Longrightarrow K = \frac{9}{4}(\mathbf{2}) \Longrightarrow \boxed{K = 4{,}5}$

وعليه بتعويض قيم L وk في دالة التكلفة نجد:

$$\boldsymbol{CT = L + 2K}$$
$$\Longrightarrow \boldsymbol{CT = 2 + 2(4,5)}$$
$$\Longrightarrow \boxed{\boldsymbol{CT = 11}}$$

وهي ادني تكلفة تمكن المؤسسة من إنتاج كمية X=22

التمرين السابع: إذا كانت دالة الانتاج: $\mathbf{X = \ 2}\boldsymbol{L}^{1/3}\,\mathbf{K}^{2/3}$

1- حدد مرونة الإنتاج لعناصر الإنتاج في الدوال التالية.

2- أحسب المعدل الحدي للإحلال وفسر معناه الاقتصادي.

الجواب:

1- تحديد مرونة عناصر الإنتاج.

قانون المرونة وطريقة حسابها في دالة الانتاج، هي نفسها قانون المرونة وطريقة حسابها في دالة الطلب.

$$\boldsymbol{EP} = \begin{cases} \boldsymbol{e_L = \frac{dP}{dL} X \frac{L}{P}} \\ \boldsymbol{e_K = \frac{dP}{dK} X \frac{K}{P}} \end{cases}$$

ومنه نجد أن:

*– **مرونة عنصر العمل L:**

$$\boldsymbol{e_L = \frac{dP}{dL} X \frac{L}{P}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_L = \frac{\partial P}{\partial L} . \frac{L}{P}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_L = \frac{2}{3}(L^{-2/3}\ K^{2/3}) . \frac{L}{P}}$$
$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_L = \frac{2}{3}(L^{-2/3}\ K^{2/3}) . \frac{L}{2L^{1/3}\ K^{2/3}}}$$

بعد عملية الضرب والاختزال نجد: $\boxed{\boldsymbol{e_L = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}}$

*– **مرونة عنصر رأس المال K:**

$$\boldsymbol{e_K = \frac{dP}{dK} X \frac{K}{P}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_K = \frac{\partial P}{\partial K} . \frac{K}{P}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_K = \frac{4}{3}(L^{1/3}\ K^{-1/3}) . \frac{K}{P}}$$
$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_K = \frac{4}{3}(L^{1/3}\ K^{-1/3}) . \frac{K}{2L^{1/3}\ K^{2/3}}}$$

بعد عملية الضرب والاختزال نجد: $\boxed{\boldsymbol{e_K = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}}}$

2- حساب المعدل الحدي للإحلال وتفسير معناه الاقتصادي.

لدينا: $\boxed{TMS = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{\delta L}{\delta K} = \frac{PmL}{PmK} = \frac{w}{r}}$

$$\Longrightarrow \mathrm{TMSt} = \frac{\delta L}{\delta K} \Longrightarrow \mathrm{TMSt} = \frac{\frac{2}{3}(L^{-2/3}\,\mathbf{K}^{2/3})}{\frac{4}{3}(L^{1/3}\,\mathbf{K}^{-1/3})} \Longrightarrow \mathrm{TMSt} = \frac{6\mathrm{K}}{12\mathrm{L}}$$

ومنه $\boxed{\mathrm{TMSt} = \frac{\mathrm{K}}{2\mathrm{L}}}$

التفسير: المنتج يتخلى عن وحدة واحدة من رأس المال (K) ويعوضها بوحدتين من العمل (L) مع المحافظة على نفس الانتاج.

تمارين للإجابة:

التمرين الأول: نفترض دوال الإنتاج التالية:

$$\boldsymbol{Q_2} = 2K^{\beta}.L^{3/4}$$
$$\boldsymbol{Q_3} = 2\sqrt{K}.\sqrt{L}$$

المطلوب:

1 – اكتب علاقة TMSt في الحالة العامة لدالة الإنتاج $Q = f(K.L)$

2- احسب قيم TMSt للدوال Q1 وQ2 .

3- ما هي قيمة TMSt في الدالة Q3 عندما Q3=3 و $L = 3$

التمرين الثاني:

1– ادرس العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال التقني (TMSt) والمرونات الجزئية لعوامل الانتاج (e_L) و(e_K) .

2– ثم اثبت أن $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\mathbf{dP}}{\mathbf{dCT}}$

غلة الحجم

تعريف: تعبر غلة الحجم عن الكيفية (طبيعة تغير) التي يتغير بها الانتاج عند تغير عوامل الانتاج.

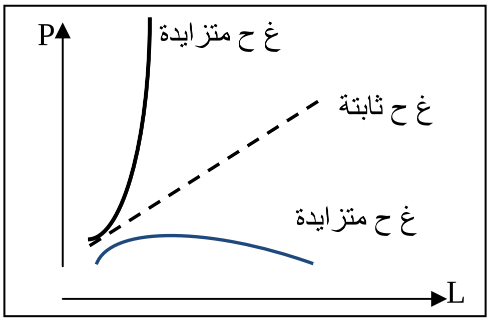
حالات غلة الحجم: توجد ثلاثة حالات لغلة الحجم هي:

ا- **غلة حجم متزايدة**: وهي الحالة التي يكون فيها تغير الانتاج أكبر من تغير عوامل الانتاج.

ب- **غلة حجم متناقصة**: وهي الحالة التي يكون فيها تغير الانتاج أقل من تغير عوامل الانتاج.

ج- **غلة حجم ثابتة**: وهي الحالة التي يكون فيها تغير الانتاج يساوي تغير عوامل الانتاج.

التمثيل البياني: يأخذ التمثيل البياني لغلة الحجم الشكل التالي:



تحديد طبيعة غلة الحجم:

هناك عدة طرق لتحديد طبيعة غلة حجم دالة الانتاج؛ وأهم هذه الطرق هما:

1- طريقة تجانس دالة الانتاج:

بحيث أنه اذا كانت :

أ- الدالة متجانسة (كثافة عناصر الانتاج) أكبر من الواحد(1) فإن طبيعة غلة حجم الدالة متزايدة.

ب- الدالة متجانسة (كثافة عناصر الانتاج) أقل من الواحد(1) فإن طبيعة غلة حجم الدالة متناقصة.

ج- الدالة متجانسة (كثافة عناصر الانتاج) تساوي الواحد(1) فإن طبيعة غلة حجم الدالة ثابتة.

2- طريقة مرونة دالة الانتاج:

بحيث أنه إذا كانت :

أ- مرونة دالة الانتاج (مرونة العمل + مرونة رأس المال) أكبر من الواحد(1) فإن طبيعة غلة حجم الدالة متزايدة.

ب- مرونة دالة الانتاج (مرونة العمل + مرونة رأس المال) أقل من الواحد(1) فإن طبيعة غلة حجم الدالة متناقصة.

ج- مرونة دالة الانتاج (مرونة العمل + مرونة رأس المال) تساوي الواحد(1) فإن طبيعة غلة حجم الدالة ثابتة.

التمرين الاول: إذا كانت **دالة الإنتاج ممثلة بالعلاقة** التالية: $Q = bL^{\alpha} K^{\beta}$

المطلوب:

1- حدد طبيعة غلة حجم الدالة Q.

2- ما هي قيمة زيادة إنتاج السلعة Q إذا كانت ($\alpha + \beta = 2$).

و الكمية الضرورية في لكل عنصر من عناصر الإنتاج تساوي 2.

3- احسب قيمة كل من العاملين α و β علماً أن :
- *- مرونة دالة الإنتاج لعنصر رأس المال K تساوي 0,5
- *- دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الثانية

الجواب:

1- تحديد طبيعة غلة حجم الدالة Q.

باستخدام طريقة تجانس الدالة:

*- لتحديد طبيعة غلة حجم الدالة نقوم بضرب عوامل الانتاج (L) و(K) في متغير خارجي (t)، بحيث:

$$Q^* = b(tL)^{\alpha} (tK)^{\beta}$$

ثم نقوم بنشر(توزيع) الأسس فنجد:

$$\Longrightarrow Q^* = b.t^{\alpha}.L^{\alpha}.t^{\beta}.K^{\beta}$$

ومن خصائص عمليات الضرب التبديلية نجد:

$$Q^* = t^{\alpha}.t^{\beta}.b\,L^{\alpha}K^{\beta}$$

ومنه بما أن ($t^{\alpha}.t^{\beta} = t^{\alpha+\beta}$) & ($b\,L^{\alpha}K^{\beta} = Q$) نجد :

$$\Longrightarrow Q^* = t^{\alpha+\beta}.Q$$

بحث تحدد طبيعة غلة حجم الدالة على أساس درجة تجانس (كثافة) (أس) العنصر (t).

و عليه فانه:

أ- إذا كان ($1 < \alpha + \beta$) يعني غلة حجم متزايدة.

ب- إذا كان ($> \alpha + \beta 1$) يعني غلة حجم متناقصة.

ج- إذا كان ($1 = \alpha + \beta$) يعني غلة حجم ثابتة.

2- قيمة زيادة إنتاج السلعة Q إذا كانت ($\alpha + \beta = 2$). و عناصر الانتاج (L=K=2)

لدينا: $Q = bL^{\alpha} K^{\beta}$

وبتعويض (L=K=2) في Q نجد: $Q = b(2)^{\alpha} (2)^{\beta}$

$$Q = b(2)^{\alpha+\beta}$$

ولدينا من المعطيات أن : ($\alpha + \beta = 2$)

فتصبح $Q = b(2)^2$

$$Q = 4\,b$$

ومنه يتغير (يتضاعف) الانتاج بأربعة مرات.

3- حساب قيمة كل من العاملين α و β.

لدينا مرونة رأس المال ($e_K = 0,5$).

أي أن:

$$e_K = \frac{dP}{dK} X \frac{K}{P} \Longrightarrow e_K = \frac{\partial P}{\partial K}.\frac{K}{P} \Longrightarrow e_K = \beta(L^{\alpha} K^{\beta-1}).\frac{K}{P}$$

$$\Longrightarrow e_K = \beta L^{\alpha} K^{\beta-1}.\frac{K}{\beta L^{\alpha} K^{\beta}}$$

بعد عملية الضرب والاختزال نجد: $e_K = \beta = 0,5$

ولدينا كذلك أن الدالة متجانسة من الدرجة الثانية: $\Longleftarrow$ يعني أن: $2 = \alpha + \beta$

ومنه فان: $2 = \alpha + \beta \Longleftarrow \beta - 2 = \alpha \Longleftarrow 0{,}5 - 2 = \alpha$

$\boldsymbol{\alpha = 1{,}5}$

التمرين الثاني: لتكن لديك المعطيات التالية: $Q = L^{0,5}K^{\beta}$.

وفي نقطة من الإنتاج $Q = L = K = Q_0$

المطلوب:

1- احسب قيمة β وفسر معناه.

2- ما هي نسبة الزيادة في الإنتاج عند زيادة كمية L بـ 10% مع ثبات K .

الجواب:

1- حساب قيمة β وتفسير معناه.

قبل ذلك لدينا أنه وفي نقطة أو مرحلة من مراحل الإنتاج $Q = L = K = Q_0$

وبتعويض كل المتغيرات $(Q = L = K = Q_0)$ بمتغير واحد وليكن(Q_0) نجد:

$$Q_0 = (Q_0)^{0,5}\,(Q_0)^{\beta}$$

$$Q_0 = {Q_0}^{0,5+\beta}$$

وعند المقارنة بين أس نفس المتغير (Q_0) نجد أن: $1 = 0{,}5 + \beta$

$\beta = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

التفسير: يمثل (β) كثافة (مرونة) عنصر رأس المال.

2- نسبة الزيادة في الإنتاج عند زيادة كمية L بـ 10% مع ثبات K.

لدينا من قانون المرونة: $\boldsymbol{e_L = \dfrac{(\frac{\Delta P}{P})}{(\frac{\Delta L}{L})} \Longrightarrow (\frac{\Delta P}{P}) = e_L.(\frac{\Delta L}{L})}$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow \left(\frac{\Delta P}{P}\right) = (0{,}5).(10\%)}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow \left(\frac{\Delta P}{P}\right) = 5\%}$$

ومنه عند زيادة L بـ 10% يزيد الانتاج بـ 5%

العلاقة بين $TMSt$ والمرونات الجزئية لعوامل الانتاج

لدينا: $TMSt = -\frac{\Delta k}{\Delta L} = \frac{\delta L}{\delta K} = \frac{PmL}{Pmk} = \frac{w}{r}$

نأخذ العبارة: $TMSt = \frac{PmL}{Pmk}$

ونعلم مما سبق أن: $PmL = \frac{\delta P}{\delta L}$ و $PmK = \frac{\delta P}{\delta K}$

كما نعرف أيضاً أن:

$$e_L = \frac{\delta P}{\delta L} . \frac{L}{P}$$

$$\Longrightarrow e_L = PmL . \frac{L}{P}$$

$$\Longrightarrow PmL = e_L . \frac{P}{L}$$

$$\Longrightarrow PmL = e_L . PML \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$e_K = \frac{\delta P}{\delta K} . \frac{K}{P}$$

$$\Longrightarrow e_K = PmK . \frac{K}{P}$$

$$\Longrightarrow PmK = e_K . \frac{P}{K}$$

$$\Longrightarrow PmK = e_K . PMK \quad \ldots\ldots(2)$$

ومنه بتعويض كل من المعادلة (1) و المعادلة(2) في عبارة $TMSt$ نجد:

$$TMSt = \frac{PmL}{Pmk} \Longleftarrow TMSt = \frac{e_L . PML}{e_K . PMK}$$

وهي علاقة بين ($TMSt$) والمرونات الجزئية لعوامل الانتاج.

امتحانات محلولة.

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2019–

التمرين الأول: (**12 نقطة**)

إذا كانت دالة المنفعة التالية: $U = 2YX + 3Y$

مع R=150. Px=12. Py = 21

المطلوب:

1– حدد معادلة منحنى السواء مع ذكر خصائصها؛

2– حدد معادلة الاستهلاك والدخل (بعد التعويض)، مع رسمها بيانياً؛

3– حدد معادلة منحنى أنجل للسلعة (X)، وارسمه، مع استنتاج طبيعة هذه السلعة؛

4– تحقق من طبيعة السلعة (X) بطريقة أخرى.

التمرين الثاني: (**4نقاط**)

اليك الجدول التالي المتضمن المنافع الكلية للسلعتين (X) و(Y) كما يلي:

	1	2	3	4	5	6	7
UTX	**75**	**144**	**204**	**249**	**285**	**306**	**306**
UTY	**60**	**108**	**145**	**168**	**178**	**180**	**180**

المطلوب: حدد نقطة التوازن مع رسم بياني يوضح ذلك عند: R=30. Px=9. Py = 3

التمرين الثالث:(**4 نقاط**)

إليك المعطيات التالية الخاصة بالكميات المطلوبة من السلعة (X) لثلاثة مستهلكين:

المستهلكين	A		B		C	
السعر px	2	1	2	1	2	1
الكمية المطلوبة x_D	0	1	1	2	3	5

المطلوب: حدد معادلات الطلب الفردية لكل مستهلك؛ ثم حدد معادلة الطلب السوقي؛ مع رسم بياني كامل يوضح ذلك.

