استخدامات البرمجة الخطية في اتخاذ القرار: طريقة التمثيل البياني

Uses of linear programming in decision making: graphical representation method

د. مشري محمد الناصر أستاذ محاضر أ جامعة سوق أهراس m.mechrei@univ-soukahras.dz

د. آمال حفناوي أستاذ محاضر أ جامعة تبسة amel.hafnaoui@univ-tebessa.dz

الملخص:

تسعى المؤسسة في اتخاذ القرار الى استخدام اساليب علمية ورياضية، وتعتبر بحوث العمليات المدخل الكمي الذي يساعدها على ذلك، ومن أهم الطرق التي تبنى عليها هذه الأخيرة نجد البرمجة الخطية فهي تعتبر البديل الأكثر عملية لحل العديد من المشاكل المتعلقة بالبدائل، ومن أهم الاساليب المستخدمة في حل البرمجة الخطية نجد التمثيل البياني الذي لاقى اهتماما واسعا لدى مختلف المهتمين باستخدام الاساليب الرياضية الحديثة في عملية التحليل واتخاذ القرار الرشيد.

Abstract :

In making decisions, the organization seeks to use scientific and mathematical methods, and operations research is considered a quantitative approach that helps it to do so, and one of the most important methods on which the latter is built is linear programming, as it is considered the most practical alternative for solving many problems related to alternatives, and one of the most important methods used in solving Linear programming: We find graphical representation that has received wide interest among various people interested in using modern mathematical methods in the process of analysis and rational decision-making.

المقدمة:

يرى الكثير من الباحثين والمتخصصين في علوم القياس والادارة أن بحوث العمليات تعتبر من التخصصات العلمية الحديثة التي تهتم بحل المسائل الاقتصادية على مستوى وحدات الانتاج خاصة، وهذا بالاعتماد على الأساليب الكمية، فالحاجة إلى اتخاذ قرار صحيح مبني على معطيات كمية دفع بهذا التخصص أن يكون محور اهتمام العديد من البحوث والدراسات والمحافل العلمية.

ومن ضمن الموضوعات التي تعني بها بحوث العمليات نجد البرمجة الخطية، هذه التي تعتبر واحد من أهم المواضيع الأساسية والمهمة في بحوث العمليات عامة، ورياضيات المؤسسة بصفة خاصة، وتكمن أهميتها في كونها وسيلة لدراسة سلوك عدد كبير من الأنظمة، ويقدم نموذج البرمجة الخطية طريقة كفؤة للتنبؤ وتحديد القرار الأمثل وهذا من خلال المفاضلة بين مجموعة البدائل المطروحة، والتي يخضع كل منها الى مجموعة من القيود والمحددات، فبشكل عام تساعد على تحقيق أهداف الادارة، فهي أداة بيانية ورياضية تهتم ببناء النماذج الرياضية التي تساهم في حل مشكلة ما.

ومن بين المداخل التي تعتمد عليها البرمجة الخطية نجد التمثيل البياني، حيث تعد هذه الطريقة من أبسط الطرق في حل مسائل البرمجة الخطية، إلا أنها لا تصلح إلا لحل البرامج التي تتكون من متغيرين على الأكثر، فمن خلال ما سبق وعلى ضوء الاشكالية يكمن طرح التساؤل التالي: **كيف يمكن استخدام التمثيل البياني كأحد طرق حل البرمجة الخطية في اتخاذ القرارات؟**

ومن خلال ما سبق يمكن طرح الأسئلة الفرعية التالية:

- ماهي البرمجة الخطية وشروط استخدامها؟
- ماهي المجالات التي يمكن أن تستخدم فيها البرمجة الخطية؟
- ماهي الطريقة البيانية وماهي مراحل حلها؟ وكيف تستخدم لاتخاذ القرار؟

- **أهمية البحث:** تعمل هذه الورقة البحثية على توضيح واحد من أهم الاساليب الكمية التي تستخدم في اتخاذ القرار ألا وهي البرمجة الخطية، ولكن تطرقنا فيها إلا طريقة من الطرق التي تستخدم في حل البرمجة الخطية فقط، وهذه الطريقة تتمثل في طريقة التمثيل البياني ومن هنا نسعى إلى توضيح أهم المداخل التي تقوم عليها هذه الطريقة.
- **أهداف البحث:** تعمل هذه الورقة البحثية على:

- التعرف على البرمجة الخطية وماهي مجلات تطبيقها؛
- تسليط الضوء على التمثيل البياني باعتباره احد الأساليب المستخدمة في حل البرمجة الخطية؛
- التعرف على كيفية استخدام التمثيل البياني في حل البرمجة الخطية مع محاولة اعطاء أمثلة؛

1. ماهية البرمجة الخطية:

تم استخدامها وتطويرها من قبل العالم الرياضي George Dantzing سنة 1947 وهي تعتبر أهم أداة من أدوات بحوث العمليات لحل العديد من المشاكل الادارية والاقتصادية العسكرية المتعلقة بالبدائل، ولإيجاد حلول سريعة للمشاكل المتعلقة باستغلال الموارد المتاحة والامكانيات المحدودة للحصول على افضل النتائج.

1.1. تعريف البرمجة الخطية:

إن تعبير البرمجة يعني وضع خطوات لحل مسألة أو موضوع ما لبلوغ وتحقيق هدف معين أما مصطلح خطية فيعنى افتراض تغير الظاهرة التي تقوه بدراستها بصورة خطية أي على شكل خط مستقيم، وكثيرا ما يستخدم هذا الافتراض لتقريب الواقع الى صياغة رياضية سهلة[1].

ويمكن تعريف البرمجة الخطية بكونها " أسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والامكانيات المحدودة على عدد من الحاجيات المتنافسة على هذه الموارد، ضمن مجموعة من القيود والعوامل الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة على أن يكون التوزيع مثاليا"[2]، وتعرف أيضا على أنها: "مجموعة من الطرق الخاضعة لموضوع بحوث العمليات والذي هو عبارة عن مجموعة من طرق التحليل العلمي يبحث بوجه الخصوص على أمثليات استخدام الموارد الاقتصادية على مستوى الاقتصاد الجزئي خاصة وذلك بالاعتماد على الاساليب الادارية"[3]، كما ينظر اليها على أنها "طريقة رياضية لتخصيص الموارد النادرة أو المحددة من أجل تحقيق هدف معين حيث يكون من المستطاع التعبير عن الهدف والقيود التي تحد من القدرة على تحقيقه في صورة معادلات أو بيانات خطية"[4]، أيضا تعتبر البرمجة الخطية "أسلوب كمي رياضي موجه نحو تحقيق هدف

---

[1] مولاي بوعلام، **محاضرات وتطبيقات في بحوث العمليات**، مطبوعة جامعية موجهة لطلبة اليسانس والماستر، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة البويرة، 2016-2017، ص: 13.

[2] موفق محمد الكبيسي، **بحوث العمليات: تطبيقات وخوارزميات**، دار حامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 1999، ص: 32.

[3] محمد دباس، محمد العزاوي، **الأساليب الكمية في العلوم الادارية**، دار اليازوري للنشر والتوزيع، الأردن، 2013، ص: 18.

[4] عبد الرزاق الموسوي، **المدخل لبحوث العمليات**، دار وائل للنشر والتوزيع، الأردن، 2001، ص: 21.

معين إما التعظيم أو التدنية في ظل وجود موارد محدودة ومجموعة من القيود المعبر عنها بالعلاقات الخطية التي تعيق الوصول الي الهدف، كما تعتبر البرمجة الخطية قاعدة الأساس لاشتقاق كل من نماذج التوزيع والتخصيص، البرمجة العددية لأن هذه النماذج تعد حالات خاصة لها"[1].

نستنتج من خلال ما سبق ان البرمجة الخطية هي عبارة عن اسلوب رياضي تطبقه المؤسسة في كل المسائل الاقتصادية والادارية التي تهدف الى البحث عن قيم المتغيرات الاقتصادية بهدف ايجاد أمثلية الاستخدام في وجود مجموعة من القيود المالية والتقنية، ويقصد هنا بالاستخدام الامثل هو وصول المؤسسة الى الهدف المطلوب مع الاخذ بعين الاعتبار التزاماتها الداخلية والخارجية وعلاقتها مع المحيط وموقعها في السوق ومكانتها الاقتصادية.

