د. راهم لخذيري

الاقتصـــاد الجزئـــي
سلسلة ملخصات وأعمال موجهة

موجه لطلبة سنة أولى جذع مشترك
علوم اقتصادية وتجارية وعلوم تسيير

دار إلياء للنشر والتوزيع
ELYAA PUBLISHING HOUSE

د. راهم لخذيري
الاقتصـــاد الجزئـــي
سلسلة ملخصات وأعمال موجهة

د. راهم لخذيري:

أستاذ محاضر أ في قسم العلوم اقتصادية والتجارية وعلوم التسيير بجامعة محمد الشريف مساعدية سوق أهراس، عضو في فرقة بحث PRFU بعنوان: "واقع الدعم والتمويل وأثره على انشاء ريادة الأعمال في الجزائر من وجهة نظر خبراء ريادة الأعمال"، عضو سابق في مخبر البحث "مخبر المالية، المحاسبة، الجباية والتامين"، بجامعة محمد الشريف مساعدية سوق أهراس، حاصل على شهادة ماجستير تخصص: اقتصاد المعرفة والعولمة بجامعة باجي مختار- عنابة جويلية 2008، وشهادة دكتوراه علوم في التخصص نفسه بجامعة باجي مختار- عنابة جوان2018، ثم في جوان 2022 تحصل على التأهيل الجامعي، وله العديد من المنشورات العلمية والمشاركات في تظاهرات علمية وطنية ودولية في مجالات: الاقتصاد والمالية

عن الكتاب:

نضع بين أيدي طلبة السنة الأولى جذع مشترك علوم اقتصادية وتجارية وعلوم التسيير هذا الكتاب في الاقتصاد الجزئي- سلسلة ملخصات وأعمال موجهة- الذي يتناول بعض المحاور الأساسية في مادة الاقتصاد الجزئي وفق ما هو مقرر في البرنامج الدراسي الرسمي، وسعينا من خلالها إلى تبسيط المفاهيم واستخدام مختلف العلاقات عن طريق أمثلة تطبيقية محلولة بطريقة مفصلة.

ISBN : 978-9969-537-73-4
9 789969 537734

دار إلياء للنشر والتوزيع
ELYAA PUBLISHING HOUSE
حي ميموني حمود 02 برج الكيفان
الجزائر العاصمة – الجزائر
email :elyaa.publishing@gmail.com
www.dariliaa.com

الاقتصاد الجزئي

سلسلة ملخصات وأعمال موجهة

عنوان الكتاب

الاقتصاد الجزئي
سلسلة ملخصات وأعمال موجهة

الحجم: 15.5×23.5

عدد الصفحات: 268

من تأليف

د. راهم لخذيري

© المكتبة الوطنية الجزائرية

ردمك: ISBN: 978-9969-537-73-4

الإيداع القانوني : أفريل 2024

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو أي جزء منه أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات أو نقله بأي شكل من الأشكال، دون إذن خطي مسبق من الناشر

دار إيلياء للنشر والتوزيع

حي ميموني حمود 02 برج الكيفان الجزائر العاصمة – الجزائر

email :elyaa.publishing@gmail.com

www.dariliaa.com

الآراء والأفكار الواردة في هذا الكتاب مصدرها المؤلف
ولا تعبر بالضرورة عن رأي دار إيلياء

2024

الاقتصاد الجزئي
سلسلة ملخصات وأعمال موجهة

من تأليف:

د. راهم لخذيري

دار إلياء للنشر والتوزيع
ELYAA PUBLISHING HOUSE

اللهم افتح عليّ فتوح العارفين بحكمتك، وانشر عليّ رحمتك، وذكّرني ما نسيت وأطلق به لساني، وقوي به عزمي بحولك وقوتك، فإنه لا حول ولا قوة إلا بك

إهداء

قال تعالى "رب أوزعني أن اشكر نعمتك التي أنعمت علي وعلى والدي وان اعمل صالحا ترضاه وأدخلني برحمتك في عبادك الصالحين "

لك الحمد ربي على عظيم فضلك أهدي ثمرة عملي المتواضع:

إلى روح أمي وأبي الغالية رحمة الله عليهما.

الى زوجتي وإلى إخوتي وأخواتي وكل من دعمني وشجعني في حياتي وأعطاني دفعة نحو الأمام

الموضوع	الصفحة
مقدمة	13
الفصل الأول: مقدمة في الاقتصاد الجزئي	
المحور الأول: الإقتصاد والمشكلة الإقتصادية	17
المحور الثاني: المشكلة الإقتصادية	21
المحور الثالث: السلع الإقتصادية والسلع الحرة	26
المحور الرابع: علاقة علم الإقتصاد بالعلوم الأخرى	28
المحور الخامس: التحليل الاقتصادي الجزئي والتحليل الاقتصادي الكلي	30
الفصل الثاني: نظرية سلوك المستهلك	
المحور الأول: نظرية سلوك المستهلك	37
المحور الثاني: نظرية المنفعة المقاسة: Marshall,Walras,Jevons:	38
المحور الثالث: التبادل: (L'Echange)	50
المحور الرابع: نظرية المنفعة المرتبة:	56
المحور الخامس: قيد الميزانية	64
المحور السادس: توازن المستهلك رياضيا (حالة تعظيم المنفعة وحالة التدنية)	66
المحور السابع: منحنى استهلاك الدخل/ منحنى استهلاك -السعر	76
المحور الثامن: أثر الإحلال وأثر الدخل	87
الفصل الثالث: الطلب والعرض وتوازن السوق	
المحور الأول: نظرية الطلب.	109
المحور الثاني: دالة العرض	113
المحور الثالث: المرونات	119

المحور الرابع: مرونة العرض	131
الفصل الرابع: آليات الحكومة في التأثير على توازن السوق	
المحور الأول: آلية التسعير:	137
المحور الثاني: الآلية الضريبية	138
المحور الثالث: آلية منح الإعانات على الإنتاج	140
المحور الرابع: فائض المنتج وفائض المستهلك	141
الفصل الخامس: تحليل سلوك المنتج	
المحور الاول: تحليل سلوك المنتج في الفترة القصيرة	153
المحور الثاني: تحليل سلوك المنتج في الفترة الطويلة	160
المحور الثالث: المعدل الحدي للإحلال الفني	166
المحور الرابع: غلة الحجم (مردودية السلم)	169
الفصل السادس: نظرية التكاليف	
المحور الاول: تكاليف الانتاج في المدى القصير:	179
المحور الثاني: التكاليف في المدى الطويل:	182
المحور الثالث: الايرادات والربح	183
الفصل السابع: تحليل سلوك المنتج في سوق المنافسة التامة	
المحور الاول: المنافسة التامة والكاملة وخصائصها	201
المحور الثاني: التوازن في المدى القصير	202
المحور الثالث: التوازن في المدى الطويل	206
المحور الرابع: استقرار السوق:	210
الفصل الثامن: تحليل سلوك المنتج في حالة سوق الاحتكار التام	
المحور الاول: التعريف والأشكال والشروط:	221

المحور الثاني: منحنى الطلب والايراد الحدي	222
المحور الثالث: التوازن في الاحتكار التام: مفهوم وشرط التوازن	224
المحور الرابع: الاحتكار التمييزي:	229
المحو الخامس: المنافسة الاحتكارية	237
الفصل التاسع: تحليل سلوك المنتج في حالة احتكار القلة	
المحور الاول: احتكار القلة وخصائصه	245
المحور الثاني: نموذج كورنو (Le modèle de Cournot):	246
المحور الثالث: نموذج ستاكلبارغ :(Le modèle de Stackelberg)	248
المحور الرابع: الكارتل وتعظيم الربح الإجمالي	250
المحور الخامس: الكارتل وتقسيم السوق	252
المحور السادس: نموذج المؤسسة المهيمنة	253
الفصل العاشر: مسابقات غير محلولة	257
قائمة المراجع	269

مقدمة

يعتبر التحليل الاقتصادي الجزئي أحد فروع علم الاقتصاد الذي يتناول في مضمونه التحليلي على مستوى الوحدات الاقتصادية، وبالنسبة للطالب فهو أحد المقاييس الاساسية التي توفر له ادوات التحليل الاقتصادي.

ان دراسة مقرر الاقتصاد الجزئي بتطلب امكانيات مسبقة يجب على الطالب الالمام بها، حتى يتسنى له التحكم في هذا النوع من التحليل ال وهي الاساليب الرياضية والجبر الخطي والتي حصلها الطالب خلال مساره الدراسي.

نضع بين ايدي طلبة السنة الأولى جذع مشترك هذا الكتاب التي يتناول بعض المحاور الأساسية في مادة الاقتصاد الجزئي وفق ما هو مقرر في البرنامج الدراسي الرسمي، وسعينا من خلالها الى تبسيط المفاهيم واستخدام مختلف العلاقات عن طريق أمثلة تطبيقية محلولة بطريقة مفصلة.

وتجدر الإشارة الى أن فهم مبادئ الاقتصاد الجزئي بالإضافة الى تحقيق مكتسبات فكرية وعلمية حول السلوك الرشيد للأعوان الاقتصاديين، فإنه يساعدنا على فهم سلوك الفرد في حياته في المجتمع، والعمل على الاستغلال الأمثل لما هو متاح من خلال بناء نماذج رياضية واقتصادية نظرية لتحليل العلاقة بين مختلف المتغيرات وبالتالي تحقيق الرفاهية الاقتصادية والاجتماعية.

ومن أجل التبسيط للطلبة ارتأينا تقسيم هذا الكتاب الى الفصول التالية:

الفصل الأول، وهو بمثابة فصل تمهيدي تناول بعض المفاهيم التي نراها اساسية لفهم النظرية الاقتصادية الجزئية، من خلال الالمام بمجموعة من المفاهيم المتعلقة بالتحليل الاقتصادي بصفة عامة والتحليل الاقتصادي الجزئي بصفة خاصة.

الفصل الثاني، يتعرض هذا الجزء الى تحليل سلوك المستهلك بصفته أحد الاعوان الاقتصاديين الفاعلين في الدورة الاقتصادية وكونه ممثل لجانب الطلب في السوق،

بحيث تناولنا من خلاله مفاهيم المنفعة بنوعيها العددية والترتيبية ومن ثم الى اساليب تحديد توازن السوق ومختلف العناصر المتعلقة به.

الفصل الثالث نتناول من خلاله أغلب ما يتعلق بقانون العرض والطلب والمرونات.

الفاصل الرابع، يأتي لتطبيق قانون العرض والطلب وتفاعلهما لتحديد التوازن في السوق، وكذا تأثير العوامل الأخرى على التوازن بما فيها التدخل الحكومي من خلال فرض الضرائب وتقديم الاعانات.

الفاصل الخامس، يتعرض الى تحليل سلوك المنتج من خلال مفهوم الانتاج ومراحله وأنواع دوال الإنتاج والمعدل الحدي للإحلال التقني

الفصل السادس، نظرية التكاليف ويتعرض الى تكاليف الانتاج في المدى القصير، تكاليف الانتاج في المدى الطويل، بالاضافة الى الايرادات والربح

الفصل السابع، تحليل سلوك المنتج في حالة سوق المنافسة التامة والكاملة من خلال المنافسة التامة وخصائصها، سعر التوازن في سوق المنافسة التامة، التوازن في المدى القصير، وتوازن المنتج في المدى الطويل، واستقرار السوق.

الفصل الثامن، تحليل تجليل سلوك المنتج في حالة سوق الاحتكار التام، وتناول الاحتكار التام وخصائصه، منحنى الطلب ومنحنيات ايراد المحتكر، توازن المتحكر في الفترة القصيرة، وتوازن المنتج المحتكر في المدى الطويل، بالاضافة الى سياسة التمييز السعري، سوق المنافسة الاحتكارية.

الفصل التاسع، تحليل سلوك المنتج في حالة سوق احتكار القلة، وتناول احتكار القلة وخصائصه، نموذج كورنو، ستاكلبارغ، الكارتل وتعظيم الربح الاجمالي، الكارتل وتقسيم السوق، ونموذج المؤسسة المهيمنة.

الفصل العاشر، ويظم مسابقات غير محلولة

حيث كل فصل تتخلله مجموعة من التمارين محلولة بالتفصيل والشرح الكافي.

الفصل الأول:

مقدمة في الاقتصاد الجزئي

المحور الأول: الإقتصاد والمشكلة الإقتصادية

تظهر المشكلة الإقتصادية في أي مجتمع من مجتمعات البشرية عند ممارسه العمليات الخاصة بإستخدام الموارد المتاحة بهدف إشباع الحاجات البشرية غير المحدودة ، لهذا يقوم علم الإقتصاد على دراستها بإستخدام النظريات و الأسس الإقتصادية المتعددة لإشباع أكبر قدر ممكن من الحاجات و الرغبات الإنسانية بإستخدام الموارد الإقتصادية المتوفرة و التي يتميز وجودها بالندرة، وبالتالي يقوم الإقتصاديون بتطبيق النظريات والأسس الإقتصادية على مستويين مختلفين إحداهما وحدوي والأخر كلي ، وعليه فعلم الإقتصاد ينقسم إلى أقسام منها الإقتصاد الوحدوي أو الجزئي والإقتصاد الكلي، وكلاهما ضروري للدراسة الإقتصادية، حيث يحاول الإقتصاد الجزئي دراسة و تحليل سلوك وحدات إقتصادية فردية كالمستهلك والعوامل المحددة لطلبه على سلعة أوخدمة ما، المنتج والعوامل المحددة للكمية التي يقوم بإنتاجها وبيعها، المؤسسة وسلوك المؤسسة تجاه العمالة، التكاليف الإنتاج والإيرادات المحققة من خلالها، توازن السوق، في حين يهتم الإقتصاد الكلي بدراسة سلوك مجموعات ككل كإقتصاد دولة معينة أو دراسة القطاعات المختلفة المكونة للإقتصاد مثال ذلك دراسة القطاع الإستهلاكي والذي يتضمن المستهلكين ككل، أو بدراسة القطاع الحكومي، أو قطاع المنتجين إلى غير ذلك، وبالتالي فهو يركز بشكل أساسي على ظواهر إقتصادية كلية كالمستوى العام للأسعار، معدل التضخم، نسبة البطالة، النمو الإقتصادي، التنمية، مستويات الإستثمار وما إلى ذلك.

I. **مفهوم علم الإقتصاد:** يهتم علم الإقتصاد بدراسة السلوك الإقتصادي للأفراد والمجتمعات كالإنتاج والإستهلاك والإدخار وتبادل السلع و الخدمات، وبالتالي فهو

يتصل بكل جوانب الحياة ويتميز بالعمومية والإحاطة، كما أنه ينتمي إلى العلوم الإجتماعية كعلم الإجتماع وعلم النفس وعلم السياسة و الحقوق ..إلخ.