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2019–

التمرين الأول:

لدين دالة المنفعة التالية: $U = 2YX + 3Y$

مع R=150. Px=12. Py = 21

1– تحديد معادلة منحنى السواء:

معادلة منحنى السواء هي دالة للمنفعة؛ أي أن $Y = \int(U)$

ومنه من دالة المنفعة السابقة نجد: $U = 2YX + 3Y \Longrightarrow U = Y(2X+3)$

$\Longrightarrow Y = \frac{U}{(2X+3)}$ وهي دالة منحنى السواء

- خصائص دالة (معادلة –منحنيات) السواء: – متناقصة (ذات ميل سالب)
  - محدبة نحو الزاوية
  - لا تتقاطع
  - تزيد المنفعة كلما ابتعدنا عن الزاوية

2– تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل:

معادلة منحنى الاستهلاك والدخل هي دالة لسلعة X؛ أي أن $Y = \int(X)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = 2XY + 3Y + \lambda(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$L'x = 2Y - \lambda Px = 0$ وبقسمة 1الى 2 نجد:

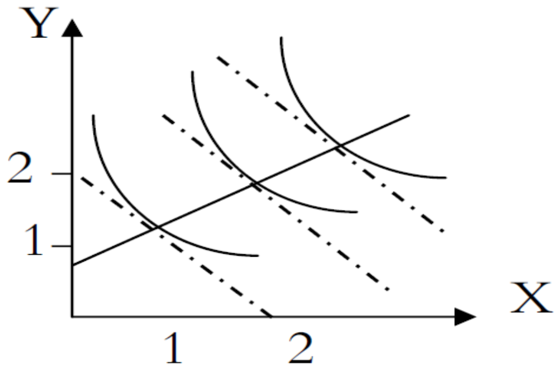
$L'y = 2X + 3 - \lambda Py = 0 \Longrightarrow \frac{2y}{2X+3} = \frac{Px}{Py}$

$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0$

ومن ضرب الطرفين نجد: $2YPy = 2XPx + 3Px$

ومن نجد: $Y = \frac{XPx}{Py} + \frac{3Px}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{2XPx+3Px}{2Py}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

وعند التعويض بالأسعار نجد: $Y = \frac{12X}{21} + \frac{6}{7} \Longrightarrow Y = 0,57x + 0,86$



3- تحديد معادلة انجل للسلعة X:

من السؤال السابق، وبتعويض قيمة Y بحيث: $Y = \frac{12X}{21} + \frac{6}{7}$ في المعادلة (3) نجد:

$$\Longrightarrow R = 12X + (\frac{12X}{21} + \frac{6}{7})21$$
$$\Longrightarrow R = 12X + 12X + 18$$
$$\Longrightarrow R = 24X + 18$$

$X = \frac{R-18}{24}$ وهي معادلة أنجل للسلعة X

- استنتاج طبيعة السلعة X:

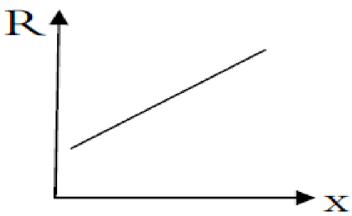
من خلال معادلة انجل للسلعة X بحيث $X = \frac{R-18}{24} \Longrightarrow X = \frac{1}{24}R - \frac{18}{24}$

يتضح أنه حتى يتغير الدخل بمستوى معين، عندها تتغير الكمية المطلوبة من السلعة X؛ وهذا من خصائص السلع الكمالية.

4- تحديد (وتأكيد) طبيعة السلعة X بطريقة المرونة:

$$\boldsymbol{exr = \frac{\Delta x}{\Delta \mathcal{R}} \cdot \frac{\mathcal{R}}{x} \Longrightarrow exr = \frac{1}{24} \cdot \frac{150}{5.5} \Longrightarrow exr = 1.44}$$

ومنه السلعة x كمالية $\Longleftarrow$ $\boldsymbol{exr = 1.44 > 1}$



التمرين الثاني:

1- تحديد نقطة التوازن:

لتحديد نقطة التوازن لدينا: الشرط الأول هو $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

أما الشرط الثاني وهو: $R = XPx + YPy$

ومنه يجب حساب UMx وUMy فنجد:

	1	2	3	4	5	6	7
UMx	**75**	**69**	**60**	**45**	**36**	**21**	**0**
UMy	**60**	**48**	**37**	**23**	**10**	**2**	**0**

ثم يجب حساب $\frac{UMy}{Py}$ و $\frac{UMx}{Px}$ فنجد:

	1	2	3	4	5	6	7
UMx/Px	**8,3**	**7,7**	**6,7**	**5**	**4**	**2,3**	**0**
UMy/Py	**20**	**16**	**12,3**	**7,7**	**3,3**	**0,7**	**0**

ومن خلال الجدول نجد أن: $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} = 7,7$ (x=2) و (y=4).

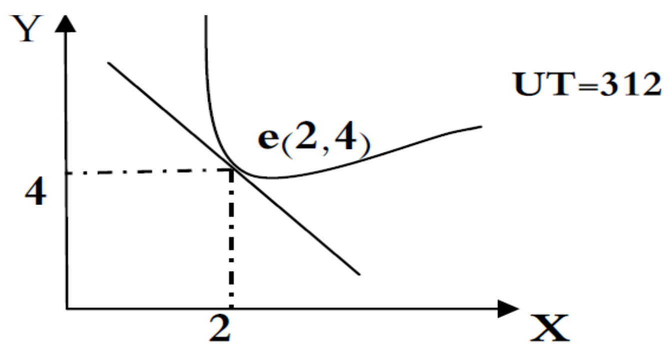
وعند التحقق بالشرط الثاني نج $30 = 2(9) + 4(3)$ $R = XPx + YPy$

وعليه فإن نقطة التوازن هي: (x=2) و (y=4).

المنفعة المكتسبة = مجموع المنافع الحدية حتى نقطة التوازن

$$UT = (75 + 69) + (60 + 48 + 37 + 23) = 312$$

التمثيل البياني لنقطة التوازن:



التمرين الثالث:

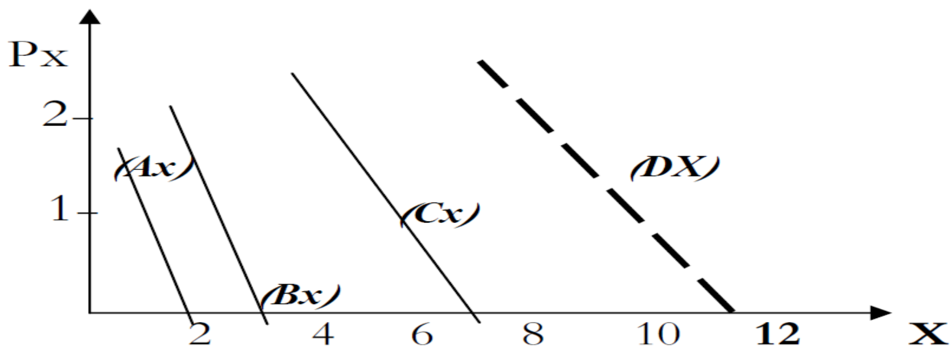
1– كتابة معادلات الطلب الفردية للمستهلكين الثلاثة:

نعلم أن دالة الطلب تكتب من الشكل: $dx = a - bPx$

ومن خلال جدول المعطيات نجد:

المستهلك	A	B	C
المعادلات الفردية	لدينا عند: وبحل جملة المعادلة والتعويض نجد: ومنه تكون دالة الطلب هي:	لدينا عند: وبحل جملة المعادلة والتعويض نجد: ومنه تكون دالة الطلب هي:	لدينا عند: وبحل جملة المعادلة والتعويض نجد: ومنه تكون دالة الطلب هي:
دالة الطلب السوقي			

التمثيل البياني:



امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I

– جانفي 2018–

التمرين الأول:(14 نقطة)

اذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = X^2Y$

وأن أسعار السلعتين هو: Px=2.   Py=4؛ و دخل المستهلك هو: R=24

المطلوب:

1- حدد معادلة منحنى السواء، ومعادلة خط الميزانية؛

2- احسب المعدل الحدي للإحلال، وفسر معناه؛

3- حدد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل؛

4- حدد نقطة التوازن بطريقتين، مع رسم بياني بكل المعطيات (U . X. Y).

5- احسب قيمة معامل لاعرانج، وفسر معناه الاقتصادي؛

6- حدد معادلة أنجل للسلعة (X) وحدد طبيعتها بعد التعويض بالأسعار؛

7- حدد أثري الدخل (es)، والإحلال (er)، للسلعة (x) عند ارتفاع السعر (px) بوحدتين.

التمرين الثاني:(6نقاط)

اكمل الجدول التالي:

المعادلة	**طبيعة السلعة (x)؛ أو العلاقة بين x و y**
$e_{xx} > 0$	....
$e_{xy} < 0$	....
$e_{xR} > 1$	....
$e_S < 0$ و $e_R > 0$	....
$e_R > 0$ مع $\|e_S\| < \|e_R\|$	....
$X=F(X)$ مع $dx/d_R < 0$	....

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2018–

جواب التمرين الأول:

لدين دالة المنفعة التالية: $U = X^2Y + 4$

1– تحديد معادلة منحنى السواء:

معادلة منحنى السواء هي دالة للمنفعة؛ أي أن $Y = \int(U)$

ومنه من دالة المنفعة السابقة نجد: $U = X^2Y + 4 \Longrightarrow U - 4 = X^2Y$

$Y = \frac{U-4}{X^2}$ وهي دالة منحنى السواء

– معادلة خط الميزانية:

معادلة خط الميزانية هي دالة للسلعة X؛ أي أن $Y = \int(X)$

ومنه ومن معادلة الدخل نجد: $R = XPx + YPy \Longrightarrow Y = \frac{R-XPx}{Py} \Longrightarrow Y = \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py}X$

وعند التعويض نجد: $Y = \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py}X \Longrightarrow Y = \frac{24}{4} - \frac{2}{4}X \Longrightarrow Y = -\frac{1}{2}X + 6$

$Y = -\frac{1}{2}X + 6$ وهي معدلة خط الميزانية.

2– حساب المعدل الحدي للاحلال($\boldsymbol{TMS}$):

لدينا: $\mathrm{TMSxy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{\mathrm{UMx}}{\mathrm{Umy}} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}}$

ومنه: $\mathrm{TMS} = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{2XY}{X^2} = \frac{2Y}{X}$

التفسير: المستهلك يتخلى عن وحدتين من Y ويعوضها بوحدة واحدة من X مع المحافظة على نفس المنفعة.

3– تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل:

معادلة منحنى الاستهلاك والدخل هي دالة لسلعة X؛ أي أن $Y = \int(X)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = X^2Y + 4 + \boldsymbol{\lambda}(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$L'x = 2XY - \boldsymbol{\lambda}Px = 0$ وبقسمة 1الى 2 نجد:

$L'y = X^2 - \boldsymbol{\lambda}Py = 0 \Longrightarrow \frac{2y}{X} = \frac{Px}{Py}$

$L'\boldsymbol{\lambda} = R - XPx - YPy = 0$

ومن ضرب الطرفين نجد: $2YPy = XPx$

ومن نجد: $Y = \frac{XPx}{2Py}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

وعند التعويض بالأسعار نجد: $Y = \frac{1}{4}X \Longrightarrow Y = 0{,}25x$

4- تحديد نقطة التوازن عند : R=24. Px=2. Py = 4

- **الطريقة الأولى**: باستخدام مضاعف لاغرانج.

ومن السؤال السابق لدينا: $Y = \frac{1}{4}X$ وبتعويضها في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow 24 = X(2) + \frac{1}{4}X(4) \Longrightarrow 24 = 3X$$

وبالتالي نقطة التوازن هي: $Y = 2$

- **الطريقة الثانية: باستخدام قانون قوسن الثاني:** $\frac{UMX}{UMY} = \frac{Px}{Py}$

$$\frac{2XY}{X^2} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{2Y}{x} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow Xpx = 2Ypy$$

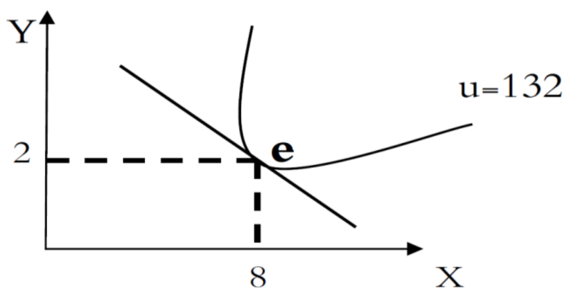
وبالتعويض في معادلة الدخل (R) نجد:

$$R = XPx + YPy \qquad R = 2YPy + YPy \qquad R = 3YPy$$

$$Y = \frac{R}{3Py} \qquad Y = \frac{24}{3(4)}$$

وبالتالي نقطة التوازن هي: $Y = 2$

التمثيل البياني لنقطة التوازن:



5- حساب معامل لاغرانج(λ):

من إحدى المعادلات (1) أو (2) في مشتقات لاغرانج نجد:

$$2XY - \lambda Px = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2XY}{Px} = \frac{2.8.2}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda = 16$$

$$X^2 - \lambda Py = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{x^2}{Py} = \frac{8^2}{4} \quad \rightarrow \quad \lambda = 16$$

التفسير: عند تغير الدخل بوحدة واحدة تتغير (تزيد) المنفعة بـ 16 وحدة.

6- تحديد معادلة أنجل للسلعة X:

لدينا من السؤال الثاني: $Y = \frac{1}{4}X$ وبتعويضها في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = X(Px) + \frac{1}{4}X(Py) \Longrightarrow R = \frac{X(4Px+Py)}{4}$$

$$X = \frac{4R}{4Px+Py}$$

وبعد التعويض بالأسعار نجد: $X = \frac{4R}{4(2)+(4)} \Longrightarrow X = \frac{4R}{12}$ وهي معادلة أنجل للسلعة (X).

- تحديد طبيعة السلعة X ؛

من شكل المعادلة (والميل موجب)؛ وعند حساب المرونة الدخلية $(e_{xr=0,33})$ نجد أن السلعة x سلعة أساسية.

7- تحديد أثري الدخل والإحلال:

أ- نقطة التوازن قبل تغير السعر:

لدينا من السؤال الرابع نقطة التوازن هي:

ب- نقطة التوازن بعد تغير السعر:

لدينا من سؤال الثالث : $Y = \frac{XPx}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{X(4)}{2(4)} \Longrightarrow Y = \frac{X}{2}$

وبتعويض $Y = \frac{X}{2}$ في الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow 24 = X(4) + \frac{X}{2}(4) \Longrightarrow X_2 = 4$$

ومنه: نقطة التوازن بعد تغير السعر هي:

ج- نقطة التوازن الوسطية:

لدينا من النقطة السابقة $Y = \frac{X}{2}$

وبتعويض $Y = \frac{X}{2}$ في دالة المنفعة U نجد: $U_1 = U_2 = 132 = X^2Y + 4$

$$132 = X^2(\frac{X}{2}) + 4 \Longrightarrow 132 - 4 = \frac{x^3}{2} \Longrightarrow 128 = \frac{x^3}{2}$$

$$256 = x^3 \Longrightarrow 128 = \frac{x^3}{2} \Longrightarrow 128 = \frac{x^3}{2}$$

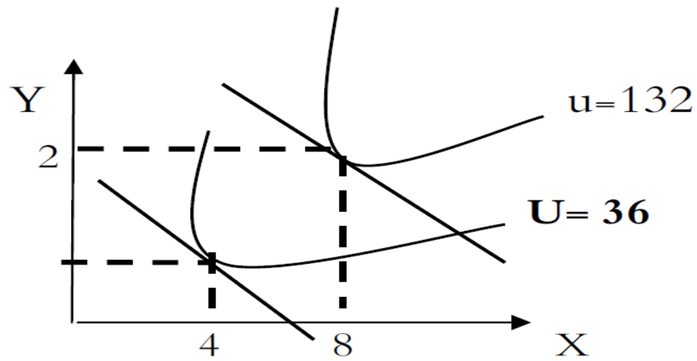
ومنه نقطة الوازن الوسطية هي:

وعليه يكون لدينا:

- أثر الإحلال (es) هو: $es = x2 - x1 \Longrightarrow es = 6,35 - 8 \Longrightarrow es = -1,65$
- أثر الدخل (er) هو: $er = x3 - x2 \Longrightarrow es = 4 - 6,35 \Longrightarrow es = -2,35$
- الأثر الكلي (eT) هو: $eT = es + er \Longrightarrow eT = -1,65 + (-2,35) \Longrightarrow eT = -4$

النتيجة: بما أن الأثرين (أثر الدخل وأثر الإحلال) سالبين؛ فالسلعة X سلعة عادية.