2.1. خصائص البرمجة الخطية: تتميز البرمجة الخطية عن غيرها من الاساليب الكمية الأخرى بـ:

– وجود علاقة خطية: ويعني هنا وجود علاقات خطية في دالة الهدف وفي القيود، أي عند رسم هذه العلاقات على ورقة الرسم البياني فإنها تأخذ شكل خط مستقيم، ولا توجد فيها علاقات تأخذ شكل المنحنيات أبدا.

– صفة الأرقام الحقيقية: وهي تعني أن أي متغير في البرنامج الخطي غير مشروط بأخذ قيم أرقام صحيحة بالنسبة للأوزان والمقاييس والمسافات والوقت والطاقة والمواد الخام، أما بالنسبة لعدد الآلات أو العمال أو المستهلكين والتي يجب أن تكون أرقام صحيحة فيجب تقريب نتائجها الكسرية لأقرب رقم مطلق.

– عدم السلبية: يفترض لحل البرنامج الرياضي الخطي أن تأخذ جميع المتغيرات قيم موجبة أي أكبر من أو تساوي الصفر، فوجود متغيرات سالبة ليست لها قيمة أو معنى منطقي، لذا يطلب الالتزام بهذا الشرط.

– صفة التأكد: تعتبر البرمجة الخطية الرياضية أحد أمثلة اتخاذ القرارات تحت الظروف المؤكدة، أي أن جميع المتغيرات معروفة تماما ومسبقا.

3.1. مشكلات ومجالات استخدام البرمجة الخطية: تتمثل مجالات تطبيق البرمجة الخطية في المشكلات التي تقوم بحلها في (على سبيل الحصر):

– مشكلات مزيج المنتجات: تحاول كل مؤسسة الاجابة على ماهي الامكانيات الانتاجية البديلة التي تحقق أقصى عائد وفقا لقيود معينة.

– مشكلات التخصيص: الغرض من هذه المشكلات هو ايجاد التوزيعات المثالية للعمالة والطاقة الآلية والوقت والموارد والطاقة الكهربائية أو النفطية وغيرها من الموارد النادرة حيث تكون الندرة النسبية في المكان والوقت ليست مطلقة.

– مشكلات النقل: تهتم هذه المشكلات بأفضل طرق النقل اقتصاديا وربحيا من مكان او من موقع لآخر.

– مشكلات الخلط والمزج: يتم مزج عدة عناصر أو أنواع مختلفة من المواد الأولية أو المواد النصف مصنعة بغرض انتاج منتوج جديد ذو مواصفات محددة وتكاليف متفق عليها.

---

[1] صالح مهدي، عواطف ابراهيم، **تطبيقات بحوث العمليات في الادارة**، اثراء للنشر والتوزيع، الاردن، 2009، ص: 32.

– مشكلات جدولة الانتاج وتخطيط المخزن: هنا تواجه الشركات مشكلة تحديد جدول الانتاج الذي يفي بطلبات متوقعة وفي نفس الوقت يحتفظ بمستويات تخزينية معقولة ويخفض التكلفة الكلية للإنتاج والاحتفاظ في نفس الوقت.

– مشكلات الشراء: يمكن استخدام البرمجة الخطية أيضا في علاج مشكلات الشراء والتي تتضمن منتجات موجودة بكميات متنوعة وأصناف متباينة وأسعار متغيرة، وتأخذ هنا دالة الهدف شكل معادلة تحقيق أقصى ربح ويأخذ قرار الشراء اعتبارات متطلبات الانتاج ومواصفات وميزانية محدودة.