وبذلك فإن **علم الإقتصاد يعرف على أنه**: أحد فروع العلوم الإجتماعية الذي يدرس السلوك الفردي و/ أو الجماعي من ناحية محاولة تخصيص الموارد المتاحة النادرة وذات الإستعمالات البديلة بين الإحتياجات الإنسانية المتعددة وكيفية تحقيق ذلك عن طريق إجراء عمليات التبادل في السوق.

كما يعرفه ساموبلسون بول " بأنه دراسة كيفية اختيار الأفراد أوالمجتمع استخدام الموارد المنتجة في انتاج مختلف البضائع عبر الزمن، ومن ثم توزيعها على الإستهلاك الحالي والمقبل وبين مختلف الأفراد والجماعات في المجتمع"، وبشكل عام فإن علم الإقتصاد هوذلك العلم الإجتماعي الذي يهتم بمشكلة ادارة أو استعمال الموارد النادرة أو المحدودة بشكل يسمح بالحصول على أقصى أو أكبر اشباع لحاجات المجتمع اللامتناهية.

وبناءا عليه فإن علم الإقتصاد يختص بدراسة المسائل المتعلق بـ:

- ماهي السلع والخدمات التي ينتجها المجتمع، بمعنى ما هي السلع والخدمات التي ينبغي على المجتمع أن ينتجها وفقا لموارده الإقتصادية المتاحة والتي تتميز بالندرة النسبية الأمر الذي يقتضي المفاضلة بين الإستخدامات البديلة من خلال أليات السوق؛
- بأي طريقة يتم الإنتاج فهناك طرق إنتاجية متعددة كأن تكون بـ:
  - طرق إنتاجية كثيفة العمالة.
  - طرق إنتاجية كثيفة رأس المال.
  - طرق إنتاجية كثيفة التكنولوجيا.

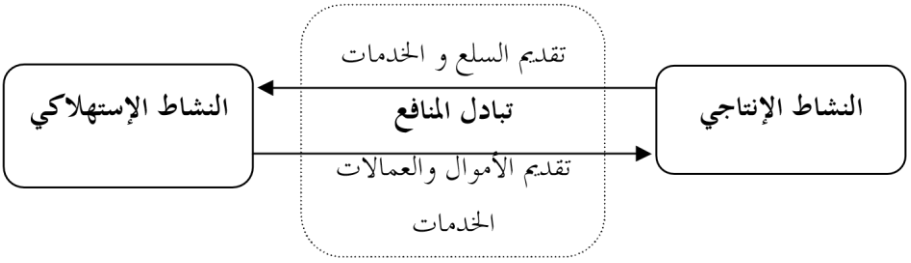
- كيفية توزيع الإنتاج بين أفراد المجتمع من السلع والخدمات بين عناصر الإنتاج المشاركة في العملية الإنتاجية (العمل، رأس المال، مالك الأرض، المنظم).
- ما مدى الكفاءة التي تستخدم بها الموارد الإقتصادية، أي ما إذا كان الإنتاج يتم بطريقة كفئة ويوزع أيضا بكفاءة.

II. **النشاط الإقتصادي:** يتمثل في عمليات تخصيص الموارد المتاحة لثلاثة عمليات أساسية: الإنتاج، الإستهلاك والتبادل، والتي يقصد بكل منها بـ:

- **الإنتاج:** هو إعداد وموائمة الموارد المتاحة لإشباع الرغبات البشرية وذلك بتغيير نوعيتها المادية والكمياوية أو الحيوية لتحويلها إلى الصورة التي تحقق الإشباع ويشمل الإنتاج كذلك التغيير المكاني كالنقل أو الزماني كالتخزين لتلك الموارد.
- **الإستهلاك:** يعنى الإستخدام المباشر للموارد الإقتصادية في صورتها الجديدة لإشباع الرغبات.
- **التبادل:** هو إنتقال الموارد بين الوحدات الإقتصادية التي تقوم بإتخاذ القرارات الإقتصادية وهذه الوحدات قد تكون وحدات إنتاجية أو وحدات إستهلاكية أو وحدات ضابطة ومراقبة لمختلف الأنشطة الإقتصادية، كما قد تكون إستهلاكية وإنتاجية في أن واحد.

ويمكن توضيح العلاقة بين الأنشطة الإقتصادية من خلال الشكل التالي:

الشكل رقم (01): النشاط الإقتصادي



المصدر: من إعداد الباحث

إذا كان الغرض من عملية الإنتاج تحقيق الإستهلاك فإن الإنتاج يشترط أولا وجود الحاجة إلى الإستهلاك، مما يعني وجود حاجات ورغبات استهلاكية معينة، والإنسان بصورة عامة لا يقدم على إنتاج أي شيء ما لم يدرك مسبقا وجود الحاجة إلى استهلاك هذا الشيء، إذن يمكن القول أنّ الغرض من جميع المنتجات والخدمات هو تلبية الاستهلاك.

وبالتالي فإن إنتاج السلعة و/أو الخدمة يتطلب وجود أربعة عناصر أساسية تدعى بعناصر الإنتاج تتمثل في:

1-رأس المال: هو عبارة عن جميع ما أنتجه الإنسان ويساهم في إنتاج السلع والخدمات كالمعدات، الألآت والأجهزة المستخدمة في العملية الإنتاجية، وبذلك فإن عنصر رأس المال سيحصل على مقدار نقدي يسمى العائد مقابل مساهمته في العملية الإنتاجية.

2-العمل: يمثل المجهود الإنساني سواء الجسماني أو الذهني الذي يساهم في إنتاج السلع وتقديم الخدمات، حيث يشمل كل من العمالة المستخدمة في العملية الإنتاجية وكذلك مستوى تدريب العمالة أو الوقت الزمني المستغرق في سبيل إنتاج تلك السلعة أو الخدمة، ولهذا فإن عنصر العمل يحصل على أجر نظير مساهمته في العملية الإنتاجية.

3-الأرض: يقصد بها جميع الموارد الطبيعية المتواجد على سطح الأرض وما في باطنها من مصادر طبيعية يمكن إستخدامها لإنتاج السلع والخدمات، كالمعادن والأحجار والأراضي المستخدمة في الزراعة والصناعة والسكن إلى غير ذلك، ولهذا فإن المبلغ المقتطع لهذا العنصر (ما يحصل عليه صاحب الأرض) يسمى بالريع نظير مساهمته في العملية الإنتاجية.

4-المنظم: يتمثل في الشخص الذي يقوم بعملية تنظيم عمل عناصر الإنتاج الأخرى، وذلك باستخدام المهارات الفنية والإدارية المتوفرة لديه في سبيل إنتاج السلعة أو الخدمة، حيث سيحصل المنظم على جزء أو نسبة من الأرباح لقاء مساهمته في إدارة وتنظيم العملية الإنتاجية.

المحور الثاني: المشكلة الإقتصادية:

يواجه الفرد العديد من الحاجات والرغبات التي يصعب إحصائها أو الإلمام بعددها، فعلى سبيل المثال هل تستطيع الآن أن تعدد جميع السلع والخدمات المختلفة التي ترغب في الحصول عليها؟ فلنفترض أن شخصا ما قام بإعطائك قائمة تتضمن ثلاث سلع فقط يرغب في اقتنائها وتضم هذه القائمة: سيارة، منزل ، جهاز حاسب آلي، إلا أن كل من هذه الاختيارات الثلاثة تؤدي إلى المزيد من الاختيارات والرغبات أيضا، فالسيارة مثلا تتطلب اختيار الشخص لنوع و لون وحجم السيارة إضافة إلى مواصفات أخرى كثيرة، أما بالنسبة للاختيار الثاني فإن المنزل يولد العديد من الاختيارات والرغبات المتعددة كالمساحة والموقع والحجم وعدد الغرف ونوعية الأثاث وما إلى ذلك، وبإمكانك الآن تطبيق ذلك على الاختيار الثالث، وبصورة عامة فإن الرغبات والحاجات الإنسانية تعتبر رغبات غير محدودة .

1- **تعريف المشكلة الإقتصادية:** تعرف على أنها ندرة الموارد المتاحة في مقابلة الإحتياجات الإنسانية المتعددة واللانهائية، والتي ينتج عنهما مشكلة الإختيار بمعنى ما الإحتياجات والرغبات التي يختار إشباعها من بين جميع إحتياجاته ضمن موارده المتاحة، وبذلك فإنه يتوجب عليه التضحية بحاجات ورغبات على حساب أخرى.

2- **خصائص المشكلة الإقتصادية:** إن علم الاقتصاد يقوم بدراسة المشكلة الاقتصادية ويحاول استخدام النظريات والأسس الاقتصادية المتعددة لإشباع أكبر

قدر ممكن من الحاجات والرغبات الإنسانية باستخدام الموارد الاقتصادية المتوفرة والتي يتميز وجودها بالندرة، الإختيار والتضحية.

أولا: الندرة: يقصد بها الندرة النسبية وليست المطلقة، فالموارد متوفرة (وسائل الإشباع) إلا أنه بالنظر إلى زيادة الرغبات فإن هذه الموارد تصبح نادرة بالنسبة للرغبة فيها وهذا جوهر المشكلة الإقتصادية.

إن أهم ما يميز عناصر الإنتاج هو عدم توفرها بشكل كافي بحيث تمكننا من إنتاج جميع السلع والخدمات التي نقوم بطلبها، فعناصر الإنتاج أو الموارد موجودة بشكل وبكميات نادرة مقارنة مع حجم وعدد الرغبات والحاجات الإنسانية غير المحدودة،

فالندرة هي الصفة المميزة للسلع الإقتصادية وأن الدليل على ندرة هذه السلع هو ضرورة بذل الجهد والمال من أجل الحصول عليها.

ثانيا: الإختيار: كثيرا ما يصاحب ندرة وسائل إشباع الحاجات وندرة الموارد الإقتصادية الإختيار في إستعمال الموارد النادرة، وبالتالي فمشكلة الندرة هي التي تدفعنا إلى عملية الاختيار من بين البدائل المختلفة، فعندما لا يستطيع شخص معين من الحصول على جميع رغباته وحاجاته غير المحدودة، فإنه يضطر هنا إلى عملية اللجوء إلى الاختيار من عديد البدائل، فمثلا قد يضطر الفرد إلى اقتناء منزل بدلا من حصوله على سيارة ولهذا فإن عملية اختيار سلعة أو خدمة ما تتضمن في نفس الوقت القيام بتضحية تتمثل في عدم اقتناء سلع أو خدمات أخرى.

ثالثا: التضحية : إن تواجد الموارد النادرة ذات الإستعمالات البديلة نحو استعمال معين بقصد إشباع حاجة معينة يعني التضحية بإشباع الحاجات الأخرى، فإذا استخدم شخص كل الموارد لحصول على سلعة أو خدمة معينة يكون قد ضحى بسلعة أو خدمة

أخرى ، ومن تم فإن هذه التضحية تسمى بتكلفة الفرصة البديلة و التي يقصد بها تكلفة القيام بإختيار معين، فالطالب الذي قرر الدخول إلى الجامعة وإكمال مشواره التعليمي لديه تكلفة فرصة بديلة تتمثل في الاختيارات الأخرى التي لم يقم بها كعدم حصوله على وظيفة ذات مردود مادي في حين أن الطالب الذي قرر عدم دخول الجامعة كانت تكلفة الفرصة البديلة لديه في عدم حصوله على وظيفة مرموقة مثلا.

نتيجة للمشكلة الاقتصادية، فإن علم الاقتصاد يهدف إلى تحقيق أكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات غير المحدودة باستخدام أقل كمية ممكنة من الموارد الاقتصادية النادرة، وهذا يدفعنا بالطبع إلى تحديد الأولويات عن طريق الإجابة على الأسئلة الاقتصادية التالية:

- **ماذا ننتج**: ويتعلق هذا السؤال حول أي من السلع يتطلب علينا القيام بإنتاجها خاصة وأن مشكلة الندرة تحتم علينا ذلك، حيث أنه لا يمكن أن ننتج جميع السلع والخدمات التي يرغب جميع الأفراد في الحصول عليها، وبالتالي فإننا نواجه مشكلتي الاختيار والتضحية؛
- **كيف ننتج**: يطالبنا هذا السؤال بضرورة إيجاد الطريقة الأفضل التي من خلالها نستطيع إنتاج أكبر كمية من السلع والخدمات بأقل تكلفة ممكنة، إضافة إلى تقليل هدر الموارد النادرة خلال عملية الإنتاج؛
- **لمن ننتج**: ويركز هذا السؤال كذلك على ضرورة إشباع أكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات غير المحدودة لأكبر شريحة من الأفراد في الاقتصاد، فبسبب مشكلة الندرة قد يكون إشباع حاجات ورغبات شريحة معينة على حساب إشباع حاجات ورغبات شريحة أخرى.

3- **وسائل الإشباع الإقتصادية:** إن دراسة علم الإقتصاد بجوانبه المختلفة يعتمد على فكرة أساسية مفادها لو أن الإنسان يحصل على كل ما يريده لما توقف عن طلب سلع أو خدمات أخرى، وبالتالي كلما تحققت له رغبة تجده يطلب أخرى وأخرى غيرهما إلى غير ذلك، فمثلا الفرد منا يرغب في وظيفة مرموقة، ويرغب في منزل ملائم ، ويريد سيارة فاخرة، ويتمنى شراء ملابس أنيقة كما يتطلع للسفر والتسلية هذا فضلا عن كونه يأمل في الحصول على مستوى معقول من التعليم والثقافة والرعاية الصحية، وأشياء وحاجيات أخرى يصعب حصرها ولا يمكن وضع مجال لحصرها .

لهذا فالسؤال الرئيسي هنا يتمثل في، هل من الممكن إشباع كل الرغبات دفعة واحدة؟

إن محاولة الإجابة على هذا السؤال تضعنا أمام حقيقتين مهمتين أساسيتين هما:

- الرغبات الإنسانية المراد إشباعها متعدد وغير محدودة؛
- الموارد المتاحة لإشباع الرغبات الإنسانية محدودة.

3-1-الحاجات والرغبات الإقتصادية: تعرف **الحاجة** بأنها رغبة الإنسان في الحصول على وسائل لازمة لوجده أو للمحافظة عليه أو لتقدمه دون أن يلزم لقيامها أن يكون الإنسان حائزا لتلك الوسائل ولكنها تفترض معرف الإنسان بالغاية التي يسعى أليها وبالوسائل التي تسمح بتحقيق تلك الغاية، ومن ثم فإن للحاجة بمختلف أشكالها ثلاثة عناصر تتمثل فالآتي: -

- الشعور بالحرمان أو الإحساس بالألم كالجوع أو العطش مثلا؛
- معرفة الوسيلة لإطفاء هذا الحرمان أو الألم؛
- الرغبة في إستخدام هذه الوسيلة لإزالة الشعور أو الإحساس.