التمثيل البياني:



جواب التمرين الثاني:

إتمام الجدول التالي:

طبيعة السلعة (x)؛ أو العلاقة بين x و y	المعادلة
X سلعة قيفن؛ لأن المرونة المباشرة موجبة (علاقة طردية بين السعر والكمية المطلوبة من السلعة)	$e_{xx} > 0$
السلعتين (x) و(y) متكاملتين لأن مرونة التقاطع أكبر من الواحد.	$e_{xy} < 0$
السلعة (x) سلعة كمالية	$e_{xR} > 1$
السلعة (x) سلعة عادية؛ لان كل من أثري الدخل والإحلال سالبين	$e_S < 0$ و $e_R < 0$
السلعة (x) سلعة قيفن	$e_R > 0$ مع $\lvert e_R \rvert > \lvert e_S \rvert$
السلعة (x) سلعة دنيا (رديئة)؛ لأنه كلما زاد الدخل قلت (زاد التخلي) الكمية المطلوبة من x	$X=F(X)$ مع $dx/d_R < 0$

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2017–

التمرين الثاني:(11 نقاط)

إذا كانت لديك دالة المنفعة التالية: $U = 2x^2y$

وكانت: . R =150 و Py =20 , Px=10

المطلوب:

1- أحسب المعدل الحدي للإحلال وفسر معناه.

2- حدد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل، مع رسم بياني.

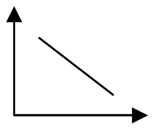
3- حدد معادلة منحنى أنجل للسلعتين (x) و (y) بعد التعويض بالأسعار.

4- أحسب المرونات للسلعة x مع تفسير النتائج.

5- إذا انخفض السعر px وأصبح px=5 ؛ أحسب أثري الإحلال (es) والدخل (er) للسلعة (x) مع تحديد طبيعتها.

التمرين الثاني:(6نقاط)

حدد طبيعة السلعة (x) أو العلاقة بين (x) و (y) بملأ الفراغات في الجدول التالي:

المعادلة	طبيعة السلعة (x)؛ أو العلاقة بين x و y
$e_{xx} > 0$	....
$e_{xy} < 0$	....
$e_{xR} > 1$	....
$e_S < 0$ و $e_R > 0$	....
$e_R > 0$ مع $\lvert e_R \rvert > \lvert e_S \rvert$	....
	....

التمرين الثالث: (3 نقاط)

قدم (أكتب) المعادلات الصحيحة في المعادلات التالية:

1- معادلة مضاعف لاغرانج: $\boldsymbol{\lambda = \frac{dR}{dU}}$

2- شرط نهاية التبادل: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}(B)$

3- المعدل الحدي للإحلال: $TMS = fX - fY$

4- القانون الثاني لقوسن: $\frac{\mathrm{UMx}}{\mathrm{Py}} \neq \frac{\mathrm{UMy}}{\mathrm{Px}}$

5- المرونة التقاطعية: $exy = \left(\frac{}{dx}\right).\left(\frac{x}{y}\right)$

6- معادلة سلاتسكي: $es - er = ET$

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2017–

جواب التمرين الأول:

1– حساب المعدل الحدي للإحلال(TMS):

لدينا: $TMSxy = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{UMx}{Umy} = \frac{px}{py}$

ومنه: $TMS = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{4XY}{2X^2} = \frac{2Y}{X}$

التفسير: المستهلك يتخلى عن وحدتين من Y ويعوضها بوحدة واحدة من X مع المحافظة على نفس المنفعة.

2– تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل:

معادلة منحنى الاستهلاك والدخل هي دالة لسلعة X؛ أي أن $Y = \int(X)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = X^2Y + 4 + \lambda(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = 4XY - \lambda Px = 0$$
$$L'y = 2X^2 - \lambda Py = 0$$
$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{2y}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $2YPy = XPx$

ومن نجد: $Y = \frac{XPx}{2Py}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

وعند تعويض الأسعار نجد: $Y = \frac{X(10)}{2(20)} = \frac{X}{4}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

3– تحديد معادلة أنجل للسلعتين X و Y:

لدينا من السؤال الثاني: $Y = \frac{X}{4}$ وبتعويضها في معادلة(3) الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = X(Px) + \frac{X}{4}(Py) \Longrightarrow R = \frac{X(4Px+Py)}{4}$

$X = \frac{4R}{4Px+Py}$

وبعد التعويض بالأسعار نجد: $X = \frac{4R}{4(10)+(20)} \Longleftarrow X = \frac{R}{15}$ وهي معادلة أنجل للسلعة (X).

وبنفس الطريقة:

لدينا $Y = \frac{X}{4} \Longleftarrow 4Y = X$ وبتعويضها في معادلة الدخل نجد: $R = XPx + YPy$

$R = XPx + Ypy \Longrightarrow R = 4Y(Px) + Y(Py) \Longrightarrow Y = \frac{R}{4Px+Py}$

وبعد التعويض بالأسعار نجد: $Y = \frac{R}{4(10)+(20)} \Longleftarrow X = \frac{R}{60}$ وهي معادلة أنجل للسلعة (Y).

4- حساب المرونات المختلفة للسلعة X .

أ- المرونة المباشرة: $e_{xx} = \frac{\Delta}{\Delta Px} \cdot \frac{Px}{X}$

لدينا من السؤال السابق: $X = \frac{100}{Px} \Longrightarrow X = \frac{2(150)}{3(Px)} \Longrightarrow X = \frac{2R}{3(Px)} \Longrightarrow X = \frac{R}{15}$

ومنه: $e_{xx} = -1 \Longrightarrow e_{xx} = \frac{-100}{(Px)^2} \cdot \frac{Px}{\frac{100}{Px}} \Longrightarrow e_{xx} = \frac{\Delta x}{\Delta Px} \cdot \frac{Px}{X}$

التفسير: عند تغير(زيادة) السعر بـ 1% يؤدي الى تغير (انخفاض) الكمية بـ 1%.

ب- المرونة الدخلية: $e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}$

نفس الشيء لدينا: $X = \frac{2R}{3(Px)} \Longrightarrow X = \frac{R}{15}$

ومنه: $e_{xR} = 1 \Longrightarrow e_{xR} = \frac{2(3Px)}{(3Px)} \cdot \frac{R}{\frac{2R}{3(Px)}} \Longrightarrow e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}$

التفسير: بما أن $_{xR} = 1$ **فالسلعة X سلعة عادية.**

ج- مرونة التقاطع: $e_{xy} = \frac{\Delta}{\Delta py} \cdot \frac{Py}{X}$

نفس الشيء لدينا: $X = \frac{2R}{3(Px)}$

ومنه: $e_{xR} = 0 \Longrightarrow e_{xy} = (0) \cdot \frac{Py}{\frac{2R}{3(Px)}} \Longrightarrow e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{X}$

التفسير: بما أن $_{xy} = 0$ **فالسلعة y مستقلة عن السلعة x.**

5- حساب أثري الإحلال والدخل:

أ- نقطة التوازن قبل تغير السعر:

لدينا من السؤال الثاني معادلتي X و Y:

$$Y1 = \frac{1}{60}R \qquad Y1 = \frac{150}{60} \qquad \mathbf{Y1 = 2,5}$$
$$X1 = \frac{1}{15}R \qquad X1 = \frac{150}{15} \qquad \mathbf{X1 = 10}$$
$$U1 = 2x^2Y \qquad U1 = 2(10)^2(2,5) \qquad \mathbf{U1 = 500}$$

ومنه: نقطة التوازن قبل تغير السعر هي:

ب- نقطة التوازن بعد تغير السعر:

لدينا من سؤال الثاني : $Y = \frac{XPx}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{X(5)}{2(20)} \Longrightarrow Y = \frac{X}{8}$

وبتعويض $Y = \frac{X}{8}$ في الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow 150 = X(5) + \frac{X}{8}(20) \Longrightarrow X_3 = 20$$

ومنه: نقطة التوازن بعد تغير السعر هي:

ج- نقطة التوازن الوسطية:

لدينا من النقطة السابقة $Y = \frac{X}{8}$

وبتعويض $Y = \frac{X}{8}$ في دالة المنفعة U نجد: $U_1 = U_2 = 500 = 2X^2Y$

$$500 = X^2(\frac{X}{8}) \Longrightarrow 500 = \frac{x^3}{8} \Longrightarrow 40000 = x^3 \Longrightarrow X = 12,6$$

ومنه نقطة الوازن الوسطية هي:

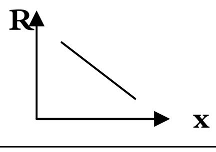
وعليه يكون لدينا:

- أثر الإحلال (es) هو: $es = x2 - x1 \Longrightarrow es = 12,6 - 10 \Longrightarrow es = 2,6$
- أثر الدخل (er) هو: $er = x3 - x2 \Longrightarrow es = 20 - 12,6 \Longrightarrow es = 7,4$
- الأثر الكلي (eT) هو: $eT = es + er \Longrightarrow eT = 2,6 + 7,4 \Longrightarrow eT = 10$

النتيجة: بما أن الأثرين (أثر الدخل وأثر الإحلال) لهما نفس الاتجاه الموجب؛ فالسلعة X سلعة عادية.

جواب التمرين الثاني:

تحديد طبيعة السلعة (x) أو العلاقة بين (x) و (y) بملأ الفراغات في الجدول التالي:

المعادلة	طبيعة السلعة (x)؛ أو العلاقة بين x و y
$e_{xx} > 0$	السلعة X سلعة قيفن؛
$e_{xy} = 0$	السلعتين (x) و(y) سلعتين مستقلتين عن بعضيهما
$0 < e_{xR} < 1$	السلعة (x) سلعة ضرورية
$e_S < 0$ و $e_R < 0$	السلعة (x) سلعة عادية؛ لان كل من أثري الدخل والإحلال لهما نفس الاتجاه
$e_R > 0$ مع $\lvert e_S \rvert < \lvert e_R \rvert$	السلعة (x) سلعة قيفن
	السلعة (x) سلعة دنيا (رديئة)؛ لأنه كلما زاد الدخل قلت الكمية المطلوبة من x

جواب التمرين الثالث:

تصحيح المعادلات الخاطئة في التمرين.

الرقم	المعادلة الخاطئة	التصحيح
1	معادلة مضاعف لاغرانج: $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{dR}}{\boldsymbol{dU}}$	معادلة مضاعف لاغرانج هي: $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{dU}}{\boldsymbol{dR}}$
2	شرط نهاية التبادل: $\frac{UMX}{UMY}(A) \neq \frac{UMX}{UMY}\ (B)$	شرط نهاية التبادل هو: $\frac{UMX}{UMY}(A) = \frac{UMX}{UMY}\ (B)$
3	المعدل الحدي للإحلال: $TMS = f'X - f'Y$	المعدل الحدي للإحلالهو: $TMS = f'X / f'Y$
4	القانون الثاني لقوسن: $\frac{\text{UMx}}{\text{P}y} \neq \frac{\text{UMy}}{\text{Px}}$	القانون الثاني لقوسن هو: $\frac{\text{UMx}}{\text{P}x} = \frac{\text{UMy}}{\text{Py}}$
5	المرونة التقاطعية: $exy = \left(\frac{}{dx}\right).(\frac{x}{y})$	المرونة التقاطعية هي: $exy = \left(\frac{}{dPy}\right).(\frac{Py}{X})$
6	معادلة سلاتسكي: $ET = es - er$	معادلة سلاتسكي هي: $ET = es + er$

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2016–

التمرين الأول:(10 نقاط)

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = (Y - 1)X$

المطلوب:

1- أوجد معادلة الطلب على السلعتين X و Y ؛ ماذا تلاحظ؟.

2- أحسب المرونات المباشرة والدخلية والتقاطعية، مع تفسير النتائج؛ عند . R =7 و Px=9 , Py=1

3- ما هي التغيرات في كمية X و Y عند انخفاض سعر السلعة X بـ 6 وحدات.

4- حدد رياضياً وبيانياً أثر الدخل (er)، وأثر الإحلال (es).

التمرين الثاني:(10 نقاط)

إذا كانت لديك دالة المنفعة التالية: $U = YX + 20$

المطلوب:

1- حدد معادلة الاستهلاك والدخل.

2- حدد معادلة منحنى انجل للسلعة x، ثم حدد طبيعتها.

3- أوجد نقطة التوازن؛ عند . R =20 و Px= Py =1

4- إذا قررت الحكومة رفع سعر السلعة x إلى px=2؛

- حدد قيمة التدعيم (الدخل الإضافي الاسمي) اللازم لكي يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء.

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2016–

جواب التمرين الأول:

لدينا دالة المنفعة هي: $U = (Y-1)X$

1– تحديد دالتي الطلب على السلعتين X و Y:

معادلة الطلب على لسلعة X هي دالة لدخل؛ أي أن $X = \int(R)$ و $Y = \int(R)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = (Y-1)X + 4 + \boldsymbol{\lambda}(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Y - 1 - \boldsymbol{\lambda}Px = 0$$

$$L'y = X - \boldsymbol{\lambda}Py = 0$$

$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\Longrightarrow \frac{y-1}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $(Y-1)Py = XPx$

بحيث: $Y = \frac{\mathrm{XPx-Py}}{Py}$ و $X = \frac{(Y-1)Py}{Px}$

وبتعويض y في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + \left(\frac{\mathrm{XPx-Py}}{Py}\right)Py$$

$$\Longrightarrow R = XPx + XPx - Py$$

$$\Longrightarrow R = 2XPx - Py$$

$X = \frac{\mathrm{R-Py}}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة x.

وبنفس الطريقة وبتعويض x في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = \left(\frac{(Y-1)Py}{Px}\right)Px + YPy$$

$$\Longrightarrow R = (Y-1)Py + YPy$$

$$\Longrightarrow R = 2YPy - Py$$

$Y = \frac{\mathrm{R-Py}}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة Y.

الملاحظة: نلاحظ أن السلعة X غير مستقلة عن سعر السلعة Y بينما السلعة Y مستقلة عن سعر السلعة X.