4.1. مراحل صياغة نموذج البرمجة الخطية:

من اجل بناء النموذج الرياضي للبرمجة الخطية لابد المرور بمراحل:

1.4.1. صياغة دالة الهدف: وهو الهدف المنشود والمراد تحقيقه، وامكانية التعبير عنه في صورة دالة خطية والحصول على قيمة رقمية له ومحاولة تعظيم هذه القيمة وايجاد نهاية عظمى له في حالة كان الهدف هو التعظيم، أو تقليل القيمة وايجاد النهاية الصغرى في حالة الهدف هو التقليل والتدنية، وتأخذ الشكل الرياضي التالي:

$$F(x)= C_1X_1+ C_2X_2+ C_3X_3+\ldots\ldots\ldots+ C_nX_n$$

$$opt\ F(X) = \sum_{j=1}^{n} CjXj$$

حيث أن:

Opt: تعني الأمثلية، إما تعظيم (Max)، أو التدنية (Min).

Cj: معاملات دالة الهدف، أي تمثل العائد الوحدوي أو التكلفة الوحدوية لكل منتج.

Xj: رموز للكميات (عدد الوحدات) المنتجة لكل منتج، وهي المجاهيل التي نبحث عنها.

j: رموز لعدد المجاهيل والمتغيرات الخاصة بالنموذج والمقدرة بـ n.

2.4.1. المتغيرات: ويطلق عليها أيضا مصطلح متغيرات القرار، وهي تعبر عن العلاقة بين المتغيرات القرارية والامكانيات المتاحة في صورة قيود خطية، وهي توضح ما تحتاجه كل وحدة انتاج من كل مورد من الموارد المتاحة المحدودة بشكل مترجحات أو معادلات خطية، أو خليط منها وتسمي بالقيود الهيكلية، وتعبر هذه المتغيرات عن مفاهيم عديدة مثل:

- كميات انتاج معينة؛
- ساعات عمل في اقسام معينة من مصنع او مؤسسة؛
- مبالغ من المال المخصص لأنشطة أو فعاليات معينة؛
- كميات من موارد منقولة على طريقة معينه او بوسائل نقل معينة؛
- كمية المواد الأولية اللازمة لتصنيع منتج معين.

ويعبر عنها رياضيا في شكل معادلات أو متراجحات ذات الصيغة الرياضية التالية:

$$a_{j1}x_1+ a_{j2}x_2+ a_{j3}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{jn}x_n(\geq=\leq)bi$$

$$\sum_{j=1}^{n} aijXj\ (\geq=\leq)bi$$

حيث أن:

aij: المعاملات الفنية، أي الكميات المستهلكة من الموارد للإنتاج الوحدوي من المنتجات.

bi: الكميات المتاحة من الموارد.

i: عدد الأسطر، وهي بعدد القيود (m).

j: عدد الأعمدة وهي بعدد المتغيرات أي المجاهيل (n).

3.4.1. شرط عدم السالبية: تشير هذه الفرضية الي ان قيم المتغيرات في مسألة البرمجة الخطية يجب أن تكون غير سالبة أي موجبة، وهذه الفرضية ضرورية لكي تكون المسألة علمية واقعية فلا يمكن مثلا أن تكون كميات الانتاج سالبة، ومن اجل ذلك فان كافة مسائل البرمجة الخطية تحوى قيود تدل على عدم سالبية المتغيرات وسوف نسميها محددات عدم السلبية لنميزها على القيود الأخرى.

ويعبر عنها في النموذج كما يلي:

$$X_1\geq0,\ X_2\geq0,\ X_3\geq0,\ldots\ldots\ldots\ldots,\ X_n\geq0$$

ومنه تصبح الشكل العام للبرنامج الخطي كالتالي:

- في حالة التعظيم:

$$\text{Max } Z= C_1X_1+ C_2X_2+ C_3X_3+\ldots\ldots\ldots +C_nX_n$$

$$\text{S/C}\begin{cases} a_{11}x_1+ a_{12}x_2+ a_{13}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{1n}x_n\ \geq=\leq b1 \\ a_{21}x_1+ a_{22}x_2+ a_{23}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{2n}x_n\ \geq=\leq b2 \\ a_{31}x_1+ a_{32}x_2+ a_{33}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{3n}x_n\ \geq=\leq b3 \\ a_{m1}x_1+ a_{m2}x_2+ a_{m3}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{mn}x_n\ \geq=\leq bm \end{cases}$$