وليس كل حاجة تدخل في موضوع علم الإقتصاد، فالحاجة إلى النوم أو إلى الراحة ليست حاجات اقتصادية والإقتصادي لا يهتم بالحاجة ذاتها وإنما يهتم بنتائجها الإقتصادية.

أما بالنسبة للمقصود **بالرغبة** فإنها تتمثل في الشعور بالحرمان المصحوب بدافع معين لدى الفرد في الحصول على وسائل الإشباع المختلفة لإزالة هذا الحرمان، حيث قد تكون هذه الرغبة إما فطرية تولد مع الإنسان ويحتاجها تلقائيا كالرغبة في الغداء والشرب والملبس ...إلخ، وإما مكتسبة تتطور وتظهر وتختلف مع نمو الإنسان وتتغير بتغير ظروفه كالرغبة في الحصول على مختلف السلع والخدمات الكمالية، ويقوم الفرد باستهلاك تلك السلع أو الخدمات التي تشبع لديه حاجة أو رغبة معينة والتي تحقق له منفعة إقتصادية.

كما تتميز الحاجات والرغبات الإقتصادية بعدد من الخصائص التي تمكن الفرد من القضاء على الشعور والإحساس بالحرمان منها: -

• **التعدد والتنافسية:** إن الحاجة الواحدة لها وسائل متعددة لإشباعها، بمعنى أن هناك أمكانية الإحلال للإشباع عندما لا يقدر الفرد على توفير وسيلة الإشباع كأن يكون سعرها مرتفع ودخله محدود مما يدفع به إلى الإختيار من بين البدائل الممكنة والمتاحة، فالرغبة في شرب القهوة قد تتنافس مع شرب الشاي، والرغبة في العمل مثلا تتنافس مع الرغبة في الحصول على وقت إضافي للراحة، أيضا الرغبة في برمجة رحلة لقضاء العطلة الصيفية قد يتنافس مع الرغبة في شراء سيارة أو تغيير القديمة؛

• **التكامل:** هناك رغبات لا يمكن إشباعها إلى بتواجد رغبات أخرى تشكل معا إشباع رغبة أخرى متكاملة، أو أن إشباع رغبة لا يحدث إلا بإشباع رغبة أخرى، فالرغبة

في شرب القهوة قد لا تشبع إلا بوجود مقدار محدد من السكر أو بإضافة كمية معينة من الحليب.

- **قابليتها للتعدد**: تتعدد الحاجات والرغبات مع التقدم الزمني والتطور التكنولوجي، فهناك سيل من السلع الجديدة التي لا يمكن حصرها، حيث أن ظهورها في البداية يكون محدود لارتفاع سعرها لكن مع مرور الوقت يتم التوسع في الإنتاج وبالتالي ينخفض السعر إلى أن تنتشر وتصبح متاحة لجميع المحتاجين لها جديدة
- **القابلية للإشباع**: تشبع الرغبة بمجرد إستعمال السلعة أو الخدمة المعنية مباشرة أو باستهلاكها لعدة مرات، فقد يقف الفرد عند حد معين من الإشباع بينما يستمر أخرون لفترة أطول حتى يحصل على الإشباع المطلوب؛
- **نسبية الإشباع**: تتصف الرغبات بالنسبية لكونها تختلف من فرد لأخر ومن المكان لأخر ومن زمن لأخر، فالرغبة في الملابس الصوفية قد تكون أكثر إلحاحا في البلدان البارد منها في الحارة، وفي فصل الشتاء أكثر منها في الصيف.

2-3- الموارد الإقتصادية: إن القدرة على إشباع الحاجات والرغبات الإنسانية المتزايدة واللانهائية تتطلب توفر المصادر والوسائل الكفيلة بتحقيق ذلك، لهذا فإن الموارد التي تمكن من إزالة الإحساس بالحرمان تتمثل في السلع والخدمات المختلفة، لهذا فالموارد قد تكون في شكل مادي ملموس يمكن توصيفه كميا أوليفيا فنطلق عليها عموما السلع كالمواد الغذائية، الملابس، الأدوية إلى غير ذلك، ومنها ما يكون في شكل غير مادي وغير ملموس وهذا ما يعرف بالخدمات كالنقل، الصحة، التعليم والإتصالات الهاتفية .... إلخ

المحور الثالث: السلع الإقتصادية والسلع الحرة:

-**السلع الإقتصادية**: هي تلك التي لا توجد في الطبيعة إلا بكميات محدودة بالنسبة للرغبة فيها، ويخصص في سبيل إنتاجها قدر معين من الموارد؛

-**السلع الحرة**: فهي تلك السلع لتي توجد في الطبيعة بكميات كبيرة ولا يبذل الإنسان، أي جهد في سبيل الحصول عليها، كما لا يخصص لإنتاجها أي قدر من الموارد كالهواء مثلا.

- **السلع الضرورية والسلع الكمالية:**

-**السلع الضرورية**: هي تلك السلع التي تشبع رغبات الإنسان البيولوجية، كالطعام والشراب والملبس؛

-**السلع الكمالية:** فهي السلع التي يرى غالبية الناس أن الحاجة إليها على أدنى درجة من الإلحاح والأهمية، كما نشير إلى أن التفرقة بين ما هو ضروري وما هو كمالي ليست بالأمر السهل، حيث أن ما هو كمالي لشخص قد يكون ضروري لأخر و =العكس صحيح، بل إن ما يكون كماليا للشخص نفسه في وقت معين قد يصبح ضروريا في وقت أخر.

- **السلع العادية والسلع الدنيا:**

-**السلع العادية**: هي السلع التي يزيد الطلب عليها كلما زاد دخل المستهلك أو قل سعرها، ويقل الطلب عليها عندما يقل دخل المستهلك أو يرتفع سعرها.

-**السلع الدنيا(الرديئة):** فهي تمثل السلع التي تشبع رغبة إنسانية مباشرة ولكنها على درجة منخفضة من الجودة يقل إقبال الفرد عليها عندما يرتفع دخله ليتحول إلى استهلاك سلعة أخرى أكثر جودة.

- **السلع الفانية والسلع المعمرة:**

-**السلع الفانية**: تتمثل في السلع التي تستهلك فور تقديمها للاستهلاك، إذ تستنفد قدرتها الإشباعية بمجرد إستعمالها مرة واحدة كالمواد الغذائية مثلا.

-**السلع المعمرة:** فهي السلع التي تحقق سلسلة من الإشباعات دون أن تفقد قدرتها الإشباعية دفعة واحدة إنما تدريجيا بتعدد الإستعمال أو بعامل الزمن كالملابس، الألآت والمعدات.

- **السلع المكملة والسلع البديلة:**

-**السلع المكملة**: هي السلع التي لا تستخدم إحداها إلا بوجود الأخرى لإشباع رغبة معينة كالهاتف النقال والشريحة، الورق والقلم، الكهرباء والتلفاز ومحول القنوات.

-**السلع البديلة:** فهي السلع التي يمكن إحلال أحدها محل الأخرى لإشباع رغبة معينة كاللحوم البيضاء والحمراء والأسماك، الشاي والقهوة.

- **السلع الاستهلاكية والسلع الرأسمالية:**

-**السلع الاستهلاكية**: هي السلع التي تنتج بغرض الاستهلاك النهائي، أو هي التي تشبع الرغبة الإنسانية مباشرة دون إجراء عمليات تحويلية عليها كالملابس والغذاء.

-**السلع الرأسمالية:** هي السلع التي لا يمكن استخدمها مباشرة في إشباع الرغبات الإنسانية إنما بطريقة غير مباشرة كالألات والمعدات المختلفة.

المحور الرابع: علاقة علم الإقتصاد بالعلوم الأخرى:

يرتبط علم الإقتصاد بعدة علوم نتعرض لأهمها فيما يلي: -

1-علاقة علم الإقتصاد بعلم السياسة: هناك علاقة وثيقة بين علم الإقتصاد وعلم السياسة وهو ما يعرف بمصطلح الإقتصاد السياسي، حيث أن معظم المشاكل الإقتصادية في الواقع ذات طبيعة سياسية وأن القرارات السياسية تحمل في طياتها نتائج إقتصادية، فمشاكل الأرض وعقد الدين الداخلي وفرض الضرائب و تحديد الحد الأدنى للأجور وغير ذلك، كلها قرارات سياسية لكنها ذات نتائج وأبعاد إقتصادية ، كما أنها في الواقع ظواهر إقتصادية ولكن القرار بشأنها لا يتم من قبل إقتصادي، إنما من

قبل سياسي، حيث تصوغ الدولة سياستها استنادا إلى تحليلات اقتصادية مبنية على توصيات مستشارين اقتصاديون، لذلك تكون هناك علاقة وثيقة بين علم الإقتصاد وعلم السياسة.

2-علاقة علم الإقتصاد بعلم الإحصاء: إن غالبية المتغيرات الإقتصادية كبيرة وقابلة للقياس والإقتصادي بحاجة ماسة إلى البيانات الإحصائية لتفسير الظواهر الإقتصادية، فإن أي دراسة اقتصادية معمقة تعتمد إلى حد كبير على الأساليب الدقيقة في جميع البيانات وتصنيفها ومعالجتها وتحليلها وتفسيرها.

إن الإقتصادي يستعمل الأساليب الإحصائية المختلفة لمعرفة تطور الإقتصاد الوطني كل أو تطور أحد القطاعات الإقتصادية وكذلك التنبؤ بمعدلات ونسب النمو في المستقبل، حيث أن استخدام الإحصاء ضروري لكشف العلاقة ودرجة الإرتباط بين المتغيرات الإقتصادية المختلفة.

3-علاقة علم الإقتصاد بعلم الإجتماع: إن بعض المشاكل الإقتصادية كانخفاض مستوى المعيشة للأفراد يقود إلى مشاكل اجتماعية لذا تكون هنالك علاقة بين علم الإقتصاد وعلم الإجتماع، ما دام علم الإقتصاد يتناول سلوك الإنسان عندما يحاول تحديد ماذا سيشتري ولماذا وكيف تكون ردود الفعل لديه عند اختلاف ظروف العمل وماذا يفعل المستهلكون بدخولهم العالية فإن كل هذا ذو علاقة بعلم النفس، كما أن اتخاذ القرار من قبل المنتج أو المستهلك يكون له علاقة بالفلسفة وبشكل خاص بالأخلاق وبسبب كون الإقتصاد علم ينبغي أن تقوم دراسته على أساس المنطق .

4- علاقة علم الإقتصاد بعلم المحاسبة: إن أحد الوسائل لقياس كفاءة المشروع هي الربحية التجارية وهنا تتجسد العلاقة القوية بين الإقتصاد والمحاسبة فالمحاسب لا بد وأن يكون على معرفة بفحوى الأرقام التي يتعامل معها، فالمحاسب في مشروع معين

مثلا يتعامل مع أرقام التكاليف والإيرادات، حيث أن هنالك تكاليف صريحة وتكاليف ضمنية وأن هناك أنواع متعددة من التكاليف الكلية والحدية والمتوسطة وكذلك التكاليف الثابتة ومتغيرة، فالمحاسب يجب أن يعرف هذه المصطلحات لكي يتجنب الوقوع في الأخطاء، وهكذا يتضح أن هنالك علاقة وثيقة بين علم الإقتصاد و =علم المحاسبة أداة مهمة لدراسة كفاءة المشروع و مسيرة الإقتصاد الوطني الذي يتكون من مشروعات مختلفة

المحور الخامس: التحليل الاقتصادي الجزئي والتحليل الاقتصادي الكلي:

يمكن تمييز الدراسات الاقتصادية إلى نوعين:

1- الدراسات الاقتصادية على المستوى الكلي

2- الدراسات الاقتصادية على المستوى الجزئي

فالتحليل الكلي يهتم بدراسة سلوك المتغيرات الاقتصادية على مستوى الاقتصاد القومي بكامله مثل الناتج القومي الادخار الاستثمار والاستهلاك ....

أما التحليل الجزئي فيهتم بتحليل سلوك المتغيرات والفعاليات الاقتصادية داخل الوحدة الاقتصادية الفردية سواء كانت وحدة انتاجية أو استهلاكية.

أما طبيعة العلاقة بين أسلوبي التحليل فيمكن القول إنها علاقة متبادلة إذ أن الكثير من الإجراءات التي تتخذ على المستوى الكلي تؤثر تأثيرا كبيرا على نشاط الوحدات الاقتصادية الفردية وهنا يمكن القول بأن الاقتصاد الكلي ليس إلا تجميعا للاقتصادات الجزئية.

التوازن الاقتصادي:

ويقصد به في علم الاقتصاد حالة لا توجد معها أي أسباب تدعو إلى إحداث تغيير في الوضع الاقتصادي الذي تم الوصول إليه.

وهناك نوعان من التوازن الاقتصادي يتحقق الأول منهما على المستوى الجزئي ويسمى بالتوازن الاقتصاد الجزئي والثاني على المستوى الكلي ويسمى بالتوازن الاقتصادي الكلي.

يواجه الفرد العديد من الحاجات والرغبات التي يصعب إحصاؤها أو الإلمام بعددها.

❖ لنفترض أن شخصا معينا حدد قائمة تتضمن 3 سلع يرغب في اقتنائها ولتكن: سيارة، منزل، جهاز كومبيوتر.

كل اختيار يؤدي إلى مجموعة من الاختيارات والرغبات، مثلا: السيارة تتطلب اختيار الشخص للون الحجم، سنة الصنع...، المنزل: المساحة، الموقع، عدد الغرف.... استنتاج: بصورة عامة الرغبات والحاجات الإنسانية تعتبر غير محدودة.

❖ إن إنتاج سلعة أو خدمة يتطلب وجود عناصر الإنتاج.

1- العمل (L)

2- رأس المال (K)

3- الأرض (T)

4- المنظم (المسير، المدير، Le manager)

هذه العناصر غير متوفرة بشكل كافي لإنتاج جميع السلع والخدمات أي أن الموارد موجودة بشكل وكميات نادرة.

مشكلة الندرة: تدفعنا إلى عملية الاختيار بين البدائل المختلفة.

عملية الاختيار تتضمن تضحية في عدم اقتناء السلع أو الخدمات الأخرى، تسمى هذه التضحية **" تكلفة الفرصة البديلة "**.

مشكلة الندرة تمثل ما يسمى **المشكلة الاقتصادية** وهي حجر الأساس الذي يقوم عليه علم الاقتصاد.

النظرية الاقتصادية تحتوي على مستويين من التحليل:

- التحليل الاقتصادي الجزئي.
- التحليل الاقتصادي الكلي.

الاقتصاد الجزئي:

مصطلح الاقتصاد الجزئي (Micro économique) يتكون من المقطع micro المشتق من اليونانية mikros والتي تعني صغير، والمقطع économique والتي تعني اقتصاد أي الاقتصاد الصغير.