2– حساب المرونات المباشرة والدخلية والتقاطعية، مع تفسير النتائج؛ عند . R =7 و Px=9 , Py=1

أ المرونة المباشرة لكل سلعة:

أ–**1**– المرونة المباشرة للسلعة X: $\boldsymbol{e_{xx}} = \frac{\Delta}{\Delta \boldsymbol{Px}} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{X}}$

لدينا من السؤال السابق: $X = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{xx}} = \frac{\boldsymbol{\Delta x}}{\boldsymbol{\Delta Px}} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{X}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{xx}} = \frac{\boldsymbol{(0)}-\boldsymbol{2}(\text{R}-\text{Py})}{(\boldsymbol{2Px})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{X}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xx}} = \frac{-\boldsymbol{2}(\text{R}-\text{Py})}{(\boldsymbol{2Px})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{\frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px}}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xx}} = \frac{-\boldsymbol{2}(\text{R}-\text{Py})}{(\boldsymbol{2Px})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}(2Px)}{\text{R}-\text{Py}}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xx}} = -\boldsymbol{1}$$

التفسير: عند تغير(زيادة) السعر بـ 1% يؤدي إلى تغير (انخفاض) الكمية بـ 1%.

أ–ب– المرونة المباشرة للسلعة Y: $\boldsymbol{e_{yy}} = \frac{\boldsymbol{\Delta Y}}{\boldsymbol{\Delta Py}} \cdot \frac{\boldsymbol{Py}}{\boldsymbol{Y}}$

لدينا من السؤال السابق: $Y = \frac{\text{R}-\text{Py}}{Y=\frac{\text{R}-\text{Py}}{2Py}}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{yy}} = \frac{\boldsymbol{\Delta Y}}{\boldsymbol{\Delta Py}} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{Y}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{yy}} = \frac{(-\boldsymbol{1})(2Py)-\boldsymbol{2}(\text{R}-\text{Py})}{(\boldsymbol{2Py})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Py}}{Y}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{yy}} = \frac{-2Py-\boldsymbol{2}(\text{R}-\text{Py})}{(\boldsymbol{2Py})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Py}}{\frac{\text{R}-\text{Py}}{2Py}}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{yy}} = \frac{-\boldsymbol{2}\text{R}}{(\boldsymbol{2Py})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Py}(2Py)}{\text{R}-\text{Py}}$$

وعند التعويض نجد:

$$\boldsymbol{e_{yy}} = \frac{-\boldsymbol{2}(7)}{(\boldsymbol{2})^2} \cdot \frac{(2)}{7-1}$$

$$\boldsymbol{e_{xx}} = -\frac{\boldsymbol{7}}{6} = -\boldsymbol{1{,}16}$$

التفسير: عند تغير(زيادة) السعر بـ 1% يؤدي إلى تغير (انخفاض) الكمية بـ **1,16**%.

طريقة ثانية في حساب المرونة المباشرة للسلعتين:

1 المرونة المباشرة للسلعة X: $\boldsymbol{e_{xx}} = \frac{\Delta}{\boldsymbol{\Delta Px}} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{X}}$

لدينا من السؤال السابق: $X = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{7-1}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{6}{2Px}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{xx}} = \frac{\boldsymbol{\Delta x}}{\boldsymbol{\Delta Px}} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{X}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{xx}} = \frac{\boldsymbol{(0)}-\boldsymbol{2}(6)}{(\boldsymbol{2Px})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}}{\frac{6}{2Px}}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xx}} = \frac{-\boldsymbol{2}(6)}{(\boldsymbol{2Px})^2} \cdot \frac{\boldsymbol{Px}(2Px)}{6}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xx}} = \frac{-\boldsymbol{2}(6)}{\boldsymbol{4}(\boldsymbol{Px})^2} \cdot \frac{2(\boldsymbol{Px})^2}{6}$$

وبعد عملية الاختزال نجد: $\boldsymbol{e_{xx}} = -\boldsymbol{1}$

التفسير: عند تغير(زيادة) السعر بـ 1% يؤدي إلى تغير (انخفاض) الكمية بـ 1%.

ب- المرونة المباشرة للسلعة Y: $e_{yy} = \frac{\Delta Y}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{Y}$

لدينا من السؤال السابق: $Y = \frac{7-\text{Py}}{2Py}$ $\quad Y = \frac{7-1}{2Py}$ $\quad Y = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Py}$

ومنه: $e_{yy} = \frac{(-1)(2Py)-2(7-\text{Py})}{(2Py)^2} \cdot \frac{Py}{Y} \Longrightarrow e_{yy} = \frac{\Delta Y}{\Delta Py} \cdot \frac{Px}{Y}$

$$\Longrightarrow e_{yy} = \frac{-2Py-2(7-\text{Py})}{(2Py)^2} \cdot \frac{Py}{\frac{7-\text{Py}}{2Py}}$$

$$\Longrightarrow e_{yy} = \frac{-2(7)}{(2Py)^2} \cdot \frac{Py(2Py)}{7-\text{Py}}$$

$$\Longrightarrow e_{yy} = \frac{-2(7)}{4(Py)^2} \cdot \frac{2(Py)^2}{7-\text{Py}}$$

وبعد عملية الاختزال نجد: $e_{yy} = \frac{-7}{7-\text{Py}}$

وعند التعويض نجد: $e_{yy} = \frac{-7}{7-1}$

$$e_{xx} = -\frac{7}{6} = -1{,}16$$

التفسير: عند تغير(زيادة) السعر بـ 1% يؤدي الى تغير (انخفاض) الكمية بـ **1,16**%.

ب- مرونة التقاطع:

ج- مرونة التقاطع: $e_{xy} = \frac{\Delta}{\Delta py} \cdot \frac{Py}{X}$

نفس الشيء لدينا: $X = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px}$

ومنه: $. e_{xy} = \frac{(-1)Py-(0)}{(2Px)^2} \cdot \frac{Px}{\frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px}} \Longrightarrow e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{X}$

$$. e_{xy} = -\left[\frac{Py}{(2Px)^2} \cdot \frac{2(Px)^2}{\text{R}-\text{Py}}\right]$$

التفسير: بما أن $_{xy} < 0$ **فالسلعة y مكملة للسلعة x**.

د- المرونة الدخلية للسلعة X: $e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}$

نفس الشيء لدينا: $X = \frac{\text{R}-1}{18} \Longleftarrow X = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px}$

ومنه: $e_{xR} = \frac{R}{R-1} \Longleftarrow e_{xR} = \frac{1(18)}{(18)^2} \cdot \frac{R}{\frac{R-1}{18}} \Longleftarrow e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}$

التفسير: بما أن $_{xR} > 1$ **فالسلعة X سلعة كمالية**.

د-2- المرونة الدخلية للسلعة **Y**: $e_{YR} = \frac{\Delta Y}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Y}$

نفس الشيء لدينا: $Y = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2PY} \Longrightarrow Y = \frac{\text{R}-1}{2}$

ومنه: $e_{YR} = \frac{\Delta Y}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Y} \Longrightarrow e_{YR} = \frac{1(2)}{(2)^2} \cdot \frac{R}{\frac{R-1}{2}} \Longrightarrow e_{YR} = \frac{R}{R-1}$

التفسير: بما أن $_{YR} > 1$ **فالسلعة Y سلعة كمالية.**

3- التغيرات في كمية X و Y عند انخفاض السعر Px بـ 6 وحدات؛ أي عند R =7 . Py=1 , Px=3

لدينا في السؤال الاول:

$$X = 1 \Longleftarrow X = \frac{7-1}{2(3)} \Longleftarrow X = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px}$$

$$Y = 3 \Longleftarrow Y = \frac{7-1}{2(1)} \Longleftarrow Y = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Py}$$

4- حساب أثري الإحلال والدخل:

أ- نقطة التوازن قبل تغير السعر:

لدينا من السؤال الثاني معادلتي X و Y:

$$\text{X1} = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Px} \Longrightarrow \text{X1} = \frac{7-1}{2(9)} \Longrightarrow \mathbf{X1 = 0,33}$$

$$\text{Y1} = \frac{\text{R}-\text{Py}}{2Py} \Longrightarrow \text{Y1} = \frac{7-1}{2(1)} \Longrightarrow \mathbf{Y1 = 3}$$

$$\text{U1} = (Y-1)X \Longrightarrow \text{U1} = (3-1)(0,33) \Longrightarrow \mathbf{U1 = 0,66}$$

ومنه: نقطة التوازن قبل تغير السعر هي:

ب- نقطة التوازن بعد تغير السعر:

لدينا من سؤال الاول : $Y = \frac{\text{XPx}-\text{Py}}{Py} \Longrightarrow Y = \frac{3\text{X}-1}{1} \Longrightarrow Y = 3\text{X} - 1$

وبتعويض $Y = 3\text{X} - 1$ في الدخل نجد:

$$\text{R} = \text{XPx} + \text{YPy} \Longrightarrow 7 = \text{X}(3) + (3\text{X}-1)(1) \Longrightarrow X_3 = \frac{8}{6} = 1,33$$

ومنه: نقطة التوازن بعد تغير السعر هي:

ج- نقطة التوازن الوسطية:

لدينا من النقطة السابقة $Y = 3X - 1$

وبتعويض $Y = 3X - 1$ في دالة المنفعة U نجد: $U_1 = U_2 = 0,66 = (Y-1)X$

$$U_1 = U_2 = 0,66 = YX - X$$

$$0,66 = (3X-1)X - X \Longrightarrow 0,66 = 3X^2 - 2X$$

ومنه نقطة الوازن الوسطية هي:

وعليه يكون لدينا:

- **أثر الإحلال** (es) **هو:** $es = 2,6 \Longrightarrow es = 12,6 - 10 \Longrightarrow es = x2 - x1$
- **أثر الدخل** (**er**) **هو:** $es = 7,4 \Longrightarrow es = 20 - 12,6 \Longrightarrow er = x3 - x2$
- **الأثر الكلي** (**eT**) **هو:** $eT = 10 \Longrightarrow eT = 2,6 + 7,4 \Longrightarrow eT = es + er$

جواب التمرين الثاني:

إذا كانت دالة المنفعة التالية: $U = YX + 20$

1- تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل:

معادلة منحنى الاستهلاك والدخل هي دالة لسلعة X؛ أي أن $Y = \int(X)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = XY + 20 + \lambda(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Y - \lambda Px = 0$$

$$L'y = X - \lambda Py = 0$$

$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\Longrightarrow \frac{y}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx \ldots\ldots\ldots (*)$

ومن نجد: $Y = \frac{XPx}{Py}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

2- تحديد معادلة أنجل للسلعتين X:

لدينا من السؤال الأول: $YPy = XPx$ ... (*)وبتعويضها في معادلة(3) الدخل نجد: R = XPx + YPy

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = X(Px) + X(Px) \Longrightarrow R = 2XPx$$

$X = \frac{R}{2Px}$ وهي معادلة أنجل للسلعة (X).

تحديد طبيعة السلعة x .

لتحديد طبيعة السلعة نحسب المرونة الدخلية للسلعة X: $e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}$

لدينا: $X = \frac{R}{2Px}$

ومنه: $e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X} \Longrightarrow e_{xR} = \frac{1(2Px)}{(2Px)^2} \cdot \frac{R}{\frac{R}{2Px}} \Longrightarrow e_{xR} = \frac{(2Px)}{(2Px)^2} \cdot \frac{R(2Px)}{R}$

$$e_{xR} = 1$$

التفسير: بما أن $_{xR} = 1$ **فالسلعة X سلعة عادية.**

3- أيجاد نقطة التوازن؛ عند . R =20 و Px= Py =1

لدينا من السؤال الثاني:

$$X = \frac{R}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{20}{2(1)} \Longrightarrow \boxed{X = 10}$$

و لدينا من السؤال الأول:

$$Y = \frac{XPx}{Py} \Longrightarrow Y = \frac{10(1)}{(1)} \Longrightarrow \boxed{Y = 10}$$

و لدينا من المعادلة الأولى في الاشتقاق:

$$Y = \lambda Px \Longrightarrow \lambda = \frac{Y}{Px} \Longrightarrow \lambda = \frac{10}{1} \Longrightarrow \boxed{\lambda = 10}$$

و لدينا من المعادلة الأولى في الاشتقاق:

$$U = YX + 20 \Longrightarrow U = (10)(10) + 20 \Longrightarrow \boxed{U = 120}$$

4- تحديد قيمة التدعيم (الدخل الإضافي الاسمي) اللازم لكي يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء. إذا قررت الحكومة رفع سعر السلعة x إلى px=2؛

الآن في هذه الحالة المستهلك يبحث في كيفية المحافظة على نفس المنفعة السابقة المكتسبة من السلعتين x و y قبل ارتفاع السعر Px.

- هذه الحالة تسمى " شرط المحافظة على نفس المنفعة" عكس الحالة السابقة والتي تسمى شرط تعظيم المنفعة.

- شرط المحافظة على نفس المنفعة تكتب من الشكل:

ومنه عند عملية الاشتقاق نجد:

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = Px - \boldsymbol{\lambda} Y = 0$$

$$L'y = Py - \boldsymbol{\lambda} X = 0$$

$$L'\boldsymbol{\lambda} = 100 - YX = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{Px}{Py} = \frac{Y}{X}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx \ldots\ldots\ldots (*)$

$$Y = \frac{XPx}{Py}$$

وبتعويض $Y = \frac{XPx}{Py}$ في المعادلة (3) نجد:

$$100 - YX = 0 \Longrightarrow 100 = YX \Longrightarrow 100 = X(\frac{XPx}{Py})$$

$$\Longrightarrow 100 = X^2(\frac{Px}{Py})$$

$$\Longrightarrow 100 = X^2(\frac{2}{1})$$

$$\Longrightarrow 100 = 2X^2$$

$$\Longrightarrow 50 = X^2$$

ومنه: $X = 7$ وبالتعويض في Y نجد: $Y = \frac{XPx}{Py}$ $Y = \frac{7(2)}{1}$

$$Y = 14$$

- ومنه بتعويض قيم X و Y الجديدتين في معادلة الدخل نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = 7(2) + 14(1) \Longrightarrow R = 28$$

وهو قيمة الدخل اللازم لكي يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء. إذا قررت الحكومة رفع سعر السلعة x إلى px=2؛

- الدخل الإضافي = الدخل الجديد – الدخل السابق

أي أن: $\Delta \boldsymbol{R} = \boldsymbol{R_2} - \boldsymbol{R_1}$

ومنه الدخل الإضافي هو: $\Delta \boldsymbol{R} = \boldsymbol{8} \Longleftarrow \Delta \boldsymbol{R} = \boldsymbol{28 - 20} \Longleftarrow \Delta \boldsymbol{R} = \boldsymbol{R_2} - \boldsymbol{R_1}$

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2015–

التمرين الأول: (**12 نقطة**)

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = 5\sqrt{X}\ \sqrt{Y}+4$

المطلوب:

1- أوجد دالة منحنى السواء، وهل شكل المنحنى مقعر؟، أثبت ذلك؛

2- حدد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل؛ ما ذا تلاحظ؟.

3- احسب المعدل الحدي للإحلال، وفسر معناه؛ ثم ما هو الفرق بين الإحلال والتبادل؟.

4- أوجد دوال الطلب على السلعتين (X) و(Y)، ماذا تلاحظ؟.

5- باستعمال قانون قوسن حدد نقطة التوازن، عند: Py=2 .Px=1؛ و دخل المستهلك هو: R=10

مع رسم بياني يوضح ذلك.