$$X_1\geq0,\ X_2\geq0,\ X_3\geq0,\ldots\ldots\ldots\ldots,\ X_n\geq0$$

- في حالة التدنية:

$$\text{Min } Z= C_1X_1+ C_2X_2+ C_3X_3+\ldots\ldots\ldots +C_nX_n$$

$$\text{S/C}\begin{cases} a_{11}x_1+ a_{12}x_2+ a_{13}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{1n}x_n\ \geq=\leq b1 \\ a_{21}x_1+ a_{22}x_2+ a_{23}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{2n}x_n\ \geq=\leq b2 \\ a_{31}x_1+ a_{32}x_2+ a_{33}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{3n}x_n\ \geq=\leq b3 \\ a_{m1}x_1+ a_{m2}x_2+ a_{m3}x_3+\ldots\ldots\ldots+ a_{mn}x_n\ \geq bm \end{cases}$$

$$X_1\geq0,\ X_2\geq0,\ X_3\geq0,\ldots\ldots\ldots\ldots,\ X_n\geq0$$

2. التمثيل البياني:

وتسمى أحيانا بالطريقة الهندسية، ويمكن حل النموذج الرياضي بطريقة الرسم البياني عندما يكون النموذج الرياضي متكون من متغيرين فقط لصعوبة تمثل أكثر من متغيرين على المعلم المتعامد والمتجانس، ويعتبر استخدام هذه الطريقة مدخل لفهم واستيعاب طريقة الحل، لأن استخدام هذه الطريقة في الحياة العملية شبه معدومة بسبب أن عدد المتغيرات كثيرة ومتعددة.

1.2. خطوات بطريقة لتمثيل البياني:

تتكون عملية الحل بالطريقة البيانية من مجموعة من الخطوات التي يجب ان يراعى فيها مبدا التسلسل من أجل الوصول الي الحل النهائي، ويمكن ادراجها في:

1.1.2. صياغة المشكلة في شكل رياضي: وهي تكون بالشكل التالي:

$$\text{Max } Z/\text{Min } W = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \ldots\ldots + C_nX_n$$

$$\text{S/C} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots\ldots + a_{1n}x_n \geq = \leq b1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots\ldots + a_{2n}x_n \geq = \leq b2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots\ldots + a_{mn}x_n \geq = \leq bm \end{cases}$$

$$X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0,\ X_3 \geq 0, \ldots\ldots\ldots\ldots,\ X_n \geq 0$$

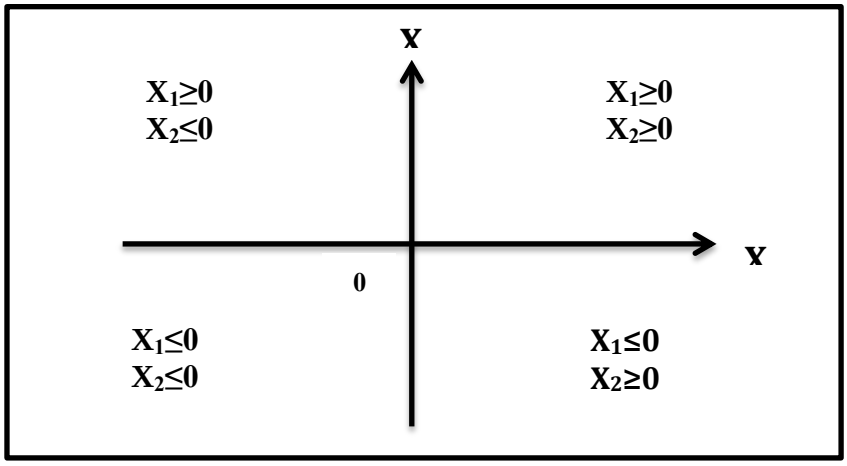
2.1.2.. تحويل المتراجحات الى معادلات: ويتم هذا بجعل كل المتراجحات على شكل مساواة:

$$\text{Max } Z/\text{Min } W = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \ldots\ldots + C_nX_n$$

$$\text{S/C} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots\ldots + a_{1n}x_n = b1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots\ldots + a_{2n}x_n = b2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots\ldots + a_{mn}x_n = bm \end{cases}$$

$$X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0,\ X_3 \geq 0, \ldots\ldots\ldots\ldots,\ X_n \geq 0$$