يهتم التحليل الاقتصادي الجزئي بتحليل ودراسة سلوك الوحدات الاقتصادية مثل: المستهلكين (سلوك المستهلك، وتعظيم المنفعة)، المنتجين (أو المقاولون الذين يقومون بالمزج الأمثل بين عناصر الإنتاج)، والأسواق (التي يتم فيها تبادل السلع والخدمات).

يطلق عليه أيضا نظرية السعر، أو الاقتصاد الوحدوي، وقد وصف هذا النوع من التحليل الاقتصادي بالجزئي بالنظر إلى أية وحدة من الوحدات في مجموعها مثل العوامل التي تحكم طلب المستهلك للسلع والخدمات وكيفية تحديد ثمنها، والأجر الذي يحصل عليه نوع معين من أنواع العمل، والكميات التي تحقق توازن المشروع والأوضاع والشروط التي يتحقق في ظلها توازن الصناعة أو الفرع الإنتاجي.

الاقتصاد الكلي:

استخدم لأول مرة سنة 1933 من قبل الاقتصادي Frish، يتكون من مقطع macro المأخوذ من اليونانية makros، وتعني كبير ومقطع économique وتعني اقتصاد أي الاقتصاد الكبير والذي اصطلح على تسميته فيما بعد بالاقتصاد الكلي أو

التجميعي، ولم يحتل مكانة بارزة إلا في منتصف الثلاثينات (1936) بمساهمة الاقتصادي الإنجليزي J.M.Keynes الذي نشر كتابه الشهير بعنوان: " النظرية العامة في التشغيل، والفائدة، والنقود ".

يهتم بدراسة الاقتصاد الوطني (الكلي) ككل، والمتغيرات الكبرى مثل: الناتج الوطني الإجمالي، الاستثمار الكلي، الادخار الكلي، المستوى العام للأسعار، التوظيف، البطالة....

وقد وصف هذا النوع من التحليل الاقتصادي بالكلي لأن موضوعه هو الكميات الكلية في الاقتصاد مأخوذة في مجموعها بكل ما تشتمل عليه من وحدات فردية تعتبر عناصره المكونة.

الفروقات الجوهرية بينهما:

يمكن إبرازها من خلال الجدول التالي:

جدول رقم (01): الفرق بين الاقتصاد الكلي والاقتصاد الجزئي

أوجه المقارنة	الاقتصاد الجزئي	الاقتصاد الكلي
مجال الدراسة	يهتم بدراسة الظواهر الاقتصادية الجزئية مثل المستهلكين، المنتجين، نظرية السوق...	يهتم بدراسة الظواهر الاقتصادية الكلية مثل الناتج الوطني الإجمالي، الاستثمار الكلي، الادخار الكلي....
مجال الاهتمام	الاقتصاد الجزئي يهتم بالسعر باعتباره أداة ووسيلة لتحقيق أقصى ربح ممكن.	الاقتصاد الكلي يهتم بالدخل الوطني باعتباره أداة للنمو.
مفهوم التوازن	التوازن في الاقتصاد الجزئي يعبر عن الوضع الأمثل مثلا توازن المستهلك عند الوصول إلى	التوازن الاقتصادي الكلي لا يمثل بالضرورة الوضع الأمثل فقد يتساوى العرض والطلب أو الاستثمار والادخار

	أقصى منفعة، توازن المؤسسة، توازن السوق.	ورغم ذلك توجد مشاكل في المجتمع كالبطالة.
الهدف	المستهلك يهدف إلى تحقيق أقصى منفعة تحت قيد دخله مثلا، المؤسسة تهدف إلى تحقيق أقصى ربح بأقل تكلفة.	تعظيم الربح ليس هدفا أساسيا بل يكفي تحقيق ربح هامشي، وذلك لاعتبارات سياسية واجتماعية.
الإحلال (التعويض)	على مستوى الاقتصاد الجزئي سهلة وبسيطة لأن صاحب العمل هو مالك القرار حيث بإمكانه أن يحل جزء من اليد العاملة بالات أو العكس مثلا.	على المستوى الكلي عملية الإحلال صعبة وتحتاج إلى استراتيجية وقرارات من الحكومة وذلك نظرا لانعكاساتها على سوق العمل وزيادة حدة البطالة وآثارها السلبية.
القياس	سهولة قياس الإنتاجية الحدية للعمل ورأس المال باعتبار أنها قابلة للقياس الكمي	صعوبة قياس الإنتاجية أو المردودية على المستوى الكلي لخضوعها لظروف داخلية وخارجية وعوامل أخرى غير قابلة للقياس الكمي كتأثير المحيط والعوامل السياسية والاجتماعية
أفضلية الحكم	الحكم بالاقتصاد الجزئي يعبر عن تطور جزئي ليس بالضرورة أن يكون مفضلا أو أن يمس كل المتغيرات بل بعضها.	الحكم من حيث الأداء والتطور بالمتغيرات الكلية هو أفضل من الحكم بالمتغيرات الجزئية.

بالرغم من هذا الفصل بينهما إلا أنه منهجي فقط أما في الواقع فإنه من الصعب الوصول إلى ذلك حيث نجد أن الاقتصاد الكلي يهتم بالإجماليات والثاني أي الاقتصاد الجزئي بتحليل مكونات هذه الإجماليات، وبعبارة أخرى يمكننا ملاحظة وجود ترابط مؤكد وبدرجة كبيرة من التشابك بين فرعي التحليل.

الفصل الثاني:
نظرية سلوك المستهلك

المحور الأول: نظرية سلوك المستهلك:

تنطلق نظرية الطلب بدراسة سلوك المستهلك الفردي حيث يفترض أن طلب السوق يكون ممثلا في جمع طلبات المستهلكين الفرديين.

أولا: نظرية الطلب:

يحتوي هدف نظرية الطلب على تحديد العوامل المختلفة التي تؤثر على الطلب وتقدم النظرية الاقتصادية أربعة عوامل أساسية:

- سعر السلعة المدروسة.
- أسعار السلع الأخرى.
- الدخل.
- الذوق.

ثانيا: مفهوم المنفعة:

تعرف المنفعة بالنسبة لشخص معين بأنها تعبير عن شدة الرغبة التي يبديها هذا الشخص للحصول على السلعة في لحظة معينة وظروف معينة، وتعرف أيضا على أنها شدة الإشباع الذي يحصل عليه شخص ما نتيجة استهلاكه كميات مختلفة من هذه السلعة، كما أنها مقياس للفائدة أو السعادة التي يجنيها الفرد نتيجة شرائه السلع المختلفة.

قانون تعظيم المنفعة:

يكون المستهلك المدروس مستهلكا عقلانيا حيث يبحث عن أعظم رفاهية باعتبار دخله وأسعار السلع العديدة.

توجد طريقتان لتحليل المنفعة:

1- طريقة المنفعة المقاسة (القياس الكمي للمنفعة).

2- طريقة المنفعة المرتبة (القياس الترتيبي للمنفعة).

المحور الثاني: نظرية المنفعة المقاسة: Marshall,Walras,Jevons:

يفترض في هذا الإطار أن المستهلك قد يستطيع قياس المنفعة التي يأخذها من استهلاك سلعة أو مجموعة من السلع.

أولا: المنفعة الكلية:

تشير إلى الإشباع الكلي الذي يحصل عليه المستهلك عند استهلاكه لوحدات متتالية من السلعة أو مجموعة السلع، رمزها: UT_X (Utilité totale).

ثانيا: المنفعة الحدية (الهامشية): (Utilité marginale).

هي التغير في المنفعة الكلية الناتج عن التغير في الكمية المستهلكة بوحدة واحدة، رمزها:UMX

$$\text{المنفع الحدية} = \frac{\text{مقدار التغير في المنعة الكلية}}{\text{مقدار التغير في الكمية المستهلكة}}$$

$$UMX = \frac{\Delta UTX}{\Delta x}$$

$$Si : \Delta x = 1 : UMX = \Delta UTX$$

تمرين 01:

نفترض أن مستهلك يحتاج إلى سلعة X فيستهلك وحدة بعد الأخرى كما في الجدول التالي:

Q_y	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UT_Y	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27

1) استنتج قيم المنفعة الحدية.

2) أنشئ منحنى بياني لقيم المنفعة الكلية والمنفعة الحدية، وحدد نقطة الإشباع؟

الحل:

1) تحديد قيم المنفعة الحدية:

لدينا: $$UMX = \frac{\Delta UT_X}{\Delta x}$$

$$Si: \Delta x = 1 : UMX = \Delta UTX$$

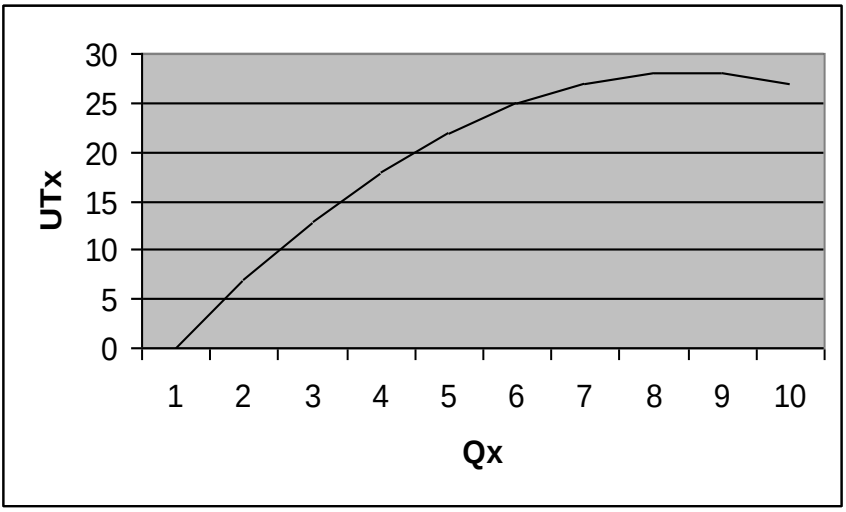
وعليه تكون قيم المنفعة الحدية في الجدول:

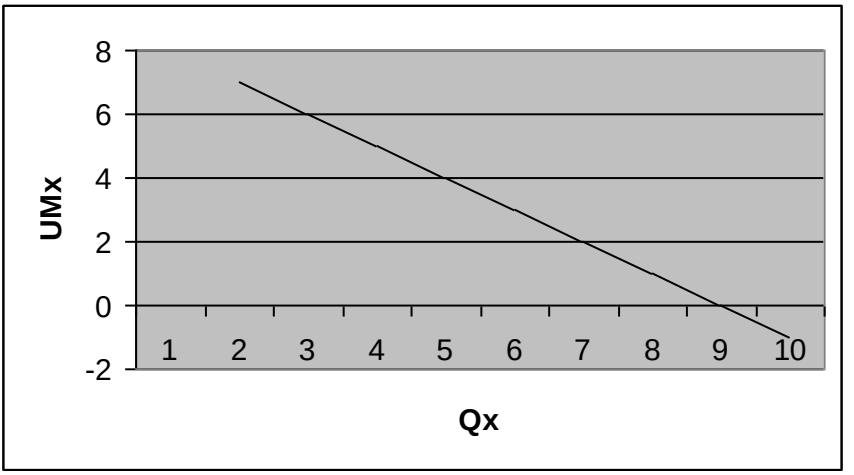
Q_y	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UT_Y	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27
UM_X	-	7	6	5	4	3	2	1	0	-1

2) إنشاء المنحنيين للمنفعة الكلية والحدية:

الشكل رقم (02) يوضح ذلك:

باستخدام سلم رسم مناسب:





نقطة الإشباع: عند نقطة الإشباع أو التوازن يجب توفر شرطان:

$$\begin{cases} \text{MAX UTX} \\ \text{UMX} = 0 \end{cases}$$

من الجدول:

$$\text{MAX UTX} = 28.$$

$UM_X = 1 \longleftarrow Q_X = 7$ (مرفوض).

$UM_X = 0 \longleftarrow Q_X = 8$ (مقبول).

- نقطة الإشباع تتحقق عندما يستهلك المستهلك الكمية: $Q_X = 8$
- المنفعة الكلية تتزايد مع تزايد عدد الكميات المستهلكة من السلعة X إلى أن تصل إلى النقطة(A)
- وهي المستوى الأقصى للمنفعة الكلية وتسمى " حد الإشباع" أو " نقطة التوازن"، بعد ذلك فإنها تتناقص مهما زادت عدد الكميات المستهلكة.
- المنفعة الحدية تكون متناقصة وذلك حسب قانون قوسن (Gossen) الأول. (قانون تناقص المنفعة الحدية)، وفحوى هذا القانون هو أنه إذا استمر فرد ما في استهلاك

وحدات متماثلة من سلعة ما فإن المنفعة الحدية لابد وأن تبدأ في التناقص بعد حد معين حتى تصل إلى الصفر عند حد الإشباع

تمرين 02: من خلال المنفعة الكلية استنتج قيم المنفعة الحدية، ثم أنشئ بيانين لهما وحدد نقطة الإشباع لهذا المستهلك.

Q_y	1	1	2	3	4	5	6	7
UT_Y	0	4	14	20	24	26	26	24

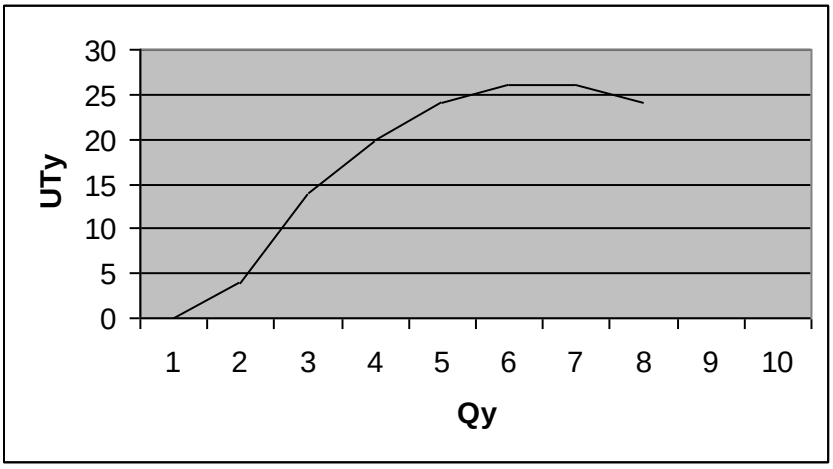
الحل:

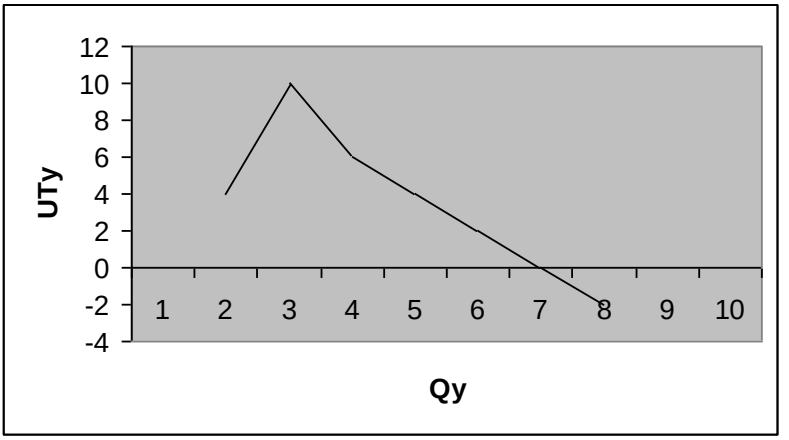
1- تحديد قيم المنفعة الحدية: والتي تكون موضحة في الجدول:

Q_y	1	1	2	3	4	5	6	7
UT_Y	0	4	14	20	24	26	26	24
UM_y	-	4	10	6	4	2	0	-2

2- إنشاء المنحنيين البيانيين:

الشكل رقم (03):





* يجب ملاحظة أن منحنى UM_y يبدأ بالتزايد ثم التناقص.