5- احسب قيمة معامل لاعرانج، وفسر معناه الاقتصادي؛ ثم أثبت معادلته.

التمرين الثاني: (**5 نقاط**).

إذا كانت دالة الطلب على السلعة X كما يلي: $\boldsymbol{X = \frac{13Py^{0,2}\ R^{0,4}}{2\ Px^{0,7}}}$

بحيث أن: R هو الدخل ، و Px وPy هما أسعار السلع x وy.

المطلوب:

1- هل السلعة x من نوع قيفن(giffen)؟. لماذا؟. حدد نوعيتها في الحالة المعاكسة.

2- ما هو الفرق بين سلعة دنيا وسلعة قيفن؟.

3- حدد العلاقة بين السلعتين x و y؛ مع تبرير الإجابة.

4- ما ذا تعني سلعة من نوع فابلان (veblen).

التمرين الثالث: (**3 نقاط**).

يكون الطلب على تذاكر مباراة كرة القدم 12000 وحدة عند سعر px=12

وعند ارتفاع السعر بنسبة 25% ينخفض الطلب على التذاكر إلى 11053 وحدة.

المطلوب:

1- احسب المرونة السعرية، وفسر معناها.

2- استخرج معادلة دالة الطلب على التذاكر، بافتراض ان شكل خطي (دالة خطية).

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I

– جانفي 2015–

جواب التمرين الأول:

لدينا دالة المنفعة هي: $U = 5\sqrt{X}\,\sqrt{Y}+4$

1– تحديد معادلة منحنى السواء:

معادلة منحنى السواء هي دالة للمنفعة؛ أي أن $Y = \int(U)$

ومنه من دالة المنفعة السابقة نجد: $U = 5\sqrt{X}\,\sqrt{Y}+4 \qquad U - 4 = 5\sqrt{X}\sqrt{Y}$

وبتربيع الطرفين نجد: $(U-4)^2 = 25XY$

ومنه $Y = \frac{(U-4)^2}{25X}$ وهي دالة منحنى السواء.

– شكل منحنى السواء محدب نحو الزاوية وليس مقعر.

الإثبات:

منحنى السواء محدب $\Longleftarrow$ مشتق (TMS) اقل من الصفر ($dTMS < 0$)

– لدينا عند التوازن: $\mathrm{TMSxy} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}$

$$d\mathrm{TMSxy} = (\mathrm{TMS})'\mathrm{d_x} + (\mathrm{TMS})'\mathrm{d_y} \Longrightarrow d\mathrm{TMSxy} = \left(\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}\right)'\mathrm{d_x} + \left(\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}\right)'\mathrm{d_y}$$

$$\Longrightarrow d\mathrm{TMSxy} = \frac{-\mathrm{Y}}{\mathrm{x}^2}\mathrm{d_x} + \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2}\mathrm{d_y}$$

وبقسمة المعادلة على ($\mathrm{d_x}$) نجد:

$$d\mathrm{TMSxy} = \frac{-\mathrm{Y}}{\mathrm{x}^2}\left(\frac{\mathrm{d_x}}{\mathrm{d_x}}\right) + \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2}\left(\frac{\mathrm{d_y}}{\mathrm{d_x}}\right)$$

$$\Longrightarrow d\mathrm{TMSxy} = \frac{-\mathrm{Y}}{\mathrm{x}^2} + \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2}\left(\frac{\mathrm{d_y}}{\mathrm{d_x}}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$$

ولدينا من القانون $\mathrm{TMSxy} = -\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}}$

$$\Longrightarrow -\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}}$$

$$\Longrightarrow \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = -\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}}\ \ldots\ldots\ldots(**)$$

ومنه بتعويض المعادلة (**) في المعادلة(*) نجد:

$$d\mathrm{TMSxy} = \frac{-\mathrm{Y}}{\mathrm{x}^2} + \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2}\left(-\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}}\right)$$

$$\Longrightarrow d\mathrm{TMSxy} = \frac{-\mathrm{Y}}{\mathrm{x}^2} - \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{x}^2}$$

$$\Longrightarrow \quad d\text{TMSxy} = \frac{-2\text{Y}}{\text{x}^2} < 0$$

وبالتالي منحنى السواء محدب نحو الزاوية (نحو نقطة الأصل).

2- تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل:

معادلة منحنى الاستهلاك والدخل هي دالة لسلعة X؛ أي أن $Y = \int(X)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = 5\sqrt{X}\sqrt{Y} + 4 + \lambda(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = \frac{5\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}} - \lambda Px = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد:

$$L'y = \frac{5\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}} - \lambda Py = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\frac{5\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}}{\frac{5\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}}} = \frac{Px}{Py}$$

$$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0$$

ومنه $\frac{\text{Y}}{\text{X}} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx \ldots\ldots\ldots (*)$

ومن نجد: $Y = X.\frac{Px}{Py}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

الملاحظة:

3- حساب المعدل الحدي للاحلال TMS :

لدينا: $\text{TMSxy} = -\frac{\Delta\text{y}}{\Delta\text{x}} = \frac{\delta\text{x}}{\delta\text{y}} = \frac{\text{UMx}}{\text{Umy}} = \frac{\text{px}}{\text{py}}$

ومنه: $\text{TMS} = \frac{\delta\text{x}}{\delta\text{y}} = \frac{\frac{5\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}}{\frac{5\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}}} = \frac{\text{Y}}{\text{X}}$

التفسير: المستهلك يتخلى عن وحدة واحدة من Y ويعوضها بوحدة واحدة من X مع البقاء على نفس منحنى السواء.

- **الفرق بين الإحلال والتبادل:**

يتمثل الفرق بين الإحلال والتبادل في نقطتين أساسيتين هما:

أ- التبادل يكون (يتم) بين طرفين (شخصين) بينما الإحلال يقوم به شخص (مستهلك) واحد.

ب- التبادل يكون بهدف تحسين وزيادة المنفعة، بينما الإحلال يكون بهدف المحافظة على نفس المنفعة.

4- تحديد دوال الطلب على السلعتين X و Y:

كل من معادلة الطلب على لسلعة X و y هي دالة لدخل؛ أي أن $X = \int(R)$ و $Y = \int(R)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = 5\sqrt{X}\sqrt{Y} + 4 + \lambda(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق ومن السؤال الأول لدينا: $YPy = XPx \ldots\ldots\ldots (*)$

وبتعويض المعادلة (*)في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + XPx \Longrightarrow R = 2XPx$$

ومنه $X = \frac{R}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة x.

وبنفس الطريقة وبتعويض المعادلة (*) في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + YPy \Longrightarrow R = 2YPy$$

ومنه $Y = \frac{R}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

الملاحظة: نلاحظ أن السلعة X مستقلة عن سعر السلعة Y، ونفس الشيء السلعة Y مستقلة عن سعر السلعة X.

5- تحديد نقطة التوازن:

تحديد نقطة التوازن باستخدام قانون قوسن الثاني عند: Px=1 و Py=2 و R=10

- **باستخدام قانون قوسن الثاني:** $\frac{UMX}{UMY} = \frac{Px}{Py}$

نجد: $$\frac{\frac{5\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}}{\frac{5\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}}} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{Y}{x} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow Xpx = 2Ypy$$

وبالتعويض في معادلة الدخل (R) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + YPy \Longrightarrow R = 2YPy$$

$$\Longrightarrow Y = \frac{R}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{10}{2(2)}$$

وبالتالي نقطة التوازن هي:

$$Y = \frac{R}{2Py} \rightarrow Y = \frac{10}{2(2)} \rightarrow X = 2{,}5$$

$$X = \frac{R}{2Py} \rightarrow Y = \frac{10}{2(1)} \rightarrow X = 5$$

$$U = 5\sqrt{X}\sqrt{Y} + 4 \rightarrow Y = 5\sqrt{5}\sqrt{2{,}5} + 4 \rightarrow U = 27$$

- **حساب قيمة معامل لاغرانج**(λ):

لدينا من المعادلة (1) في السؤال الأول: $\frac{5\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}} = \lambda Px$

ومنه $\lambda = \frac{5\sqrt{Y}}{2Px\sqrt{X}} \Longrightarrow \lambda = \frac{5\sqrt{2,5}}{2(1)\sqrt{5}} \Longrightarrow \lambda = 1,76$

التفسير: المعامل (λ) يمثل المنفعة الحدية للدخل؛ بحيث كلما تغير الدخل بوحدة واحدة تتغير المنفعة بقيمة(λ) .

المعادلة : معادلة مضاعف لاغرانج هي: $\lambda = \frac{dU}{dR}$

جواب التمرين الثاني:

لدينا دالة الطلب على السلعة X كما يلي: $X = \frac{13Py^{0,2}\ R^{0,4}}{2\ Px^{0,7}}$

بحيث ان: R هو الدخل ، و Px وPy هما اسعار السلع x وy.

1- هل السلعة x من نوع قيفن(giffen)؟. ولماذا؟. حدد نوعيتها في الحالة المعاكسة.

أ- السلعة X ليست سعة قيفن.

لأنه من خلال دالة الطلب تظهر العلاقة العكسية بين الكمية وسعر السلعة، بحيث كلما زاد السعر (Px) تنخفض الكمية المطلوبة من السلعة X.

ب- تحديد طبيعتها:

لتحديد طبيعة السلعة x نحسب المرونة الدخلية بحيث: $e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}$

ومنه:

$$e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X} \Longrightarrow e_{xR} = \frac{(0,4)13Py^{0,2}\ R^{-0,6}}{(2\ Px^{0,7})^2} \cdot \frac{R}{X}$$

$$\Longrightarrow e_{xR} = \frac{(0,4)13Py^{0,2}\ R^{-0,6}}{(2\ Px^{0,7})^2} \cdot \frac{R}{\frac{13Py^{0,2}\ R^{0,4}}{2\ Px^{0,7}}}$$

$$\Longrightarrow e_{xR} = \frac{(0,4)13Py^{0,2}\ R^{-0,6}}{(2\ Px^{0,7})^2} \cdot \frac{R.(2\ Px^{0,7}}{13Py^{0,2}\ R^{0,4}}$$

وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $e_{xR} = 0,4$

ومنه $1 < (e_{xR} = 0,4) < 0$ وبالتالي السلعة **X** سلعة ضرورية (أساسية).

2- الفرق بين سلعة دنيا وسلعة قيفن.

الفرق بين السلعة الدنيا(الرديئة) وسلعة قيفن؛ هو

- في السلعة الدنيا تكون العلاقة عكسية بين الدخل والكمية المطلوبة من السلعة.
- وفي سلعة قيفن تكون العلاقة طردية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها.

3- تحديد العلاقة بين السلعتين x و y؛ مع تبرير الإجابة.

لتحديد العلاقة ببين السلعتين نحسب مرونة التقاطع: $e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta py} \cdot \frac{Py}{X}$

ومنه: $e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{X} \Longrightarrow e_{xy} = \frac{(0,2)13\text{Py}^{-0,8}\ \text{R}^{0,4}}{(2\ \text{Px}^{0,7})^2} \cdot \frac{Py}{X}$

$$\Longrightarrow e_{xy} = \frac{(0,2)13\text{Py}^{-0,8}\ \text{R}^{0,4}}{(2\ \text{Px}^{0,7})^2} \cdot \frac{Py}{\frac{13\text{Py}^{0,2}\ \text{R}^{0,4}}{2\ \text{Px}^{0,7}}}$$

$$\Longrightarrow e_{xy} = \frac{(0,2)13\text{Py}^{-0,8}\ \text{R}^{0,4}}{(2\ \text{Px}^{0,7})^2} \cdot \frac{Py(2\ \text{Px}^{0,7})}{13\text{Py}^{0,2}\ \text{R}^{0,4}}$$

وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $e_{xy} = 0,2$

ومنه $0 < e_{xy} = 0,2$ وبالتالي السلعة **y** مكملة للسلعة **x**.

4- ما ذا تعني سلعة من نوع فابلان (veblen).

سلعة فابلان تعني سلعة التفاخر و الرفاهية المبالغ فيها؛ مثل عطور المشاهير الثمينة؛ ومثل ساعات الشخصيات الفاخرة .....الخ.

جواب التمرين الثالث:

1- احسب المرونة السعرية لدالة الطلب على التذاكر.

لدينا من قانون المرونة المباشرة $e_{xx} = \frac{\Delta x}{\Delta Px} \cdot \frac{Px}{X}$

ومنه $e_{xx} = \frac{X_2 - X_1}{Px_2 - Px_1} \cdot \frac{Px}{X} \Longrightarrow e_{xx} = \frac{12000-11053}{15-12} \cdot \frac{12}{12000}$

$$\Longrightarrow e_{xx} = -0,3$$

التفسير: عند ارتفاع (تغير) السعر () بـ25% تنخفض (تتغير) الكمية المطلوبة من السلعة بـ 30%.

2- استخرج معادلة دالة الطلب على التذاكر، بافتراض أن شكل خطي (دالة خطية).

نعلم أن دالة الطلب الخطية تكتب من الشكل: $dx = a - bPx$

ولدينا عند:

وبطرح المعادلة (2) من المعادلة(1) نجد:

$$947 = 3b \Longrightarrow b = 315,66$$

وبالتعويض نجد: $a = 15788$

ومنه تكون دالة الطلب هي: $dx = 15788 - 315,6Px$

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
- فيفري 2014-

التمرين الأول: (**11 نقطة**) .

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما على الشكل التالي: $\mathcal{U} = \frac{7}{2}\mathcal{X}^{1/2}\sqrt{\mathcal{Y}}$ **+7**

المطلوب:

1- استخرج دالة منحنى السواء، ودالة منحنى الاستهلاك-الدخل.

2- اوجد دوال الطلب على السلعتين $\mathcal{X}$ و $\mathcal{Y}$.

3- حدد نقطة توازن المستهلك إذا كان: $\mathcal{R} = 100$, $\rho\mathcal{Y} = 2$, $\rho\mathcal{X} = 1$

4- فسر معنى المعامل ($\boldsymbol{\lambda}$) ، وأثبت بصفة عامة أن: $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{dU}}{\boldsymbol{dR}}$

5- احسب المعدل الحدي للإحلال $\mathcal{TMS}$ وفسر معناه الاقتصادي. ثم أذكر وجهتين للاختلاف بين للإحلال والتبادل.

التمرين الثاني: (**3 نقطة**) .

إذا كانت مرونة الطلب السعرية للسلعة $\mathcal{X}$ تساوي (-2) و السعر $\rho\mathcal{X}$=10 و الكمية المطلوبة عند هذا السعر هي ($\mathcal{X}$=1000).

1- فما هو الطلب المتوقع إذا انخفض السعر $\rho\mathcal{X}$ بثلاثة وحدات؟.

2- هل هذه السلعة (السلعة $\mathcal{X}$) تخضع لقانون الطلب؟ برر ذلك.

التمرين الثالث: (**6 نقطة**) .

إذا كانت دالة الطلب على السلعة B كما يلي: $\mathrm{B} = \frac{13(PA^{0.2})R^{0.4}}{2PB^{0.7}}$

المطلوب: 1- هل السلعة B من نوع قيفن (giffen) ؟. لماذا.

2- حدد نوعيتها في الحالة المعاكسة.

3- حدد العلاقة بين السلعتين A و B مع تبرير الإجابة.