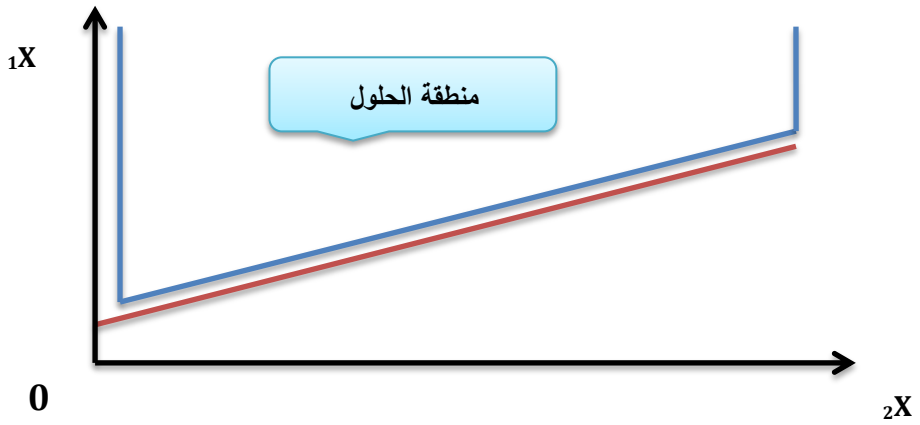
3.1.2. رسم المعلم المتعامد والمتجانس: يتم هنا رسم المعلم مع تسمية المتغيرات على محور الفواصل والتراتيب:



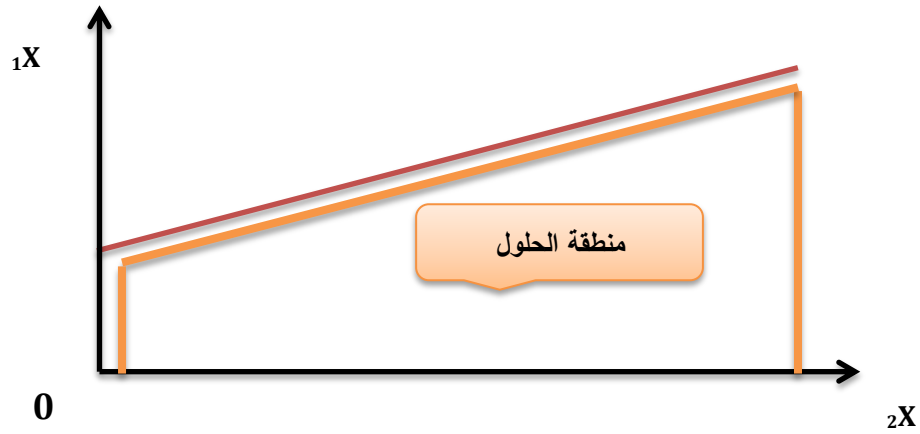
4.1.2. التمثيل البياني لجميع القيود مع تجديد اتجاه الحلول الممكنة لكل قيد: وهنا سوف يتم التطرق الي كل قيد وطريقة تمثيل منطقة حلوله:

- **قيد عدم السالبية** $X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0,\ X_3 \geq 0, \ldots\ldots\ldots\ldots,\ X_n \geq 0$: ويمثل كما يلي:

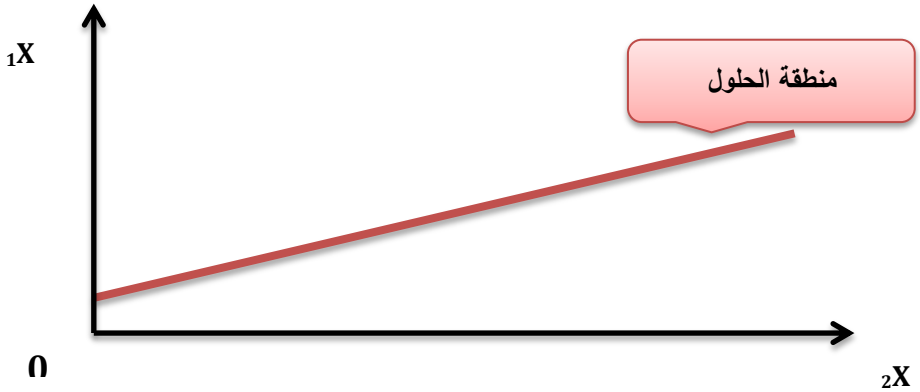
- **حالة أكبر من أو يساوي** ≥: ويمثل من خلال:



- **حالة اصغر من أو يساوي** ≤: ويدرج كما يلي:



- **حالة المساواة** =: منطقة الحلول هنا مجسدة في الكل النقاط التي تقع على المستقيم:



سوف نوضح كيف يتم استخدام التمثيل البياني لحلة البرمجة الخطية من خلال المثال التالي:

2.2 استخدام التمثيل البياني في اتخاذ القرار:

من أجل التعرف على كيفية استخدام التمثيل البياني في حل البرمجة لخطية واتخاذ القرارات سوف نحاول لاعتماد على المثال التالي:

$$\text{Max } Z = 10X_1 + 16X_2$$
$$\text{S/C} \begin{cases} 3X1 + 5X2 \leq 15 \\ 4X1 + 4X2 \leq 20 \\ X1 \geq 0,\ X2 \geq 0 \end{cases}$$

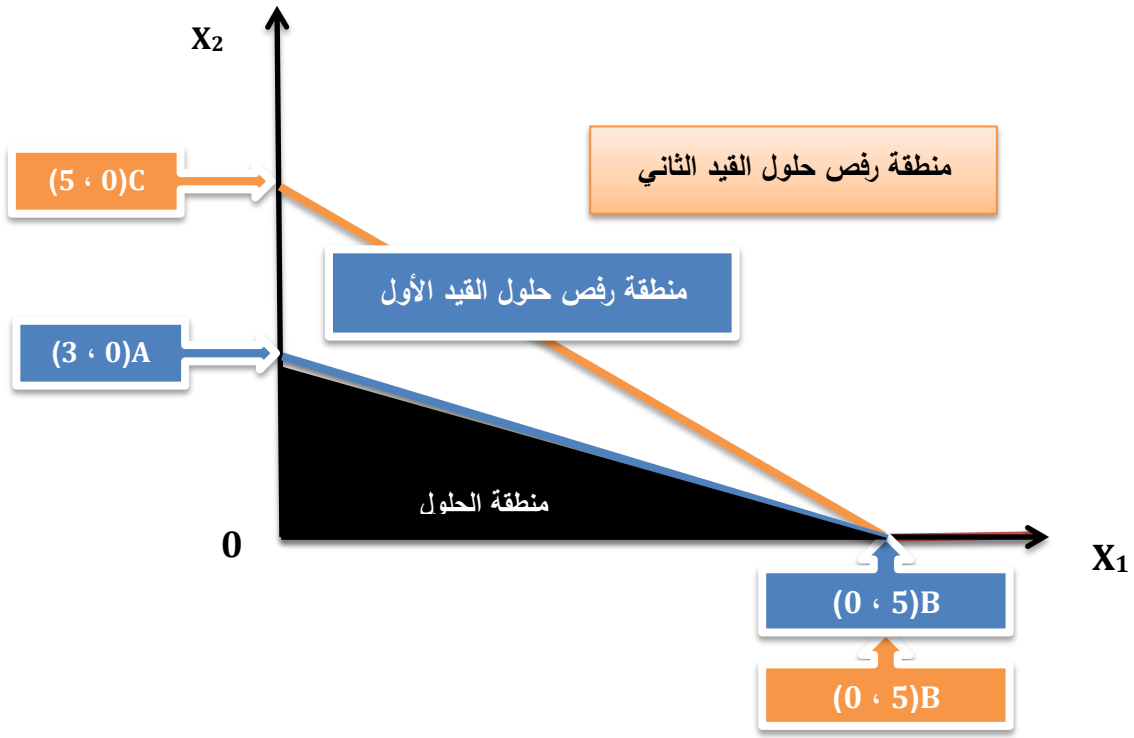
حل المثال رقم (1): نقوم بتمثيل المتراجحتين (1) و (2)، أما المتراجحة الثالثة فهي تمثل شرط عدم السالبية وتأخذ الربع الأول الموجب الأول فقط للمعلم.