التفسير:

المنفعة الحدية تتزايد مع استهلاك الوحدات الأولى من السلعةY حيث تكون مقدار الإضافة إلى المنفعة الكلية متزايدة (UT_Y تتزايد بمعدل متزايد).

إن هذا يعني أن الوحدات الأولى من السلعة التي يقوم المستهلك باستهلاكها تعطيه مقدار أعلى من الإشباع (10 وحدات منفعة) أما الوحدات التالية بعد الثانية تضيف مقدارا أقل من الإشباع إلى أن تصل UT_Y إلى أقصى مستوى لها، وتكون المنفعة الحدية مساوية للصفر، وتتناقص بعدها UT_Y

ويصف قانون تناقص المنفعة هذا الوضع حيث ينص على أنه " عند استهلاك وحدات متتالية من السلعة فإن مقدار الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك يبدأ بالتناقص بعد عدد معين من الوحدات"

ومن هذا المثال فإن تناقص المنفعة الحدية يبدأ بالسريان بعد استهلاك الوحدة الثانية.

تمرين 03: نفترض أن دالة المنفعة عند مستهلك ما هي:

$$U = f(X,Y) = x^{\alpha} Y^{\beta}$$

إذا افترضنا أن y ثابت وx متغير ويرتفع بنسبة 10 %.

ما هي نسبة ارتفاع المنفعة الكلية؟

الحل: قبل البدء في حل هذا التطبيق يمكن تقديم هذه الملاحظة:

ملاحظة:

- X ارتفع بـ 5 وحدات : $\Delta x = 5$.
- X ارفع إلى 15 وحدة : $X_2 = 15$.
- X ارتفع بـ 10% : $X_2 = X_1 + (\Delta X / X) X1$

المطلوب: نسبة ارتفاع المنفعة الكلية: $\Delta U/U = ?$

المنفعة الحدية للسلعة X: $UMX = \frac{\Delta UTX}{\Delta x} = \frac{\partial UTX}{\partial X}$

علما أن : $\Delta \approx \partial \approx d$

$$\Delta UTX = \frac{\partial UTX}{\partial X} \Delta x$$

$$\frac{\partial UTX}{\partial X} = UMX = \alpha x^{\alpha-1} Y^{\beta}$$

$$\Delta UTX = \alpha x^{\alpha-1} Y^{\beta} \Delta x$$

$$\Delta UTX = \alpha x^{\alpha} x^{-1} Y^{\beta} \Delta x$$

$$\Delta UTX = \alpha x^{\alpha} Y^{\beta} \frac{\Delta x}{X}$$

$$\Delta UTX = \alpha U \frac{\Delta x}{X}$$

$$\frac{\Delta UTX}{U} = \alpha \frac{\Delta x}{X}$$

اذن: $\frac{\Delta UTX}{U} = \alpha\, 10\%$

وهي نسبة ارتفاع المنفعة الكلية.

إذا ارتفعت الكمية X بنسبة 10% تزداد المنفعة الكلية للمستهلك بنسبة $\alpha = 10\%$

قانون قوسن الثاني:

- الدينار الأخير المنفق علىX يقدم نفس المنفعة كالدينار الأخير المنفق على Y وذلك عند وضع التوازن".

$$\frac{UMX}{P_X} = \frac{UMY}{P_Y}$$

حيث: يصل المستهلك إلى توازنه عندما ينفق دخله ويتحصل على أكبر منفعة

توازن المستهلك يتحقق عند توفر شرطين:

1- إنفاق الدخل بالكامل: (قيد الميزانية)

$$R = X P_X + Y P_Y$$

$$\frac{UMX}{P_X} = \frac{UMY}{P_Y}$$

2- تساوي نسبة المنافع الحدية لأسعار السلع(قانون قوسن الثاني)

تمرين 04: إليك الجدول الذي يقدم المنفعة الحدية للسلعتين X وY، إذا افترضنا أنهما الوحيدتان المتاحتان للمستهلك حيث: $PX = PY = 1, R = 8.$

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UM_X	11	10	9	8	7	6	5	4
UM_Y	19	17	15	13	12	10	8	6

1- حدد نقطة توازن المستهلك.

2- حدد قيمة المنفعة الكلية التي يكتسبها المستهلك من اقتناء السلعتين X و Y.

الحل:

1- يتم الاختيار على أساس أقصى منفعة يمكن أن تحققها الوحدة المقتنية من طرف المستهلك حيث نجد مثلا أن الدينار الأول يحقق منفعة قدرها 11 وحدة إذا اشترى المستهلك السلعة X، ويمكن أن يحقق منفعة قدرها 19 وحدة إذا اشترى السلعةY، وبالتالي فإنه يفضل اقتناء السلعةy، وهكذا تستمر العملية إلى غاية إنفاق كل الدخل، ونوضح ذلك في الجدول:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UM_X	11(6)	10(7)	9	8	7	6	5	4
UM_Y	19(1)	17(2)	15(3)	13(4)	12(5)	10(8)	8	6

في التوازن نجد:

شراء وحدتين من X و6 وحدات من Y (2X ،6Y).

التحقق:

1- شرط الميزانية:

$$R = X P_X + Y P_Y$$

$$2\,(1) + 6\,(1) = 8$$

2- قانون قوسن الثاني:

$$\frac{UMX}{P_X} = \frac{UMY}{P_Y}$$

$$\frac{10}{1} = \frac{10}{1} = 10$$

1- تحديد قيمة المنفعة الكلية المكتسبة:

$$UT = \sum UM$$

$$UT = 11+10+19+17+15+13+12+10 = \mathbf{107}$$

تمرين 05: اعتبر الجدول التالي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UM_X	38	34	31	28	27	25	23	20
UM_Y	60	54	50	46	42	38	33	28

علما أن: $P_X = 1, P_Y = 2, R= 12$.

1) حدد نقطة توازن هذا المستهلك، وقيمة المنفعة الكلية المكتسبة.

2) بفرض تغير سعر السلعة Y إلى $P_Y = 1$، أرسم منحنى الطلب الفردي على Y.

الحل:

1) تحديد نقطة توازن المستهلك:

الطريقة الأولى: ترتيب المنافع الحدية تنازليا.

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UM_X	(38 (1)	34)	(31 (3)	28)	(27 (5)	25)	23	20
UM_Y	60 (2)	54 (4)	50 (6)	46	42	38	33	28

نقطة التوازن: (3Y، 6X).

1- شرط الميزانية:

$$R = X P_X + Y P_Y$$
$$12 = (2)\,3 + (1)\,6$$

2- قانون قوسن الثاني:

$$\frac{UMX}{P_X} = \frac{UMY}{P_Y}$$
$$\frac{50}{2} = \frac{25}{1} = 25$$

الطريقة الثانية: قسمة المنافع الحدية على أسعارها:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UM_X/P_X	38	34	31	28	27	25	23	20
UM_Y/P_Y	30	27	25	23	21	19	16.5	14

بعد قسمة المنافع الحدية على أسعارها نطبق قانون قوسن الثاني لاختيار نقطة التوازن:

نلاحظ القيمة (27): $\frac{UMX}{P_X} = \frac{UMY}{P_Y} = 27\,,(5X\,,2y)$

$$5(1) + 2\,(2) = 9 \neq 12$$

نلاحظ أن شرط التوازن غير محقق وعليه فهذه النقطة مرفوضة.

نلاحظ القيمة (25):

$$\frac{UMX}{P_X} = \frac{UMY}{P_Y} = 25\,,(6X\,,3y)$$

$$6(1) + 3\,(2) = 12 = 12$$

نلاحظ أن شرط التوازن محقق وعليه فهذه النقطة مقبولة وهي نقطة التوازن.

تحديد قيمة المنفعة الكلية المكتسبة:

$$UT = \sum UM$$

UT = 38+34+31+28+27+25+60+54+50 = **347**

2) إذا تغير سعر السلعة Y إلى1 = P_Y يتغير توازن المستهلك:

ويمكن التوضيح من خلال الجدول التالي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UM_X	(7) 38	(8)34	(10)31	(11)28	27	25	23	20
UM_Y	(1)60	(2)54	(3)50	(4)46	2(5)4	)6(38	(9)33	(12)28

ويصبح التوازن الجديد: (8Y، 4X).

التحقق من نقطة التوازن من خلال الشرطين:

1- شرط الميزانية: $R = X\,P_X + Y\,P_Y$

$$12 = (1)\,8 + (1)\,4$$

2- قانون قوسن الثاني:

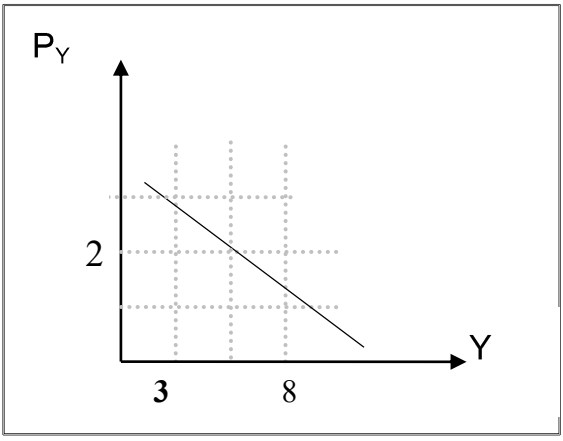
$$\frac{UMX}{P_X} = \frac{UMY}{P_Y}$$

$$1/28 = 1/28 = 28$$

$$P_Y = 2 \longrightarrow D_Y = 3$$

$$P_Y = 1 \longrightarrow D_Y = 8$$

رسم منحنى الطلب الفردي على Y وفق الشكل رقم (04)



تمرين 06: ليكن الجدول التالي الذي يبين المنافع الحدية للسلع التالية:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UM_W	10	8	6	4	3	2	1	0.5	0
UM_X	17	12	10	8	4	2	0		

UM_Y	15	10	8	4	2	1	0		
UM_Z	38	35	26	22	10	9	8	4	2

1) ما هي التوليفة المثلى من هذه السلع التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع ممكن إذا علمت أن كل الأسعار متساوية، وأحسب المنفعة الكلية المكتسبة. $R = 21, P = 1$

2) نفس السؤال إذا كان: $R = 57, P_W = 1, P_X = 2, P_Y = 1, P_Z = 4$

الحل:

1- تحديد نقطة توازن المستهلك:

من خلال الجدول ترتيب المنافع تنازليا:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UM_W	10(11)	8(13)	6(17)	4(18)	3	2	1	0.5	0
UM_X	17 (5)	12(7)	10(8)	8(14)	4 (19)	2	0		
UM_Y	15 (6)	10(9)	8(15)	4(20)	2	1	0		
UM_Z	38(1)	35(2)	26(3)	22(4)	10(10)	9(12)	8(16)	4(21)	2

نقطة التوازن: (4W،5X،4Y،8Z)

التحقق من نقطة التوازن من خلال الشرطين:

- شرط الميزانية: $R = W P_W + X P_X + Y P_Y + Z P_Z$

$$4\ (1) + 5(1) + 4(1) + 8\ (1) = 21$$

- قانون قوسن الثاني: $\frac{UMW}{P_W} = \frac{UMY}{P_Y} = \frac{UMX}{P_X} = \frac{UMZ}{P_Z}$

$$4/1 = 4/1 = 4/1 = 4/1 = 4$$

اذن نقطة التوازن: (4W،5X،4Y،8Z)

والمنفعة الكلية المكتسبة $UT = 268$

2- إذا كان: $R = 57, P_W = 1, P_X = 2, P_Y = 1, P_Z = 4$

بقسمة المنافع الحدية على أسعارها:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UM_W/P_W	10	8	6	4	3	**2**	**1**	0.5	0
UM_X/P_X	8.5	6	5	4	**2**	**1**	0		
UM_Y/P_Y	15	10	8	4	**2**	**1**	0		
UM_Z/P_Z	9.5	8.75	6.5	5.5	2.5	2.25	**2**	**1**	0.5

لإيجاد نقطة التوازن يمكننا الاعتماد على قانون قوسن الثاني:

- نلاحظ القيمة **2**: نقطة: (W6،5X،Y5،Z7)

$$\frac{\text{UMW}}{\text{PW}} = \frac{UMX}{\text{P}_\text{X}} = \frac{UMY}{\text{P}_\text{Y}} = \frac{\text{UMZ}}{\text{PZ}} = 2$$

$$6(1)+5(2)+5(1)+7(4) = 49 \neq 57$$

شرط التوازن غير محقق وعليه فهذه النقطة ليست نقطة توازن.

- نلاحظ القيمة **1**: نقطة: (W7،6X،6Y،8Z)

$$UM_W/P_W = UM_X/P_X = UM_Y/P_Y = UMZ/P_Z = 1$$

$$(4)8 + (1)6 + (2)6 + (1)7 = 57 = 57$$

شرط التوازن محقق وعليه فهذه النقطة مقبولة وهي نقطة التوازن.

المحور الثالث: التبادل: (L'Echange)

يكون التبادل بين شخصين (مستهلكين) ممكنا إذا أدت العملية إلى تحسين وضعيتهما معا، أو وضعية أحدهما بينما الآخر لا يكون في وضعية أسوأ بعد العملية.