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I

- فيفري 2014-

جواب التمرين الأول:

لدينا دالة المنفعة هي: $U = \frac{7}{2}\sqrt{X}\ \sqrt{Y}+7 \Longrightarrow U = \frac{7}{2}\mathcal{X}^{1/2}\sqrt{\mathcal{Y}}\ \mathbf{+7}$

1- تحديد معادلة منحنى السواء:

معادلة منحنى السواء هي دالة للمنفعة؛ أي أن $Y = \int(U)$

ومنه من دالة المنفعة السابقة نجد: $U = \frac{7}{2}\sqrt{X}\ \sqrt{Y}+7 \Longrightarrow U - 7 = \frac{7}{2}\sqrt{X}\sqrt{Y}$

$$\Longrightarrow (U-7).2 = 7\sqrt{X}\sqrt{Y}$$

وبتربيع الطرفين نجد: $\Longrightarrow (2U-14)^2 = 49XY$

ومنه $Y = \frac{(2U-14)^2}{49X}$ وهي دالة منحنى السواء.

- تحديد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل:

معادلة منحنى الاستهلاك والدخل هي دالة لسلعة X؛ أي أن $Y = \int(X)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = \frac{7}{2}\sqrt{X}\sqrt{Y} + 7 + \boldsymbol{\lambda}(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = \frac{7\sqrt{Y}}{4\sqrt{X}} - \boldsymbol{\lambda}Px = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد:

$$L'y = \frac{7\sqrt{X}}{4\sqrt{Y}} - \boldsymbol{\lambda}Py = 0 \Longrightarrow \frac{\frac{7\sqrt{Y}}{4\sqrt{X}}}{\frac{7\sqrt{X}}{4\sqrt{Y}}} = \frac{Px}{Py}$$

$$L'\boldsymbol{\lambda} = R - XPx - YPy = 0$$

ومنه $\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx \ldots\ldots\ldots (*)$

ومن نجد: $Y = X.\frac{Px}{Py}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل.

2- تحديد دوال الطلب على السلعتين X و Y:

من السؤال الأول لدينا: $YPy = XPx \ldots\ldots\ldots (*)$

وبتعويض المعادلة (*)في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + XPx \Longrightarrow R = 2XPx$$

ومنه $X = \frac{\mathrm{R}}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة X.

وبنفس الطريقة وبتعويض المعادلة (*) في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + YPy \Longrightarrow R = 2YPy$$

ومنه $Y = \frac{R}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة y.

3- حدد نقطة توازن المستهلك إذا كان: $\rho\mathcal{X} = 1,\ \rho\mathcal{Y} = 2,\ \mathcal{R} = 100$

لدينا في السؤال السابق ومن دوال الطلب:

$$X = \frac{R}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{100}{2(1)} \Longrightarrow X = 50$$

$$Y = \frac{R}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{100}{2(2)} \Longrightarrow Y = 25$$

ولدينا من المعادلة (1) في الاشتقاق

$$\frac{7\sqrt{Y}}{4\sqrt{X}} = \lambda Px \Longrightarrow \lambda = \frac{4Px\sqrt{X}}{7\sqrt{Y}} \Longrightarrow \lambda = \frac{4(1)\sqrt{50}}{7\sqrt{25}} \Longrightarrow \lambda = 0,4$$

ولدينا من المعادلة المنفعة

$$U = \frac{7}{2}\sqrt{X}\sqrt{Y} + 7 \Longrightarrow U = \frac{7}{2}\sqrt{50}\sqrt{25} + 7 \Longrightarrow U = 130$$

وعليه فان نقطة التوازن هي: $X = 50$

4- تفسير المعامل (λ): يمثل المعامل (λ) المنفعة الحدية للدخل؛ بحيث كلما تغير الدخل بوحدة واحدة تتغير المنفعة بقيمة (λ).

- **إثبات أن** $\lambda = \frac{}{dR}$

أ- لدينا أن دالة المنفعة: $U = f(X.Y) \Longrightarrow dU = f'(X) + f'(Y)$

ب- ولدينا من اشتقاق لاغرانج: $L'x = f'(X) - \lambda Px = 0 \Longrightarrow f'(X) = \lambda Px$

و $L'y = f'(Y) - \lambda Py = 0 \Longrightarrow f'(Y) = \lambda Py$

وبتعويض (ب) في (أ) نجد: $dU = \lambda Px + \lambda Py$

$$\Longrightarrow dU = \lambda(Px + Py) \ ....(*)$$

ج- ولدينا من دالة الدخل: $R = XPx + YPy \Longrightarrow dR = R'x + R'y$

$$\Longrightarrow dR = Px + Py \ ....(**)$$

وعليه بقسمة المعادلة(*) على المعادلة(**) نجد: $\frac{dU}{dR} = \frac{\lambda(Px+Py)}{Px+Py}$

وعند الاختزال نجد: $\frac{dU}{dR} = \lambda$ **وهو المطلوب**

5- حساب المعدل الحدي للإحلال(TMS):

لدينا: $$TMSxy = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{UMx}{Umy} = \frac{px}{py}$$

ومنه: $$TMS = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{\frac{7\sqrt{Y}}{4\sqrt{X}}}{\frac{7\sqrt{X}}{4\sqrt{Y}}} = \frac{Y}{X}$$

التفسير: المستهلك يتخلى عن وحدة واحدة من Y ويعوضها بوحدة واحدة من X مع البقاء المنفعة ثابتة.

- الفرق بين الإحلال والتبادل:

يتمثل الفرق بين الإحلال والتبادل في نقطتين أساسيتين هما:

أ- التبادل يكون (يتم) بين طرفين (شخصين) بينما الإحلال يقوم به شخص (مستهلك) واحد.

ب- التبادل يكون بهدف تحسين وزيادة المنفعة، بينما الإحلال يكون بهدف المحافظة على نفس المنفعة.

جواب التمرين الثاني:

1- حجم الطلب المتوقع عند انخفاض السعر بثلاثة وحدات

إذاً لدينا عند: $Px = 10 \Longrightarrow X = 1000$

و $Px = 7 \Longrightarrow X = ؟$

كما لدينا من قانون المرونة المباشرة: $e_{xx} = \frac{\frac{\Delta}{X}}{\frac{\Delta Px}{Px}}$

وبالتالي: $$e_{xx} = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta Px}{Px}} \Longrightarrow \left(\frac{\Delta X}{X}\right) = e_{xx}\left(\frac{\Delta Px}{Px}\right)$$

$$\Longrightarrow (\Delta X) = e_{xx}\left(\frac{\Delta Px}{Px}\right)X$$

ومنه بالتعويض نجد: $$\Longrightarrow (\Delta X) = -2\left(\frac{-3}{10}\right)1000$$

$$\Longrightarrow (\Delta X) = 600$$

إذن: $$(\Delta X) = 600 \Longrightarrow (X_2 - X_1) = 600 \Longrightarrow X_2 = 600 + X_1$$

وعليه فان: $X_2 = 600 + 1000 = 1600$ وهو حجم الطلب على السلعة () عند انخفاض سعرها بثلاثة وحدات.

2- هل هذه السلعة (السلعة X) تخضع لقانون الطلب؟ برر ذلك.

نعم هذه السلعة تخضع لقانون الطلب: « العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة وسعر السلعة نفسها».

لأن: بعد انخفاض السعر (Px) من ($Px = 10$) الى ($Px = 7$) ارتفعت الكمية المطلوبة من السلعة (X) من ($X = 1000$) الى (1600).

جواب التمرين الثالث:

لدينا دالة الطلب على السلعة X كما يلي: $B = \frac{13(PA^{0.2})R}{2PB^{0.7}}$

بحيث ان: R هو الدخل ، و P_A و P_B هما اسعار السلع A وB.

1- السلعة B ليست سعة قيفن.

لأنه من خلال دالة الطلب تظهر العلاقة العكسية بين الكمية وسعر السلعة، بحيث كلما زاد السعر (P_B) تنخفض الكمية المطلوبة من السلعة B.

2- تحديد طبيعتها:

لتحديد طبيعة السلعة x نحسب المرونة الدخلية بحيث: $\boldsymbol{e_{BR} = \frac{\Delta B}{\Delta R} \cdot \frac{R}{B}}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{BR} = \frac{(1)13Py^{0,2}}{(2\ PB^{0,7})^2} \cdot \frac{R}{B}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{BR} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{B}}$

$$\boldsymbol{e_{BR} = \frac{13Py^{0,2}}{(2\ PB^{0,7})^2} \cdot \frac{R}{\frac{13Py^{0,2}\ R}{2\ PB^{0,7}}}}$$

$$\boldsymbol{e_{BR} = \frac{13Py^{0,2}}{(2\ PB^{0,7})^2} \cdot \frac{R.(2\ PB^{0,7}}{13Py^{0,2}\ R}}$$

وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $\boldsymbol{e_{BR} = 1}$

ومنه $\boldsymbol{e_{BR} = 1}$ وبالتالي السلعة **B** سلعة عادية.

2- تحديد العلاقة بين السلعتين A و B؛.

لتحديد العلاقة ببين السلعتين نحسب مرونة التقاطع: $\boldsymbol{e_{BA} = \frac{\Delta B}{\Delta pA} \cdot \frac{PA}{B}}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{BA} = \frac{(0,2)13PA^{-0,8}\ R}{(2\ PB^{0,7})^2} \cdot \frac{PA}{B}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{BA} = \frac{\Delta B}{\Delta pA} \cdot \frac{PA}{B}}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xy} = \frac{(0,2)13PA^{-0,8}\ R}{(2\ PB^{0,7})^2} \cdot \frac{PA}{\frac{13PA^{0,2}\ R}{2\ PB^{0,7}}}}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xy} = \frac{(0,2)13PA^{-0,8}\ R}{(2\ PB^{0,7})^2} \cdot \frac{PA(2\ PB^{0,7})}{13PA^{0,2}\ R}}$$

وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $\boldsymbol{e_{BA} = 0,2}$

ومنه $0 < \boldsymbol{e_{BA} = 0,2}$ وبالتالي السلعة **A** مكملة للسلعة **B**.

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2013–

التمرين الأول:(12 نقطة).

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = 2xy - x$

المطلوب:

1- أوجد دوال الطلب على السلعتين (x) و(y).

2- حدد نقطة التوازن جبرياً وبيانياً عند: Py=21 .Px=12؛ و دخل المستهلك هو: R=100

ثم بكم تتغير المنفعة الكلية عند تغير الدخل بوحدة نقدية واحدة.

ثم أثبت توفر شرط التوازن بصيغة قانون قوسن (GOSSEN).

3- أوجد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل (عند مستوى الاسعار السابقة).

4- حدد معادلة منحنى أنجل لكل سلعة، وهل العلتين X و Y سلع دنيا؟. لماذا؟. ثم حدد طبيعتها في الحالة المعاكسة.

5- حدد العلاقة بين السلعتين X و Y لو كانت دالة الطلب من الشكل: $\boldsymbol{X = \frac{24 \quad ^{5/4}}{Px^{1/2}\ Py^{-1/5}}}$

التمرين الثاني: (6 نقاط).

أجب بصحيح أو خطأ مع كتابة الإجابة الصحيحة في حالة الخطأ.

1- يتم اشتقاق منحنى الطلب من منحنى الاستهلاك والدخل؟.

2- تكون السلعتين x و y بديلتين عندما تكون مرونة التقاطع e_{xy} سالبة.

3- يتقاطع منحنى المنفعة الحدية مع المنفعة الكلية في مستواه الأدنى.

4- يعني التبادل بين مستهلكين التخلي عن وحدة من السلعة x مقابل تحصيل وحدة من السلعة y بشرط بقاء المنفعة الكلية ثابتة.

5- معامل لاعرانج $\boldsymbol{\lambda}$ يساوي $\boldsymbol{\lambda = \frac{dR}{dU}}$

6- من خصائص منحنيات السواء أنها مقعرة باتجاه الزاوية.

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– جانفي 2013–

جواب التمرين الأول:

لدينا دالة المنفعة هي: $U = 2XY - X$

1- تحديد دوال الطلب على السلعتين X و Y:

معادلة الطلب على لسلعة X و Yهي دالة لدخل؛ أي أن $X = \int(R)$ و $Y = \int(R)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = 2XY - X + \boldsymbol{\lambda}(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$$L'x = 2Y - 1 - \boldsymbol{\lambda}Px = 0$$

$$L'y = 2X - \boldsymbol{\lambda}Py = 0$$

$$L'\boldsymbol{\lambda} = R - XPx - YPy = 0$$

وبقسمة 1الى 2 نجد: $\frac{2y-1}{2X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $(2Y - 1)Py = 2XPx$

بحيث: $Y = \frac{2\text{XPx+Py}}{2Py}$ و $X = \frac{(2Y-1)Py}{2Px}$

وبتعويض y في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + (\frac{2\text{XPx+Py}}{2Py})Py$$

$$\Longrightarrow R = \frac{2\text{XPx+2XPx+Py}}{2}$$

$$\Longrightarrow 2R = 4\text{XPx} + \text{Py}$$

$X = \frac{2\text{R}-\text{Py}}{4Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة x.

وبنفس الطريقة وبتعويض x في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = (\frac{(2Y-1)Py}{2Px})Px + YPy$$

$$\Longrightarrow R = \frac{2\text{YPy}-\text{Py}+2\text{YPy}}{2}$$

$$\Longrightarrow 2R = 4\text{YPy} - \text{Py}$$

$Y = \frac{2\text{R+Py}}{4Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة Y.

2- تحديد نقطة التوازن عند: Py=21 .Px=12؛ و دخل المستهلك هو: R=100

الدينا في السؤال السابق ومن دوال الطلب:

$$X = \frac{2R-Py}{4Px} \Longrightarrow X = \frac{2(100)-21}{4(12)} \Longrightarrow X = 3,7$$

$$Y = \frac{2R+Py}{4Py} \Longrightarrow Y = \frac{2(100)+21}{4(21)} \Longrightarrow Y = 2,6$$

ولدينا من المعادلة (2) في الاشتقاق

$$2X = \lambda Py \Longrightarrow \lambda = \frac{2X}{Py} \Longrightarrow \lambda = \frac{2(3,7)}{21} \Longrightarrow \lambda = 0,35$$

ولدينا من المعادلة المنفعة

$$U = 2XY - X \Longrightarrow U = 2(3,7)(2,6) - (3,7) \Longrightarrow U = 15,54$$

وعليه فان نقطة التوازن هي: $X = 3,7$

– تتغير المنفعة عند تغير الدخل بوحدة واحدة بمقدار مضاعف لاغرانج $\lambda = 0,35$

– إثبات تحقق التوازن بصيغة قوسن.

لدينا من قانون قوسن الثاني: $\frac{UMX}{UMY} = \frac{Px}{Py}$

ومنه نجد:

$$\frac{UMX}{UMY} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{2y-1}{2X} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{2(2,6)-1}{2(3,7)} = \mathbf{0,57}$$

وعند قسمة الأسعار نجد:

$$\frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{12}{21} = \mathbf{0,57}$$

ومنه التوازن متحقق بصيغة قوسن الثاني.