- **تمثيل القيد (1):** نقوم بكتابة القيد على شكل معادلة $3X1 + 5X2 = 15$

ثم نقوم برسم المستقيم الذي يمثل المعادلة على معلم متعامد ومتجانس من خلال ايجاد احداثيات نقطتين كالتالي: نعطي قيمة $X1 = 0$ وبالتعويض في المعادلة نجد أن $0 + 5X2 = 15$ أي أن $X2 = 3$، وبنفس الطريقة نضع $X2 = 0$ وبالتعويض في المعادلة نجد أن $3X1 + 0 = 15$ أي أن $X1 = 5$. وبما أن القيد أصغر من أو يساوي فمنطقة الحلو تكون على يسار الخط المستقيم.

- **تمثيل القيد (2):** نقوم بكتابة القيد على شكل معادلة $5X1 + 4X2 = 60$

ثم نقوم برسم المستقيم الذي يمثل المعادلة على معلم متعامد ومتجانس من خلال ايجاد احداثيات نقطتين كالتالي: نعطي قيمة $X1 = 0$ وبالتعويض في المعادلة نجد أن $0 + 4X2 = 20$ أي أن $X2 = 5$، وبنفس الطريقة نضع $X2 = 0$ وبالتعويض في المعادلة نجد أن $4X1 + 0 = 20$ أي أن $X1 = 5$. وبما أن القيد أصغر من أو يساوي فمنطقة الحلو تكون على يسار الخط المستقيم.



من خلال الشكل أعلاه نلاحظ أن منطقة الحلول تقع في المضلع المحصور بين النقاط **(B.A.0)** وبالتالي فالحل الأمثل يمثل أحد النقاط السابقة وسوف نجده من خلال تعويض احداثيات النقاط السابقة في دالة الهدف وسوف نهمل النقطة 0 لأنها لا تعبر عن شيء:

- النقطة A **(3 ، 0)**: وبالتعويض في الدالة نجد $Z_A = 10\ (0) + 16\ (3) = 48$
- النقطة B **(0 ، 5)**: وبالتعويض في الدالة نجد $Z_B = 10\ (5) + 16(0) = 50$

- وعليه فان الحل الأمثل في هذه الحالة هو النقطةB **(5 ، 0)** والتفسير الاقتصادي هو أنه يجب على صانع القرار انتاج **5** وحدات من X_1 فقط.

3. الخاتمة:

من خلال م سبق يمكن القول أن التمثيل البياني يعتبر واحد من أهم الأساليب التي تعتد عليها البرمجة الخطية مثلها مثل الطريقة الجبرية، مثل طريقة السامبلاكس، وهي تعتبر مدخلا هندسيا في عملية المفاضلة بين البدائل واتخاذ القرارات، وبالرغم من أن التمثيل البياني لا يكون الا في البرامج التي ترتكز على متغيرين والتي تكون نادرة التوافق مع الواقع الا أنه يمكن الحكم عليها بطريقة الأمثلية في اتخاذ القرار الرشيد.

4. المصادر والمراجع:

1. مولاي بوعلام، **محاضرات وتطبيقات في بحوث العمليات**، مطبوعة جامعية موجهة لطلبة اليسانس والماستر، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة البويرة، 2016-2017.
2. موفق محمد الكبيسي، **بحوث العمليات: تطبيقات وخوارزميات**، دار حامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 1999.
3. محمد دباس، محمد العزاوي، **الأساليب الكمية في العلوم الادارية**، دار اليازوري للنشر والتوزيع، الأردن، 2013.
4. عبد الرزاق الموسوي، **المدخل لبحوث العمليات**، دار وائل للنشر والتوزيع، الأردن، 2001.
5. صالح مهدي، عواطف ابراهيم، **تطبيقات بحوث العمليات في الادارة**، اثراء للنشر والتوزيع، الاردن، 2009.