يكون التبادل ممكنا إذا تحقق الشرط:

$$\frac{UMX}{UMY} / B \neq \frac{UMX}{UMY} / A$$

يكون التبادل غير ممكن إذا كان: $\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{UMX}{UMY} / A$

تمرين 01: اعتبر الجدول التالي:

	A		B	
Q	UM_X	UM_Y	UM_X	UM_Y
1	16	11	18	16
2	14	10	16	15
3	12	9	14	14
4	10	8	12	13
5	8	7	10	12
6	6	6	8	10
7	4	5	6	10
8	2	4	4	9

إذا كان A وB يمتلكان على التوالي (6Y، 3X)، (3Y، 6X)، والتبادل على أساس 1Y = 1X

1) هل توجد إمكانية التبادل بين A وB؟

2) إذا كان التبادل ممكنا ما هي نقاط توازن A وB؟

الحل:

1) يكون التبادل ممكنا إذا كان: $\frac{UMX}{UMY} / B \neq \frac{UMX}{UMY} / A$

لدينا:

$$\frac{UMX}{UMY} / A = \frac{12}{6}$$

$$\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{08}{14}$$

$$\frac{12}{06} \neq \frac{08}{14}$$

إذن التبادل ممكن.

2) نقاط توازن A و B:

	A	B
X	+ 10	- 8
Y	- 6	+ 13
$UT_i\Delta$	+ 4	+ 5

الصفقة الأولى (المرحلة الأولى):

لدينا:

$$\frac{UMX}{UMY} / A = \frac{10}{07}$$

$$\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{10}{13}$$

$$10/07 \neq 10/13$$

الصفقة الثانية:

	A	B
X	08+	10-
Y	7-	2+ 1
$UT_i\Delta$	1+	2 +

لدينا: $\frac{UMX}{UMY} / A = \frac{08}{08}$

$$\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{12}{12}$$

$$8 / 8 = 12 / 12 = 1$$

إذن التبادل غير ممكن.

ويمكن أن نوضح ذلك من خلال الصفقة الثالثة:

	A	B
X	06+	12-
Y	8-	10+
$UT_i\Delta$	1 -	2 -

الصفقة الثالثة: (غير ممكنة)

إن استمرار التبادل يؤدي إلى خسارة لكلا المستهلكين.

في النهاية يكون المستهلكان في توازن عندما يكسبان:

B (5Y,4X)، A (4Y, 5X)

تمرين 02: إليك الجدول الذي يقدم المنافع الحدية للسلعتين X وY للمستهلكين A و B.

إذا افترضنا أن نقطة الانطلاق: A (3Y,4X)،B (2Y , 6X)

	A		B	
Q	UM_X	UM_Y	UM_X	UM_Y
1	11	8	26	11
2	01	7	21	9
3	9	6	17	8
4	8	5	13	6
5	7	4	8	4
6	6	3	3	2

1) أثبت أن التبادل ممكن.

2) إذا كان التبادل ممكنا ما هي نقاط توازن A وB إذا كان معدل التبادل هو 1X = 1Y؟

الحل:

1) إثبات أن التبادل ممكن:

يكون التبادل ممكنا إذا كان: $\frac{UMX}{UMY} / B \neq \frac{UMX}{UMY} / A$

لدينا: $\frac{UMX}{UMY} / A = \frac{08}{06}$

$$\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{03}{09}$$

$$\frac{08}{06} \neq \frac{03}{09}$$

إذن: التبادل ممكن بين المستهلكين A و B

2) نقاط توازن المستهلكين A و B:

الصفقة الأولى (المرحلة الأولى):

	A	B
X	07+	03-
Y	06-	08+
ΔUT_i	1+	+5

لدينا: $\frac{UMX}{UMY} / A = \frac{07}{07}$

$$\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{08}{08}$$

$$07/07 = 08/08$$

$$\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{UMX}{UMY} / A$$

التبادل غير ممكن بعد الصفقة الأولى.

ونقاط التوازن بعد التبادل هي: A (5X , 2Y)، B (5X,3Y).

تمرين 03: الجدول يقدم المنافع الحدية للسلعتين X وY للمستهلكين A و B.

	A		B	
Q	UM_X	UM_Y	UM_X	UM_Y
1	8	12	11	16
2	7	11	9	14
3	6	10	8	12
4	5	9	6	11
5	4	8	5	01
6	3	7	4	8
7	2	6	3	6
8	1	5	1	4

نقطة الانطلاق: A (7Y,1X)،B (4Y , 8X)

1) أثبت أن التبادل ممكن.

2) إذا كان التبادل ممكنا ما هي نقاط توازن A و B إذا كان معدل التبادل هو 1Y = 1X؟

3) إذا تغير معدل التبادل من 1Y = 1X إلى 1Y = 2X ما هي نقاط توازن A وB؟

الحل:

1) إثبات أن التبادل ممكن:

يكون التبادل ممكنا إذا كان: $\frac{UMX}{UMY}/B \neq \frac{UMX}{UMY}/A$

لدينا: $\frac{UMX}{UMY}/A = \frac{08}{06}$

$$\frac{UMX}{UMY}/B = \frac{01}{11}$$

$$\frac{08}{06} \neq \frac{01}{11}$$

إذن: التبادل ممكن بين المستهلكين A و B

2) نقاط توازن A و B:

* الصفقة الأولى (المرحلة الأولى):

لدينا: $\frac{UMX}{UMY}/A = \frac{07}{07}$

$$\frac{UMX}{UMY}/B = \frac{03}{10}$$

$$07/07 \neq 03/10$$

	A	B
X	07+	01-
Y	06-	10+
$UT_i\Delta$	1+	9 +

الصفقة الثانية:

المستهلك (A) يفقد 7 وحدات منفعة بفقدان الوحدة السادسة من Y، ويكسب 6 وحدات منفعة بكسب الوحدة الثالثة من X.

	A	B
X	06+	03-
Y	07-	08+
$UT_i\Delta$	-1	5 +

رغم تحقق شرط التبادل إلا أنه بمعدل 1X = 1Y

يتوقف عند: A (6Y,2X)،B (5Y , 7X)

	A	B
X	11+	07-
Y	07-	08+
$UT_i\Delta$	+4	1 +

3) معدل التبادل: 1Y = 2X:

$$\frac{UMX}{UMY} / A = \frac{11}{08}$$
$$\frac{UMX}{UMY} / B = \frac{11}{08}$$
$$11/08 = 11/08$$

إذن يتوقف التبادل وتكون نقطة التوازن: B (6Y , 5X), A (5Y,4X)

المحور الرابع: نظرية المنفعة المرتبة:

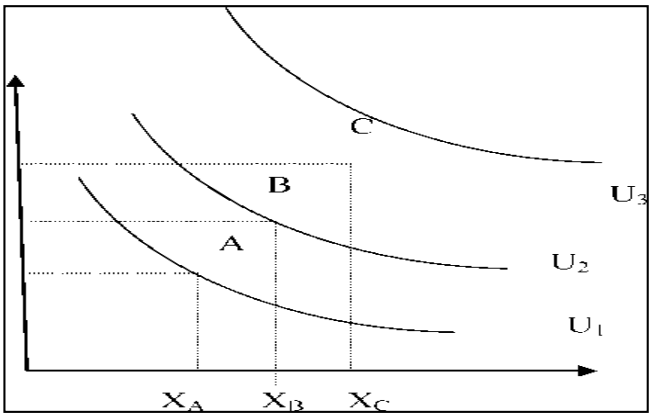
تنطلق نظرية المنفعة المرتبة من فرضية عدم إمكانية قياس المنفعة.

في هذا الإطار يكون المستهلك قادرا على ترتيب منفعة عدة سلع أو عدة مجموعات من السلع بدون أن يقيم منفعة كل سلعة أو مجموعة من السلع.

أولا: منحنيات السواء: يمثل منحنى السواء المحل الهندسي للثنائيات المختلفة من X وY التي تعطي للمستهلك نفس المنفعة الكلية.

- جميع منحنيات السواء لمستهلك ما تقدم خريطة السواء (La carte d'indifférence)

كما في الشكل (05)



خصائصها:

1. الميل سالب (انخفاض Y يؤدي إلى زيادة X).
2. تقاطع منحنيين غير ممكن.
3. تزداد المنفعة بالابتعاد عن نقطة الأصل.
4. التحدب نحو نقطة الأصل (يصعب تدريجيا تعويض Y بـ X لأقلية Y وأكثرية X).
5. ثبات المنفعة الكلية على طول منحنى السواء: du = 0

ثانيا: المعدل الحدي للاحلال: يعرف TMS (Le Taux Marginale de Substitution) كالنسبة الموجبة بين كميات Y المتخلي عنها وكميات X التي تعوضها حيث العملية لا تؤثر على مستوى رفاهية المستهلك.

ثالثا: المعدل الحدي للاحلال والمنفعة الحدية:

$$U = f(X, Y)$$

$$dU = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY = 0$$

$$dU = \acute{f}X\,dX + \acute{f}Y\,dY = 0$$

$$-\frac{dY}{dX} = \frac{f_X}{f_Y}$$ (ميل منحنى السواء)

$$TMS = \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right| = -\frac{dY}{dX} = \frac{\acute{f}_X}{\acute{f}_Y}$$

تمرين 01: إليك الجدول التالي الذي يقدم أربع منحنيات سواء مختلفة لمستهلك ما:

1			2			3			4		
Q_X	Q_Y	TMS_{XY}	Q_X	Q_Y	TMS_{XY}	Q_X	Q_Y	TMS_{XY}	Q_X	Q_Y	TMS_{XY}
2	13		3	12		5	12		7	12	
3	6		4	8		5.5	9		8	9	
4	4.5		5	6.3		6	8.3		9	7	
5	3.5		6	5		7	7		10	6.3	
6	3		7	4.4		8	6		11	5.7	
7	2.7		8	4		9	5.4		12	5.3	

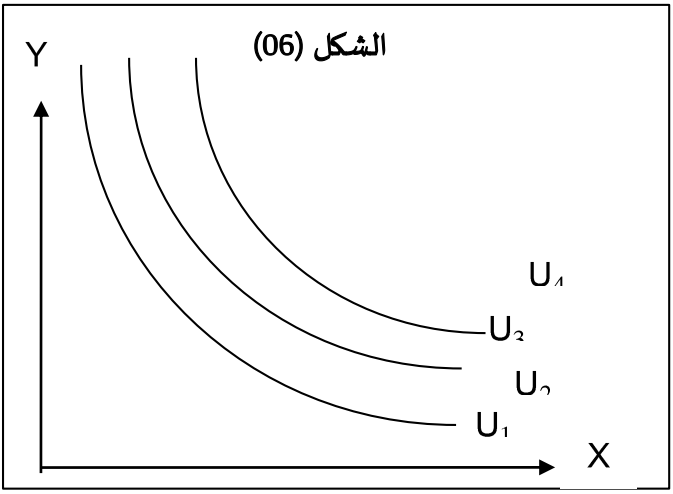
1) أنشئ منحنيات السواء 1،2،3،4، على نفس البيان.

2) أوجد TMS_{XY} بين جميع النقاط المتتالية على منحنيات السواء.

3) ما هو الفرق بين TMS_{XY} وUM_X؟

الحل:

1) يمكن إنشاء جميع منحنيات السواء على نفس البيان باختيار سلم رسم مناسب:



2) إيجاد TMS_{XY}: $TMS_{XY} = |\frac{\Delta QY}{\Delta QX}|$

ويمكن تقديم النتائج في الجدول

1			2			3			4		
Q_X	Q_Y	TMS_{XY}	Q_X	Q_Y	TMS_{XY}	Q_X	Q_Y	TMS_{XY}	Q_X	Q_Y	TMS_{XY}
2	13	-	3	12	-	5	12	-	7	12	-
3	6	**7**	4	8	**4**	5.5	9	**6**	8	9	**3**
4	4.5	**1.5**	5	6.3	**1.7**	6	8.3	**1.4**	9	7	**2**
5	3.5	**1**	6	5	**1.3**	7	7	**1.3**	10	6.3	**0.7**
6	3	**0.5**	7	4.4	**0.6**	8	6	**1**	11	5.7	**0.6**
7	2.7	**0.3**	8	4	**0.4**	9	5.4	**0.6**	12	5.3	**0.4**

3) الفرق بين TMS_{XY} وUM_X:

TMS_{XY} يقيس الكميات من Y المتخلي عنها من طرف المستهلك من أجل تعويضها بوحدات إضافية من X و يبقى على نفس منحنى السواء حيث :

$$TMS_{XY} = \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|$$

أما UM_X فيقيس التغير في المنفعة الكلية المحصلة من طرف المستهلك الناتج عن التغير في الكمية X المستهلكة بوحدة واحدة حيث:

$$UM_X = \frac{\partial UT_X}{\partial X}$$

عندما نقيس TMS_{XY} : الكميات من X، Y تتغير أما عندما نقيس UM_X : الكمية من Y تبقى ثابتة.

إذن ما يقيسه TMS_{XY} يختلف عنما يقيسه UM_X.

تمرين 02: إليك دالة المنفعة: $U = XY + 20$

01- اوجد معادلة منحنى السواء

02- أحسب مستوى المنفعة الكلية عند النقطة A (4 , 1)

03- أحسب مقدار تزايد المنفعة الناتج عن تزايد X بوحدة واحدة.

04- أحسب المعدل الحدي للإحلال للنقطة A وفسر معناه اقتصاديا.

05- هل يمكن لـ A أن تكون نقطة توازن إذا كان:

$$R = 10, P_X = 1, P_Y = 2$$

06- أثبت أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل؟

الحل:

01- إيجاد معادلة منحنى السواء

$$U = XY + 20$$

$$\rightarrow \quad Y = \frac{U - 20}{X}$$ وهي معادلة منحنى السواء

02- حساب مستوى المنفعة الكلية عند A:

$$U = 4(1) + 20 = 24$$

03- **إيجاد مقدار تزايد المنفعة الناتج عن تزايد X بوحدة واحدة:**

$$A_2\ (5\ ,1) : U_2\ =\ 5(1)\ +\ 20\ =\ 25.$$
$$\Delta U\ =\ U_2 - U_1\ =\ 25 - 24. = 1$$

04- **حساب المعدل الحدي للإحلال للنقطة A وتفسير معناه الاقتصادي:**

$$\mathbf{TMS}\ = -\frac{dY}{dX} = \frac{f_X}{f_Y} = \frac{Y}{X} = {}^1\!/_4$$

التفسير: المستهلك يتخلى عن وحدة من Y ويعوضها بـ 4 وحدات من X، ويبقى على نفس منحنى السواء.

05- التحقق من ان (A) نقطة التوازن:

$$R\ =\ X\,P_X\ +\ Y\,P_Y$$
$$1(4)\ +\ 1(2)\ =\ 6\ \neq\ 10$$

اذن (A) ليست نقطة توازن.

06- إثبات أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل:

لكي نثبت أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل يكفي أن نثبت أن:

$$\frac{dTMS}{dX} < 0$$

لدينا:

$$TMS\ = \frac{Y}{X} \Rightarrow \quad : dTMS = \frac{\partial TMS}{\partial X}dX + \frac{\partial TMS}{\partial Y}dY$$

بقسمة الطرفين على (dX)

$$\frac{dTMS}{dX} = \frac{\partial TMS}{\partial X}\frac{dX}{dX} + \frac{\partial TMS}{\partial Y}\frac{dY}{dX}$$
$$= \frac{-Y}{X^2} + \frac{1}{X}(-TMS) = \frac{-Y}{X^2} + \frac{1}{X}\left(\frac{-Y}{X}\right)$$

$$= \frac{-2\,Y}{X^2} < 0$$

إذن: منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل.