3- تحديد معادلة الاستهلاك والدخل:

لدينا من السؤال السابق من خلال قانون قوسن:

$$\frac{UMX}{UMY} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{2Y-1}{2X} = \frac{Px}{Py}$$

ومنه نجد :

$$(2YPy - 1)Py = 2XPx \Longrightarrow 2yPy - Py = 2XPx$$

وبالتالي: $\boldsymbol{Y = 2X\frac{Px}{Py}}$ وهي معادلة الاستهلاك والدخل

وعند التعويض بالأسعار نجد: $Y = \frac{24}{21}X$

4- تحديد معادلة منحنى أنجل لكل سلعة

لدينا من السؤال الأول من دوال الطلب؛ وبعد التعويض بالأسعار نجد:

$X = \frac{2R-Py}{4Px} \Longleftarrow X = \frac{2R-21}{4(12)} \Longleftarrow X = \frac{R}{24} - \frac{7}{16}$ وهي معادلة انجل لسلعة X

$Y = \frac{2R+Py}{4Py} \Longleftarrow Y = \frac{2R+21}{4(21)} \Longleftarrow Y = \frac{R}{42} - \frac{1}{4}$ وهي معادلة انجل لسلعة Y

- استنتاج طبيعة السلعتين:

السلعتين X وy ليست سلع دنيا؛ لأن ميل معادلة الطلب بالنسبة للدخل موجب، وبالتالي ليست سلع دنيا؛

- تحديد طبيعتهما:

من خلال معادلة انجل للسلعة X بحيث $X = \frac{1}{24}R - \frac{18}{24} \Longrightarrow X = \frac{R-18}{24}$

يتضح أنه حتى يتغير الدخل بمستوى معين، عندها تتغير الكمية المطلوبة من السلعة X؛ وهذا من خصائص السلع الكمالية.

4- تحديد (وتأكيد) طبيعة السلعة X بطريقة المرونة:

$$exr = \frac{\Delta x}{\Delta \mathcal{R}} \cdot \frac{\mathcal{R}}{x} \Longrightarrow exr = \frac{1}{24} \cdot \frac{150}{5.5} \Longrightarrow exr = 1.44$$

$exr = 1.44 > 1 \Longrightarrow$ **ومنه السلعة x كمالية**

5- تحديد بين السلعتين X و Y في دالة الطلب: $X = \frac{24\ R^{5/4}}{3\ Px^{1/2}\ Py^{-1/5}}$

لتحديد العلاقة بين السلعتين نحسب مرونة التقاطع: $e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta py} \cdot \frac{Py}{X}$

ومنه: $e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{X} \Longrightarrow e_{xy} = \frac{(0)-\left(-\frac{1}{5}\right)3\ Px^{\frac{1}{2}}\ Py^{-\frac{6}{5}}\ (24\ R^{5/4})}{(3\ Px^{1/2}\ Py^{-1/5})^2} \cdot \frac{Py}{X}$

$$\Longrightarrow e_{xy} = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)3\ Px^{\frac{1}{2}}\ Py^{-\frac{6}{5}}\ (24\ R^{5/4})}{(3\ Px^{1/2}\ Py^{-1/5})^2} \cdot \frac{Py}{\frac{24\ R^{5/4}}{3\ Px^{1/2}\ Py^{-1/5}}}$$

$$\Longrightarrow e_{xy} = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)3\ Px^{\frac{1}{2}}\ Py^{-\frac{6}{5}}\ (24\ R^{5/4})}{(3\ Px^{1/2}\ Py^{-1/5})^2} \cdot \frac{(3\ Px^{1/2}\ Py^{-1/5})Py}{24\ R^{5/4}}$$

وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $e_{xy} = \frac{1}{5}$

ومنه $e_{xy} = \frac{1}{5} > 0$ وبالتالي السلعة **y** مكملة للسلعة **x**.

جواب التمرين الثاني:

الإجابة بصحيح أو خطأ مع كتابة الإجابة الصحيحة في حالة الخطأ.

1- يتم اشتقاق منحنى الطلب من منحنى الاستهلاك والدخل؟...خطأ؛

التصحيح: يتم اشتقاق منحنى الطلب من منحنى الاستهلاك والسعر.

2- تكون السلعتين x و y بديلتين عندما تكون مرونة التقاطع e_{xy} سالبة..............................خطأ؛

التصحيح: تكون السلعتين x و y بديلتين عندما تكون مرونة التقاطع e_{xy} موجبة $0 < e_{xy}$.

3- يتقاطع منحنى المنفعة الحدية مع المنفعة الكلية في مستواه الأدنى....................................خطأ؛

التصحيح: يتقاطع منحنى المنفعة الحدية مع المنفعة الكلية في أول وحدة (عند أول وحدة تتساوى المنفعة الكلية مع المنفعة الحدية).

4- يعني التبادل بين مستهلكين التخلي عن وحدة من السلعة x مقابل تحصيل وحدة من السلعة y بشرط بقاء المنفعة الكلية ثابتة...خطأ؛

التصحيح: يعني التبادل بين مستهلكين التخلي عن وحدة من السلعة x مقابل تحصيل وحدة من السلعة y بشرط زيادة أو تحسين المنفعة الكلية .

5- معامل لاعرانج λ يساوي $\lambda = \frac{dR}{dU}$...خطأ؛

التصحيح: معامل لاعرانج λ يساوي $\lambda = \frac{dU}{dR}$.

6- من خصائص منحنيات السواء أنها مقعرة باتجاه الزاوية...خطأ؛

التصحيح: من خصائص منحنيات السواء أنها محدبة باتجاه الزاوية.

امتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I
– فيفري 2012–

التمرين الأول:(**10 نقاط**)

اذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = 4X^2Y^2$

المطلوب:

1- حدد معادلة منحنى السواء، مع ذكر خصائصها العامة.

2- أحسب المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين X و Y وفسر معناه الاقتصادي.

ثم أثبت معادلته بصفة عامة، وما هي علاقته بنسبة الأسعار؟.

3- حدد معادلة الطلب على السلعتين X و Y ؛ ماذا تلاحظ؟.

4- حدد نقطة التوازن جبريا؛ مع رسم بياني. عند . R =40 و Px= 4 = 2Py .

5- أكتب معادلة مضاعف لاغرانج مع تفسيره اقتصادياً.

التمرين الثاني: (7 نقاط)

إذا كانت دالة الطلب على السلعة X كما يلي: $X = \frac{R^2}{2\,Px + 0{,}5py - 0{,}2pz^2}$

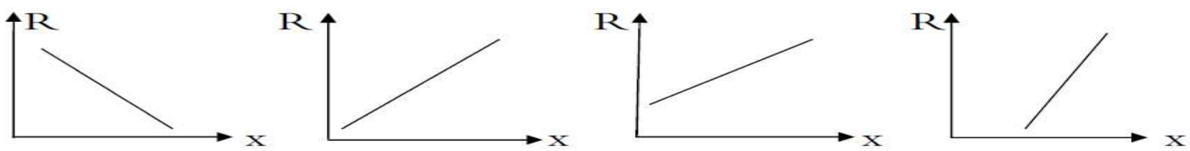
بحيث أن: R هو الدخل ، و Px وPy و pz . أسعار السلع x و y و z.

المطلوب:

1- حدد طبيعة السلعة x من جهة؛ وعلاقتها بالسلع الأخرى من جهة ثانية.

2- هل يتحرك منحنى الطلب إلى اليمين أو إلى اليسار عند ارتفاع px.

3- حدد طبيعة الرسومات التالية، وطبيعة السلع في ذلك، ومجال المرونة في كل حالة.



نوع السلعة:........... نوع السلعة:........... نوع السلعة:........... نوع السلعة:...........

مجال المرونة:.......... مجال المرونة:.......... مجال المرونة:.......... مجال المرونة:..........

طبيعة العلاقة بين السلعتين:....................... طبيعة العلاقة بين السلعتين:.......................

التمرين الثالث: (3 نقاط)

حدد طبيعة غلة الحجم في دالة الانتاج التالية: $P = a\,L^{\alpha}\,K^{1-\alpha} - b\,L^{\beta}K^{1-\beta}$

حيث P هو الانتاج؛ و L و K عناصر الانتاج.

مع أن: $0 < \alpha$ و $0 < \beta$

الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس الاقتصاد الجزئي I

– فيفري 2012–

جواب التمرين الأول:

لدينا دالة المنفعة التالية: $U = 4X^2Y^2$

1– تحديد معادلة منحنى السواء:

معادلة منحنى السواء هي دالة للمنفعة؛ أي أن $Y = \int(U)$

ومنه من دالة المنفعة السابقة نجد: $Y^2 = \frac{U}{4X^2}$ $\qquad U = 4X^2Y^2$

وعند جذر الطرفين نجد $Y = \frac{\sqrt{\ }}{2X}$ وهي دالة منحنى السواء

– خصائص دالة (معادلة –منحنيات) السواء:

من خصائص منحنيات السواء (أربعة خصائص) أنها – منحنيات السواء متناقصة (ذات ميل سالب)

- منحنيات السواء محدبة نحو الزاوية
- منحنيات السواء لا تتقاطع
- كلما ابتعدنا عن الزاوية تزيد المنفعة

2– حساب المعدل الحدي للإحلال(TMS):

لدينا: $\mathrm{TMSxy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{\mathrm{UMx}}{\mathrm{Umy}} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}}$

ومنه: $\mathrm{TMS} = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{8XY^2}{8X^2Y} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}$

التفسير: المستهلك يتخلى عن وحدة واحدة من Y ويعوضها بوحدة واحدة من X مع البقاء على نفس منحنى السواء.

– معادلة المعدل الحدي للإحلال بصفة عامة هي: $\mathrm{TMSxy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\delta x}{\delta y} = \frac{\mathrm{UMx}}{\mathrm{Umy}} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}}$

– علاقة المعدل الحدي للإحلال بنسبة الأسعار هي: $\mathrm{TMSxy} = \frac{\mathrm{px}}{\mathrm{py}}$

3– تحديد دوال الطلب على السلعتين X و Y:

معادلة الطلب على لسلعة X و Yهي دالة لدخل؛ أي أن $X = \int(R)$ و $Y = \int(R)$

ومنه: وباستخدام مضاعف لاغرانج نجد: $L = 4X^2Y^2 + \lambda(R - XPx - YPy)$

وبعد الاشتقاق نجد:

$L'x = 8XY^2 - \lambda Px = 0$ وبقسمة 1على 2 نجد:

$L'y = 8X^2Y - \lambda Py = 0 \Longrightarrow \frac{8XY^2}{8X^2Y} = \frac{Px}{Py}$

$L'\lambda = R - XPx - YPy = 0$

$\Longrightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py}$

ومن ضرب الطرفين نجد: $YPy = XPx$ ....(*)

وبتعويض المعادلة (*)في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = XPx + XPx$$

$$\Longrightarrow R = 2XPx$$

$X = \frac{R}{2Px}$ وهي دالة الطلب على السلعة x.

وبنفس الطريقة وبتعويض المعادلة (*)في معادلة الدخل (3) نجد:

$$R = XPx + YPy \Longrightarrow R = YPy + YPy$$

$$\Longrightarrow R = 2YPy$$

$Y = \frac{R}{2Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة Y.

الملاحظة: من خلال معادلتي الطلب على السلعتين (X) و (Y) نلاحظ أن كل سلعة مستقلة عن سعر السلعة الأخرى.

4- تحدد نقطة التوازن جبريا؛ مع رسم بياني. عند . R =40 و Px= 4 = 2Py .

لدينا في السؤال السابق ومن دوال الطلب:

$$X = \frac{R}{2Px} \Longrightarrow X = \frac{40}{2(4)} \Longrightarrow X = 5$$

$$Y = \frac{R}{2Py} \Longrightarrow Y = \frac{40}{2(2)} \Longrightarrow Y = 10$$

ولدينا من المعادلة (1) في الاشتقاق

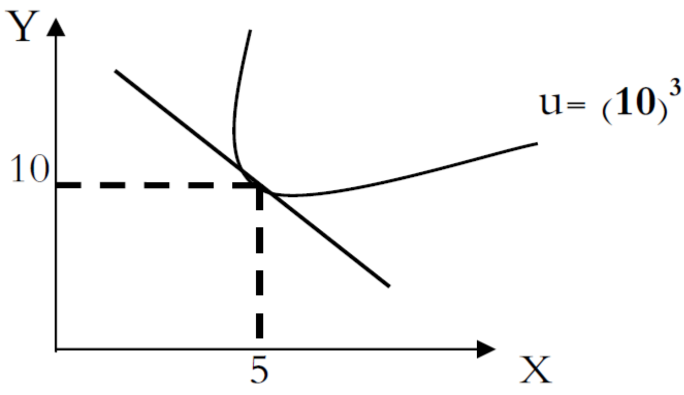
$$8X = \lambda Py \Longrightarrow \lambda = \frac{8XY^2}{Py} \Longrightarrow \lambda = \frac{8(4)(10)^2}{2} \Longrightarrow \lambda = 2000$$

ولدينا من المعادلة المنفعة

$$U = 4X^2Y^2 \Longrightarrow U = 4(5)^2(10)^2 \Longrightarrow U = 10000$$

وعليه فان نقطة التوازن هي: $X = 5$

التمثيل البياني لنقطة التوازن:



5- معادلة مضاعف لاغرانج مع تفسيرها الاقتصادي.

معادلة معامل لاعرانج $\boldsymbol{\lambda}$ يساوي $\boldsymbol{\lambda = \frac{dU}{dR}}$

التفسير: يفسر معامل لاعرانج $\boldsymbol{\lambda}$ بأنه المنفعة الحدية للدخل؛ بحيث عند تغير الدخل بوحدة واحدة تتغير المنفعة الكلية بمقدار (بقيمة) المعامل ($\boldsymbol{\lambda}$).

جواب التمرين الثاني:

1- تحديد طبيعة السلعة x ؛ وعلاقتها بالسلع الأخرى.

لدينا دالة الطلب على السلعة X هي: $\boldsymbol{X = \frac{R^2}{2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2}}$

لتحديد طبيعة السلعة X نحسب المرونة الدخلية بحيث: $\boldsymbol{e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R}\cdot\frac{R}{X}}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{xR} = \frac{2\,R(2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2)}{(2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2)^2}\cdot\frac{R}{X}}$ $\Longleftarrow$ $\boldsymbol{e_{xR} = \frac{\Delta x}{\Delta R}\cdot\frac{R}{X}}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xR} = \frac{2\,R(2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2)}{(2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2)^2}\cdot\frac{R}{\frac{R^2}{2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2}}}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{e_{xR} = \frac{2\,R(2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2)}{(2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2)^2}\cdot\frac{R.(2\,Px+0{,}5py-0{,}2pz^2)}{R^2}}$$

وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $\boldsymbol{e_{xR} = 2}$

ومنه $\boldsymbol{(e_{xR} = 2)} > 1$ وبالتالي السلعة **X** سلعة كمالية.

– **تحديد العلاقة بين السلعتين x و السلع الأخرى.**

أ – العلاقة بين السلعتين x و السلعy.

لتحديد العلاقة ببين السلعتين نحسب مرونة التقاطع: $\boldsymbol{e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta py} \cdot \frac{Py}{X}}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{xy} = \frac{(0)-(0,5)Py^{-0,5}\,R^2}{(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)^2} \cdot \frac{Py}{X}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{xy} = \frac{\Delta x}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{X}}$

$$\boldsymbol{e_{xy} = \frac{(0)-(0,5)Py^{-0,5}\,R^2}{(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)^2} \cdot \frac{Py}{\frac{R^2}{2\,Px+0,5py-0,2pz^2}}}$$

$$\boldsymbol{e_{xy} = \frac{(-0,5)Py^{-0,5}\,R^2}{(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)^2} \cdot \frac{Py(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)}{2\,Px+0,5py-0,2pz^2}}$$

وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $\boldsymbol{e_{xy} = -0,5}$

ومنه $0 > \boldsymbol{e_{xy} = 0,2}$ وبالتالي السلعة **y** بديلة للسلعة **x**.

ب – العلاقة بين السلعتين x **و السلع**z.

لتحديد العلاقة ببين السلعتين نحسب مرونة التقاطع: $\boldsymbol{e_{xz} = \frac{\Delta x}{\Delta pz} \cdot \frac{Pz}{X}}$

ومنه: $\boldsymbol{e_{xz} = \frac{(0)-(_0{,}4Pz.R^2}{(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)^2} \cdot \frac{Pz}{X}} \Longrightarrow \boldsymbol{e_{xz} = \frac{\Delta x}{\Delta Pz} \cdot \frac{Pz}{X}}$

$$\boldsymbol{e_{xy} = \frac{(0)-(0,4)Pz.R^2}{(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)^2} \cdot \frac{Pz}{\frac{R^2}{2\,Px+0,5py-0,2pz^2}}}$$

$$\boldsymbol{e_{xy} = \frac{(0,4)Pz.R^2}{(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)^2} \cdot \frac{Pz(2\,Px+0,5py-0,2pz^2)}{2\,Px+0,5py-0,2pz^2}}$$

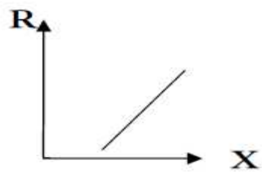
وبعد عملية الضرب والاختزال نجد: $\boldsymbol{e_{xy} = 0,4}$

ومنه $\boldsymbol{e_{xy} = 0,4}$ $0 <$ وبالتالي السلعة **z** مكملة للسلعة **x**.

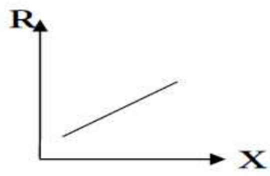
2- هل يتحرك منحنى الطلب إلى اليمين أو إلى اليسار عند ارتفاع px.

– عند ارتفاع السعر (Px) أو انخفاضه فان منحنى الطلب لا يتحرك لا إلى اليمين ولا إلى اليسار؛ وإنما تتحرك نقطة التوازن الجديدة على نفس المنحنى.

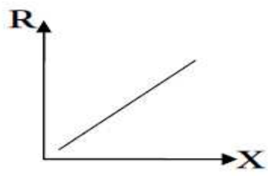
3- تحديد طبيعة الرسومات، وطبيعة السلع في ذلك، ومجال المرونة في كل حالة.



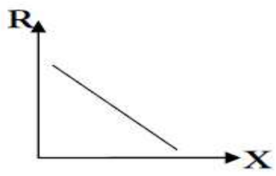
نوع السلعة: سلعة ضرورية
مجال المرونة: $0 < e_{xR} < 1$



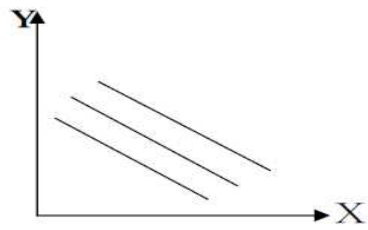
نوع السلعة: سلعة كمالية
مجال المرونة: $1 < e_{xR}$



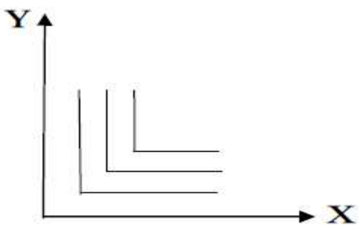
نوع السلعة: عادية
مجال المرونة: $1 = e_{xR}$



نوع السلعة: سلعة دنيا
مجال المرونة: $0 > e_{xR}$



طبيعة العلاقة بين السلعتين:
(إحلال تام بين السلعتين X و Y)



طبيعة العلاقة بين السلعتين:
(تكامل تام بين السلعتين X و Y)

تمارين وامتحانات مقترحة للحل.

امتحان الاقتصاد الجزئي 2005

التمرين الأول:

بينت الاختيارات المثلى لمستهلك ما، أنه في حالة بقاء السلعتين X و Y ثابتتين حيث: $Px=Py=2$ فان الطلب على السلعة X يتغير تبعاً لتغير الدخل كما في الجدول:

R	12	20	26	32
Qx	5	7	9	10

المطلوب:

1- عرف منحنى الاستهلاك والدخل، ثم مثله بيانياً.

2- مثل بيانياً منحنى أنجل للسلعة X، ثم حدد الطبيعة الاقتصادية لهذه السلعة.

التمرين الثاني:

تكتب دالة المنفعة على الشكل التالي: $U = \mathrm{XY} + 20$

وكانت معادلة خط الميزانية $R = \mathrm{XPx} + \mathrm{YPy}$

المطلوب:

1- اكتب معادلة الاستهلاك والدخل.

2- استخرج معادلة منحنى انجل للسلعة X وحدد طبيعتها.

3- اذا كان $R=20$ ؛ و $Px=Py=1$؛ حدد الكميات التي تعظم المنفعة، ثم أحسب قيمتها.

4- ماهو الدخل الجديد الذي يجب ان يوفره المستهلك في حالة ارتفاع سعر السلعة X الى $px=2$ حتي يحافظ على نفس المنفعة السابقة.

التمرين الثالث:

تقدر دالة المنفعة لمستهلك ما على الشكل: $U = 15X + 20Y - X^2 - Y^2$

المطلوب:

1- أجد نقطة التوازن اذا كان: $R=200$ ؛ و $Px=6$ و $Py=2$,؛

2- أوجد نقطة التوازن الجديدة اذا انخفض السعر Px الى $px=1,5$

3- تمثل النقطتان السابقتان نقطتين على منحنى، ما هو هذا المنحنى؟. وهل يمكن القول أن السلعة X تمثل سلعة قيفن؟.

الامتحان الاستدراكي في مقياس الاقتصاد الجزئي I 15 جوان 2014

التمرين الأول: (**6 نقاط**) .

عرف باختصار مع كتابة المعادلات المصطلحات التالية:

المصطلح	التعريف	المعادلة
المعدل الحدي للإحلال:	....	....
مرونة الإحلال:	....	....
منحنى استهلاك الدخل:	....	....
منحنى انجل:	....	....
سلعة كيفن:	....	....
سلعة دنيا:	....	....

التمرين الثاني: (**14 نقاط**) .

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = 5\ x\ Y + 4$

و كان الدخل هو: $\mathrm{R} = x\ Px + Y\ Px$

المطلوب: **1**– اوجد دوال الطلب على السلعتين x و Y .

2– اوجد نقطة التوازن إذا كان: $Px = 1$. $Px = 2$. $\mathrm{R}=10$.

3– ماذا يعني المضاعف ؟، و اكتب معادلته.

4– اوجد التوازن الجديد إذا زاد الدخل بـ 20%.

5– احسب المعدل الحدي للإحلال عند نقطة التوازن؛ وفسر معناه الاقتصادي.

الامتحان الاستدراكي في مقياس الاقتصاد الجزئي I

التمرين الأول: (**13 نقطة**)

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما على الشكل التالي: $\mathcal{U} = 6\mathcal{X}^{2/3}\,\mathcal{Y}^{1/3}$

المطلوب:

1- اوجد دوال الطلب على السلعتين $\mathcal{X}$ و $\mathcal{Y}$.

2- حدد نقطة توازن المستهلك إذا كان: $\mathcal{R} = 27$, $\rho\, y = 3$, $\rho\, x = 2$

3- بماذا يفسر المعامل λ .

4- احسب المعدل الحدي للإحلال $\mathcal{TMS}$ وفسر معناه الاقتصادي.

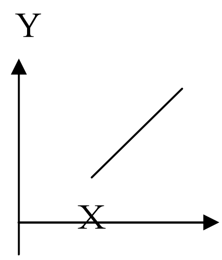
5- احسب قيمة المنفعة عند النقطة $\mathcal{A}(6,5)$ ، وهل تمثل $\mathcal{A}$ نقطة توازن.

التمرين الثاني: اجب على الأسئلة التالية باختصار. (6نقاط)

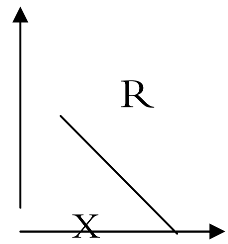
1- عرف كل من: المرونة، المنفعة الحدية، قانون الطلب، منحنى استهلاك الدخل.

2- ما هي خصائص منحنيات السواء.

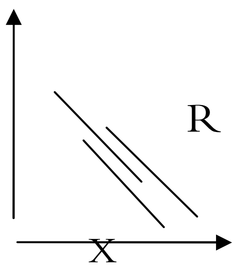
3- ماذا تعني الحالات(طبيعة السلع) التالية:



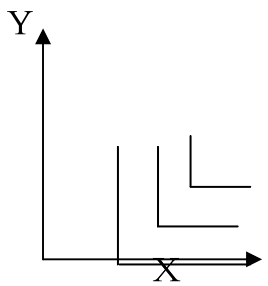
الشكل1:



الشكل2:



الشكل3:



الشكل4:

الامتحان الاستدراكي في مقياس الاقتصاد الجزئي 1 (04 جوان 2018)

التمرين الأول:

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $U = 5X^{1/2}Y^{1/2}$

حيث أن (X) و (Y) هي كميات السلع المستهلكة.

المطلوب:

1- حدد معادلة منحنى السواء مع ذكر خصائصها دون شرح؛

2- أحسب المعدل الحدي للإحلال مع تفسير معناه الاقتصادي؛

3- حدد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل؛

4- حدد دوال الطلب على السلعتين؛

5- حدد نقطة التوازن جبرياً وبيانياً بطريقة مضاعف لاغرانج،

عند: $(R = 12)$ و $(Px = 2)$ و $(Py = 2)$؛

6- ماهي الضريبة (T) التي يتحملها المستهلك حتى يبقى على نفس منحنى السواء في حالة انخفاض سعر السلعة (X) بوحدة واحدة.

التمرين الثاني:

صنف مختلف السلع وعلاقتها ببعضها بالنظر إلى قيمة مختلف المرونات الدخلية والتقاطعية (e_{xR}) و (e_{xy}).

الوظـــــــــــــــــــــيفة ديسمبر 2012

التمرين الأول: اتمم الجدول التالي مع كتابة معادلات الحساب الأساسية:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	47			160	190	214			254	260
UTy		53	74	92		119	129			145
UMx		42	38				16	13		6
UMy	38				15			7	5	

التمرين الثاني:

لنفرض أن دالة الطلب والعرض في سوق تنافسية كانتا كما يلي:

$$\begin{cases} px = 45 - 0{,}5\ Qd \\ Qs = 5px - 15 \end{cases}$$

المطلوب: _ اوجد سعر و كمية التوازن

_ إذا فرضت الحكومة ضريبة بمعدل 20% على كل وحدة مباعة اوجد سعر وكمية التوازن الجديدتين

_ إذا كان في السوق سبعين (70) بائع و مائة مشتري (100) اوجد سعر و كمية التوازن السوقيتين

التمرين الثالث: إذا كانت دوال الطلب لمستهلك ما على السلع x، y، z كما يلي:

$$\begin{cases} X = 70 - R/5 - 10px + 3pz \\ Y = 90 + R/4 - 8py - 7pz \\ Z = 100 - R/2 - 9pz + 5py \end{cases}$$

وكان: pz=5 px= 2 py=3 R=100

المطلوب: 1- حدد نوع السلعة z -

2احسب مرونة السلعة x

3-حدد العلاقة بين السلعتين x و z (علاقة z بـ x)

4- حدد العلاقة بين السلعتين y و z (علاقة z بـ y)

التمرين الربع: مستهلك ينفق دخله الكي على7 وحدات من x و 5 وحدات من y

فيحصل على منافع حدية لكل سلعة كما يلي:

$$\begin{cases} UMx = 2x^{-3/4}\, y^{1/2} \\ UMy = 6x^{1/4}\, y^{-1/2} \end{cases}$$

المطلوب: - حدد المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين x و y مع التفسير الاقتصادي للنتيجة

- إذا كان دخل هذا المستهلك هو R=100 و py=3 px=2 هل هذا المستهلك في حالة توازن

تمرين : (3)

حدد ما إذا كانت الأمثلة التالية تعبر عن الاقتصاد الجزئي أم الاقتصاد الكلي.

أ- يميل المستهلكون إلى شراء الأسماك أكثر من اللحوم في شهر رمضان.

ب- ارتفعت معدلات البطالة خلال العام الحالي بنسبة3% .

ج- بسبب انخفاض الطلب أغلقت مؤسسة النجاح فرعها في سطيف.

د- أدى انخفاض معدلات الادخار للأفراد إلى زيادة نسبة التضخم.

هـ- قررت الدولة طبع عملات جديدة من فئة 2000 دينار.

و- قررت إدارة مصانع كوندور استبدال الآلات القديمة على حساب الأرباح.

ز- بلغ معدل نمو الناتج الوطني خلال 2016 م 4% .

تمرين8

إذا كانت لديك دالة منفعة لمستهلك ما معطاة على الشكل الآتي $U = \sqrt{x}\sqrt{y}$

وكانت الكميات المطلوبة من السلعة(x) تساوي 22 وحدة، وسعر الوحدة الواحدة من هذه السلعة يساوي 5.

بينما يبلغ المبلغ المخصص من الدخل للإنفاق على السلعتين (20Py) وحدات نقدية.

المطلوب :حدد الكميات المطلوبة من السلعة(y) وسعر هذه السلعة والدخل الواجب تخصيصه من أجل حصول المستهلك على التوليفة التي من أجلها يكون عند وضع التوازن.

قائمة المراجع

قائمة المراجع

1. عبد القادر محمد عطية، **التحليل الإقتصادي الجزئي بين النظرية والتطبيق**، الدار الجامعية، الإسكندرية2003.
2. عماري عمار، **الاقتصاد الجزئي ملخص الدروس وتطبيقات محمولة**، دار النشر جيطلي، برج بوعريريج، الجزائر2010.
3. محمد فرحي، **التحليل الاقتصادي الجزئي**، الأصالة لنشر والتوزيع، الجزائر، 2012.
4. عمر صخري، **مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر2006.
5. كساب علي، **النظرية الإقتصادية– التحليل الجزئي–**، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة، الجزائر2009.
6. بن ديب رشيد، زغيب شهرزاد، **الإقتصاد الجزئي أسلوب رياضي**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر2010 .
7. مصطفى طويطي، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي**، مطبوعة بيداغوجية؛ جامعة أكلي محند أو الحاج–البويرة 2013.
8. مياح نذير، مياح عادل، **مسابقات محلولة في الاقتصاد الجزئي** للقبول في الدراسات العليا؛ متوفر على:
9. 6Said Azamoum, **Comprendre la micro-économie : cours et éxercices**, Office des Publications Universitaires, Alger 2005.
10. -10. Guy Tchbozo : **Microéconomie Approfondie**, Armond Colin, Paris, 1997.
11. 11- Mustapha Belhareth, Manel Hergli : **Exercices D'analyse Microeconimique**, CPU, Tunis, 2004.