تمرين 03: أحسب TMS لدوال المنفعة التالية وفسر معناه:

$$U_1 = f(X,Y) = X\,Y$$
$$U_2 = f(X,Y) = 3\ X^{3/4}Y^{1/2}$$
$$U_3 = f(X,Y) = 2X^{1/2}Y^{1/2}$$

الحل:

$$U_1 = f(X,Y) = X\,Y$$
$$\mathbf{TMS} = \frac{\acute{f}_X}{\acute{f}_Y} = \frac{Y}{X}$$

- المستهلك يتخلى عن وحدة من Y ويعوضها بوحدة من X ويبقى على نفس منحنى السواء.

$$U_2 = f(X,Y) = 3\ X^{3/4}Y^{1/2}$$
$$\mathbf{TMS} = \frac{\acute{f}_X}{\acute{f}_Y} = \frac{3\,.\,3/4\ X^{-1/4}Y^{1/2}}{3\,.\,1/2\ X^{3/4}Y^{-1/2}} = \frac{3Y}{2X}$$

- المستهلك يتخلى عن 3 وحدات من Y ويعوضها بوحدتين من X ويبقى على نفس منحنى السواء.

$$U_3 = f(X,Y) = 2X^{1/2}Y^{1/2}$$
$$TMS = \frac{\acute{f}_X}{\acute{f}_Y} = \frac{X^{-1/2}Y^{1/2}}{X^{1/2}Y^{-1/2}} = \frac{Y}{X}$$

- المستهلك يتخلى عن وحدة من Y ويعوضها بوحدة من X ويبقى على نفس منحنى السواء.

تمرين 04: تأخذ دالة المنفعة لمستهلك ما الشكل التالي:

$$U = f(X,Y) = X^{1/2}Y^{1/2}$$

على منحنى السواء $U = 2$ توجد النقطة $A\,(X_A, Y_A)$، إذا ازداد X بالكمية $\Delta X > 0$ انطلاقا من A (على منحنى السواء $U = 2$).

1. حدد المعدل الحدي للإحلال TMS بين النقطة A والنقطة B المحصل عليها بعد الزيادة في X.
2. بأي قيمة يقدر TMS في النقطة A إذا كانت ΔX ضئيلة جدا؟
3. ما هو المقابل الرياضي للجواب السابق.

الحل:

1. تحديد TMS بين النقطة A والنقطة B المحصل عليها بعد الزيادة في X:

$$U = 2 = X^{1/2}Y^{1/2} \Leftrightarrow Y = \frac{4}{X}$$

$$A\,(XA, YA), B\,(XA + \Delta X, \frac{4}{X + \Delta X})$$

$$TMS_{XY} = \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right| = \left|\frac{4}{X_A + \Delta X} - \frac{4}{X_A}\right|$$

$$TMS_{XY} = \frac{4}{{X^2}_A + X_A(\Delta X)}$$

2. **قيمة TMS في النقطة A إذا كانت ΔX ضئيلة جدا:**

$$\Delta X \longrightarrow 0$$

$$TMS_{XY} = \frac{4}{{X^2}_A}$$

3. **المقابل الرياضي للجواب السابق:**

هو ميل منحنى السواء: $\frac{dY}{dX} = -TMS = -\frac{4}{{X^2}_A}$

المحور الخامس: قيد الميزانية

تمرين 05:

نفترض أن الدخل المتاح لمستهلك هوR ينفقه كله على سلعتينX و Yسعرهما على التوالي P_Xو P_Y

1- اكتب معادلة الميزانية للمستهلك ثم مثلها بيانيا مع العلم أن:

$$R = 36 \text{ و } P_y = 9 \quad P_X$$

2- بين المناطق التي يكون فيها الإنفاق على الثنائي (x,y) أكبر أو يساوي أو اقل من36

3- نفترض أن R و P_Y ثوابت:

أ- ما هي التغيرات التي تحدث على مستقيم الميزانية عندما $P_X = 6$

ب- وضح بعد مقارنة الوضعية الأولى والثانية لمستقيم الميزانية، كيفية تطور الدخل الإسمي والحقيقي؟

4- نفرض الآن أن الدخل الأصلي ارتفع ب 9 و.ن، مع $P_y = 9$ و $P_X = 9$

كيف يتغير الدخل الحقيقي للمستهلك مقارنة بالوضعية الأولى؟

الحل:

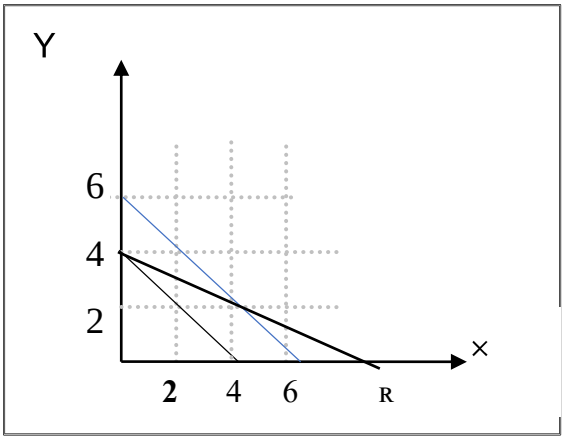
$$R = X P_X + Y P_Y \rightarrow 36 = 9x + 9y \rightarrow 4 = x + y$$

$$\rightarrow y = 4 - x$$

معادلة القيد الميزاني هي من الشكل: $Y = aX + b$

وتمثل بيانيا بمستقيم متناقص من اليسار إلى اليمين.

الشكل (07)



2- كل الثنائيات (x,y) الموجودة على مستقيم الميزانية تمثل إنفاقا مساويا للدخل

- كل الثنائيات الموجودة على يمين المستقيم الميزاني تمثل إنفاقا أكبر من الدخل.
- كل الثنائيات الموجودة على يسار المستقيم الميزاني نمثل إنفاقا اقل من الدخل.

3-

أ- $R = 36$ و $P_y = 9$ و $P_X = 6$ تصبح دالة القيد الميزاني:

$$36 = 6x + 9y \rightarrow y = \frac{36 - 6x}{9} = 4 - \frac{2}{3}\times$$

لما ينخفض P_X ومع ثبات P_y و R ينحرف المستقيم AB إلى اليمين ونتحصل على مستقيم جديد

ب- اذا انخفض Px أدى إلى ارتفاع القدرة الشرائية (الدخل الحقيقي) بالنسبة للسلعة ×، ($\Delta x = 2$)

أما الدخل الاسمي فقد بقي ثابتا R =36

$$R' = R + \Delta R$$
$$R' = 36 + 9 = 45$$

معادلة القيد الميزاني الجديدة:

$$45 = 9X + 9Y = 45 \rightarrow 5 = x + y \rightarrow y = 5 - x$$

بارتفاع R وثبات الأسعار نتحصل على مستقيم جديد يكون موازيا للخط الأصلي من جهة اليمين، ويرتفع الدخل الحقيقي بالنسبة للسلعتين Xو Y فترتفع الكميات المستهلكة منهما $\Delta x = 1$ و$\Delta y = 1$

المحور السادس: توازن المستهلك رياضيا (حالة تعظيم المنفعة وحالة التدنية)

تمرين 06:

تكتب دالة المنفعة لمستهلك معين على شكل: $U = f(X,Y) = 5\,XY$

حيث: $\mathrm{R} = 20, \mathrm{PX} = 1, \mathrm{PY} = 2$

1- أوجد نقطة التوازن باستعمال مضاعف لاغرانج.

2- أدرس العلاقة بين نسبة الأسعار وTMS.

3- فسر معنى المعامل λ في هذه الحالة.

4- فسر معنى TMS.

5- أثبت أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل في ضواحي نقطة التوازن.

الحل:

1- إيجاد نقطة التوازن باستعمال مضاعف لاغرانج:

$$L = 5XY + \lambda(20 - X - 2\,Y)$$

$$\begin{cases} \mathrm{L_X} = 5\mathrm{Y} - \lambda = 0 \\ \mathrm{L_Y} = 5\mathrm{X} - 2\lambda = 0 \\ \mathrm{L}_\lambda = 20 - \mathrm{X} - 2\,\mathrm{Y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\mathrm{Y} = 2\lambda \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ 5\mathrm{X} = 2\lambda \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ 20 - \mathrm{X} - 2\,\mathrm{Y} = 0 \ldots\ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد: $\mathrm{Y} / \mathrm{X} = 1 / 2$

$$\Rightarrow \mathrm{X} = 2\mathrm{Y} \ldots . (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد: $20 - 2Y - 2Y = 0$

$$\Rightarrow 20 = 4Y \Rightarrow$$

$$Y = 5, X = 10 \, . \, \lambda = 25$$

إيجاد نقطة التوازن باستعمال طريقة التعويض:

$$20 = X + 2Y$$

$$\rightarrow x = 20 - 2y$$

$$\Rightarrow U = 5(20 - 2y)y$$

$$\frac{dU}{dY} = 100 - 20y = 0$$

$$Y = 5. \; X = 10$$

2- دراسة العلاقة بين نسبة الأسعار وTMS:

نسبة الأسعار: $\frac{P_X}{P_Y} = \frac{1}{2}$

إيجادTMS:

$$\mathbf{TMS} = -\frac{\mathbf{dY}}{\mathbf{dX}} = \frac{\acute{f}_X}{\acute{f}_Y} = \frac{5Y}{5X} = \frac{Y}{X} = \frac{1}{2}$$

إذن: عند نقطة التوازن: $\mathbf{TMS} = \frac{P_X}{P_Y}$

3- تفسير معنى المعامل λ:

إن ارتفاع الدخل بوحدة نقدية واحدة يؤدي إلى زيادة المنفعة الكلية بـ 25 وحدة منفعة.

4- تفسير معنى TMS:

المستهلك يفقد وحدة من Y ويعوضها بوحدتين من X ويبقى على نفس منحنى السواء (لا تتغير المنفعة الكلية).

5- إثبات أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل في ضواحي نقطة التوازن:

لكي نثبت أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل يكفي أن نثبت أن:

$$\frac{dTMS}{dX} < 0$$

لدينا:

$$TMS = \frac{Y}{X} \Rightarrow \quad : dTMS = \frac{\partial TMS}{\partial X} dX + \frac{\partial TMS}{\partial Y} dY$$

$$\frac{dTMS}{dX} = \frac{\partial TMS}{\partial X}\frac{dX}{dX} + \frac{\partial TMS}{\partial Y}\frac{dY}{dX} \qquad \text{(بقسمة الطرفين على dX)}$$

$$= \frac{-Y}{X^2} + \frac{1}{X}(-TMS) = \frac{-Y}{X^2} + \frac{1}{X}(\frac{-Y}{X})$$

$$= \frac{-2Y}{X^2} < 0$$

إذن: منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل.

تمرين 07: إذا افترض أن دالة المنفعة لمستهلك معين تأخذ الشكل:

$$U = f(X,Y) = \frac{1}{2} X Y^2$$

وكانت الكميات التي تحقق أقصى إشباع تساوي: X = Y = 2، عندما دخل المستهلك يساوي 12.

1. أوجد الأسعار التي يواجهها المستهلك.
2. أحسب المعدل الحدي للإحلال في التوازن وفسر معناه.

الحل:

1- إيجاد الأسعار التي يواجهها المستهلك:

$$L = \frac{1}{2} X Y^2 + \lambda(R - X P_X - Y P_Y)$$

$$\begin{cases} L_X = \frac{1}{2}Y^2 - \lambda P_X = 0 \rightarrow \frac{1}{2}Y^2 = \lambda P_X \ldots.(1) \\ L_Y = XY - \lambda P_Y = 0 \rightarrow XY = 2\lambda P_Y \ldots..(2) \\ L_\lambda = R - XP_X - YP_Y = 0 \rightarrow R - XP_X - YP_Y = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$\frac{Y}{2X} = {P_X}/{P_Y} \Rightarrow Y P_Y = 2 X P_X \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد: $R - XP_X - 2XP_X = 0$

$$R - 3XP_X = 0 \Rightarrow P_X = \frac{R}{3X} \Rightarrow P_X = \frac{12}{3(2)} \Rightarrow P_X = 2$$

من (4) نجد: $P_Y = \frac{2XP_X}{Y}$

$$P_Y = \frac{(2).(2).(2)}{2} = 4$$

2- حساب المعدل الحدي للإحلال في التوازن وتفسير معناه:

$$\mathbf{TMS} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- المستهلك يفقد وحدة من Y ويعوضها بوحدتين من X ويبقى على نفس منحنى السواء.

تمرين 08: إليك دالة المنفعة: $U = f(X,Y) = XY$

$$R = XP_X + YP_Y$$

1- أوجد دوال الطلب على X و Y.

2- أوجد نقطة التوازن إذا كان: $R = 10 , P_X = 1 , P_Y = 2$.

3- اثبت أن المستهلك لا يخضع للوهم النقدي.

4- فسر أثر زيادة الدخل بوحدة نقدية.

5- أوجد حاليا نقطة التوازن على اعتبار حدوث زيادة نوعية في الدخل بمقدار 20%.

الحل:

1- إيجاد دوال الطلب على X وY:

نستعمل دالة لاغرانج دون التعويض بقيم كل من الدخل والأسعار:

$$L = XY + \lambda(R - X\,P_X - Y\,P_Y)$$

$$\begin{cases} L_X = Y - \lambda\,P_X = 0 \\ L_Y = X - \lambda P_Y = 0 \\ L_\lambda = R - X\,P_X - Y\,P_Y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = \lambda P_X \ldots.(1) \\ X = \lambda P_Y \ldots..(2) \\ R - X\,P_X - Y\,P_Y = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$\frac{Y}{X} = {P_X}/{P_Y} \Rightarrow Y\,P_Y = X\,P_X \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$R - X\,P_X - X\,P_X = 0 \Rightarrow R - 2\,X\,P_X = 0$$

$$\Rightarrow X = \frac{R}{2\,P_X}$$ X-و هي دالة الطلب على

من العلاقة السابقة يمكننا أن نكتب أيضا:

$$R - 2\,Y\,P_Y = 0 \Rightarrow Y = \frac{R}{2\,P_Y}$$

.Y و هي دالة الطلب على

2- إيجاد نقطة التوازن:

بالتعويض في دوال الطلب:

$$X = \frac{10}{2\,(1)} \Rightarrow X = 5$$

$$Y = \frac{10}{2\,(2)} \Rightarrow Y = 2.5$$

3-لإثبات أن المستهلك لا يخضع للوهم النقدي لابد أن تكون دوال الطلب متجانسة من الدرجة الاولى

فإذا كان t: درجة التجانس

$$f(tR,tP) = tf(R,P) = t^0 f(R,P) = f(R,P)$$

$$f(tR,tP_X) = \frac{t^0 R}{2\ P_X} = \frac{R}{2\ P_X}$$

$$f(tR,tP_y) = \frac{t^0 R}{2\ P_y} = \frac{R}{2\ P_y}$$

4-لما يزداد الدخل بوحدة نقدية، تزداد U قيمةλ التي تمثل المنفعة الحدية للدخل نحسبλ من المعادلة (1) أو(2)

$$Y = \lambda P_X \ldots . (1)$$

$$\lambda = \frac{y}{P_X} = 2.5$$

3- إيجاد نقطة التوازن على اعتبار حدوث زيادة نوعية في الدخل بمقدار 20 %:

يزداد الدخل بـ 20 % :

$$R^* = R + R\,.\,20\,\%$$

$$R^* = R + 0.2R = 1.2\,R$$

$$R^* = 1.2\,(10) \quad \Rightarrow R^* = \mathbf{12}.$$

نعوض عن قيمة الدخل الجديد في دوال الطلب لإيجاد نقطة التوازن:

$$X = 12 / 2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{X} = \mathbf{6}.$$

$$Y = 12 / 4 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Y} = \mathbf{3}.$$

تمرين 09: اعتبر أن لدى مستهلك معين اختيار بين سلعتين X وY، إذا كانت كل منحنيات السواء متميزة بميل يساوي (- Y / X).

1- أثبت أن الطلب على X مستقل عن سعر Y.

2- أثبت أن الطلب على Y مستقل عن سعر X.

3- وضح معنى المعدل الحدي للإحلال في التوازن إذا كان:

$R = 120, PX = 1, PY = 2.$

الحل:

1- إثبات أن الطلب على X مستقل عن سعر Y:

لدينا ميل منحنى السواء:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{-Y}{X}$$

ولدينا: $TMS = -\frac{dY}{dX} = \frac{Y}{X}$

ولدينا أيضا: $\mathbf{TMS} = \frac{\acute{f}_X}{\acute{f}_Y} = {P_X}/{P_Y}$

ومنه يمكنا $${P_X}/{P_Y} = \frac{Y}{X}$$

$$Y\,P_Y = X\,P_X \ldots.(1)$$

ولدينا: $R = X\,P_X + Y\,P_Y \ldots..(2)$

نعوض عن (1) في (2) فنجد: $R = 2\,X\,P_X$

$X = \frac{R}{2\,P_X}$ ومنه الطلب على X مستقل عن سعر Y

2- إثبات أن الطلب على X مستقل عن سعر Y:

من المعادلات السابقة نجد:

$$R = 2\,Y\,P_Y \quad \Rightarrow \quad Y = \frac{R}{2\,P_Y}$$

ومنه الطلب على Yمستقل عن سعر X

3- **توضيح معنى TMS في التوازن:** $\mathbf{MS} = \frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y}$

$$X = \frac{120}{2} = 60$$

$$Y = \frac{120}{4} = 30$$

$$TMS = \frac{30}{60} = {}^{1}/_{2}$$

$$\frac{P_X}{P_Y} = {}^{1}/_{2}$$

- المستهلك يفقد وحدة من Y ويعوضها بوحدتين من X ويبقى على نفس منحنى السواء.

تمرين 10: تأخذ دالة المنفعة لمستهلك ما الشكل التالي:

$$U = f(X,Y) = 5\,X^{1/2}\,Y^{1/2}$$

علما أن: $R = 16, PX = PY = 2$.

1- أوجد الميزانية المثلى لهذا المستهلك.

2- ما مدى تطابق شرط التوازن مع قانون Gossen؟

3- احسب وفسر مضاعف لاغرانج؟

4- ما هو الدخل الأدنى الضروري والدعم (الدخل الإضافي) الذي يجب توفيره لتحقيق نفس المستوى من المنفعة عندما يزيد P_X بـ 6 وحدات نقدية.

5- في حالة انخفاض P_X بوحدة واحدة (عن P_X في السؤال الأول)، ما هي الضريبة المباشرة التي تفرض على المستهلك حتى يبقى على نفس منحنى السواء؟

الحل:

1- إيجاد الميزانية المثلى لهذا المستهلك:

$$L = 5X^{1/2}Y^{1/2} + \lambda(16 - 2X - 2Y)$$

$$\begin{cases} L_X = \frac{5}{2} X^{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2}} - \lambda P_X = 0 \\ L_Y = \frac{5}{2} X^{1/2} Y^{-1/2} - \lambda P_Y = 0 \\ L_\lambda = 16 - 2X - 2Y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} X^{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2}} = \lambda P_X \ldots . (1) \\ \frac{5}{2} X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{-1}{2}} = \lambda P_Y \ldots . . (2) \\ 16 - 2X - 2Y = 0 \ldots . . (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$\frac{Y}{X} = 1 \Rightarrow X = Y \ldots . (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$16 - 2X - 2X = 0 \ldots . . (3) \Rightarrow 16 = 4X$$

$$\Rightarrow X = 4, Y = 4$$

$$U = 20$$

2- إثبات مدى تطابق شرط التوازن مع قانون Gossen:

نثبت أن $\frac{UMX}{UMY} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{\frac{5}{2}X^{-1/2}Y^{1/2}}{\frac{5}{2}X^{1/2}Y^{-1/2}} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{Y}{X} = 1 \Rightarrow \frac{4}{4} = 1$

اذن تطابق شرط التوازن مع قانون Gossen

3- حساب وتفسير مضاعف لاغرانج:

$$\frac{5}{2}X^{-1/2}Y^{1/2} = 2\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{5}{4}X^{-1/2}Y^{1/2} \Rightarrow$$

$$\lambda = 5Y^{1/2} / 4X^{1/2}$$
$$\lambda = 5(2) / 4(2) = 5/4 \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = 1.25}$$

- عندما يزيد الدخل بوحدة واحدة تزيد المنفعة بـ 1.25 وحدة منفعة.

4- إيجاد الدخل الأدنى الضروري بعد الزيادة في P_X: $P_X^* = 8, U = 20$

في هذه الحالة نستخدم دالة لاغرانج مع عكس كل من دوال الهدف والقيد كما يلي:

$$L = 8X + 2Y + \lambda(20 - 5X^{1/2}Y^{1/2})$$

$$\begin{cases} L_X = 8 - \lambda \frac{5}{2} X^{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2}} = 0 \\ L_Y = 2 - \lambda \frac{5}{2} X^{1/2} Y^{-1/2} = 0 \\ L_\lambda = 20 - 5 X^{1/2} Y^{1/2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = \lambda \frac{5}{2} X^{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2}} \ldots.(1) \\ 2 = \lambda \frac{5}{2} X^{1/2} Y^{-1/2} \ldots..(2) \\ 20 - 5 X^{1/2} Y^{1/2} = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$8/2 = {}^{Y}/_{X} \Rightarrow Y = 4X \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$20 - 5X^{1/2}Y^{1/2} = 0 \Rightarrow 20 - 5X^{1/2}(4X)^{1/2} = 0$$
$$\Rightarrow 20 = 10X$$
$$\Rightarrow X = 2, \quad Y = 8$$
$$R^* = X P_X^* + X P_X$$
$$= 2(8) + 8(2) = 32$$

نرمز للدعم بالرمز S فيكون: $S = R^* - R = 32 - 16 = 16$

إذن الدخل الأدنى الضروري والدعم (الدخل الإضافي) الذي يجب توفيره لتحقيق نفس المستوى من المنفعة عندما يزيد P_X بـ 6 وحدات نقدية هما على الترتيب:

$R^* = 32$، والدعم $S = 16$.

5- إيجاد الضريبة المباشرة التي تفرض على المستهلك: $P_X^{**} = 1$

$$P_X^{**} = 1$$

نرمز للضريبة بالرمز T:

لدينا: $$TMS = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{Y}{X} = \frac{1}{2} \rightarrow X = 2Y \ldots . (1)$$

ولدينا: $$20 = 5\ X^{1/2}\ Y^{1/2} \ldots . . (2)$$

نعوض (1) في (2) نجد:

$$20 = 5\ (2Y)^{\frac{1}{2}}\ Y^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad 20 = 5.2^{1/2}\ Y^{1/2}\ Y^{1/2}$$

$$20 = 5.\sqrt{2}\,Y \quad \Leftrightarrow \quad Y = 20 / 5.\ \sqrt{2}$$

$$Y = 4/\ 2^{1/2}$$

$$X = 8/\ \sqrt{2}$$

$$R^{**} = X\,P_X^{**} + Y\,P_Y$$

$$R^{**} = \frac{8}{\sqrt{2}}\ (1) + \frac{4}{\sqrt{2}}\ (2) = \frac{16}{\sqrt{2}} = 11.31$$

$$\mathbf{T = R - R^{**} = 16 - 11.31} = 4.69$$

إذن: الدخل والضريبة التي تفرض على المستهلك حتى يبقى على نفس منحنى السواء عندما ينخفض P_X بـ وحدة نقدية واحدة هما على الترتيب:

$$R^{**} = 11.31.\ \ T = 4.69.$$

المحور السابع: منحنى استهلاك الدخل/ منحنى استهلاك -السعر:

منحنى استهلاك الدخل: يعرف بأنه المحل الهندسي لنقاط التوازن المحصلة لما تبقى أسعار السلع ثابتة والدخل يتغير، وهو يوضح مدى تغير استهلاك السلعتين X وY عندما يتغير الدخل

تمرين 01:

بينت الاختيارات المثلى لمستهلك ما أنه في حالة بقاء أسعار السلعتين X وY ثابتة بـ $P_X = 2$ $P_Y = 2$ فإن الطلب على Xيتغير تبعا لتغير الدخل كالتالي:

الدخل R	12	20	26	32
الكمية X	5	7	9	10

المطلوب:

1- عرف منحنى استهلاك الدخل، ومثله بيانيا.

2- عرف منحنى انجل ومثل بيانيا منحنى أنجل للسلعة Y وحدد الطبيعة الاقتصادية لهذه السلعة.

الحل:

1- يعبر منحنى الاستهلاك الدخل عن حالة وضعية التوازن التي يكون فيها الدخل متغير والأسعار ثابتة.

رسم المنحنى:

تحديد قيم Y:

$$R = X P_X + Y P_Y$$

$$R = X P_X + Y P_Y$$

$$X = 5 \Rightarrow 12 = 5.2 + 2Y \quad \Rightarrow Y=1$$

$$A(X = 5, Y = 1)$$

$$X = 7 \Rightarrow 20 = 7.2 + 2Y \quad \Rightarrow Y=3$$

$$B(X = 7, Y = 3)$$

$$X = 9 \Rightarrow 26 = 9.2 + 2Y \quad \Rightarrow \boldsymbol{Y = 4}$$

$$C(X = 9, Y = 4)$$

$$X = 10 \Rightarrow 32 = 10.2 + 2Y \Rightarrow \boldsymbol{Y = 6}$$

$$D(X = 10, Y = 6)$$

نقوم بإيجاد القيم المتطرفة لكل من X و Y عند كل مستوى من مستويات الدخل:

$$R = X P_X + Y P_Y$$

$X = {}^{R}/_{P_X}$ ، $Y = {}^{R}/_{P_Y}$

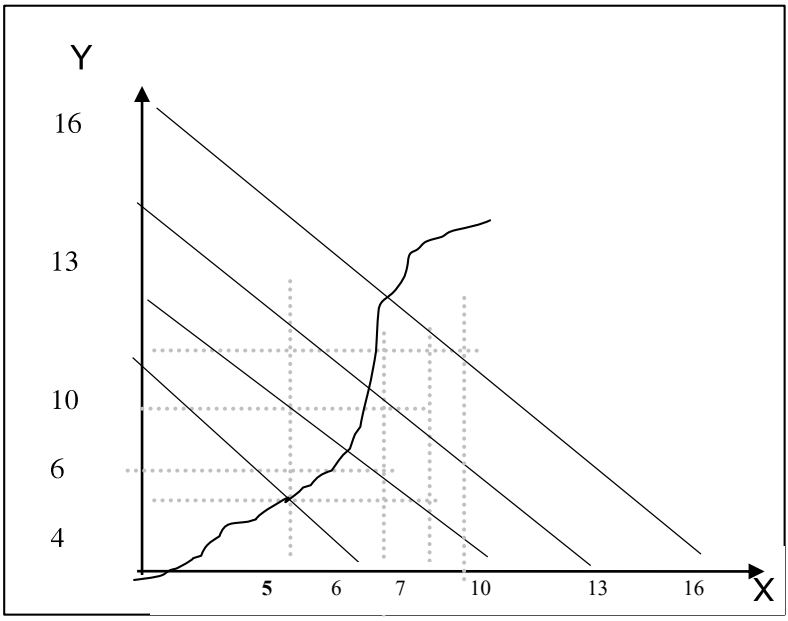
$R = 12 \Rightarrow X = 12/2 = 6, Y = 12/2 = 6.$

$R = 20 \Rightarrow X = 20/2 = 10, Y = 20/2 = 10.$

$R = 26 \Rightarrow X = 26/2 = 13, Y = 26/2 = 13.$

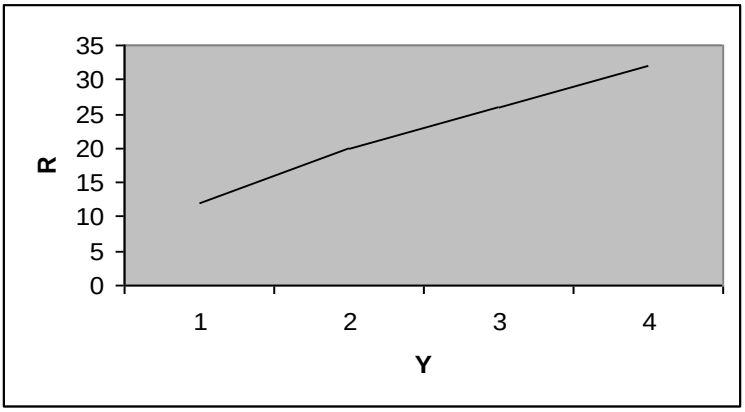
$R = 32 \Rightarrow X = 32/2 = 16, Y = 32/2 = 16.$

يمكننا رسم المنحنى كما يلي: الشكل (08) منحنى الدخل – الاستهلاك



2- يمكن استنتاج منحنى انجل لسلعة ما، من منحنى الاستهلاك والدخل بحيث تكون الكميات المستهلكة في محور الكميات والدخل في محور الأسعار(الدخل)، ويكون ميل منحنى انجل موجبا أو سالبا حسب طبيعة السلعة.

التمثيل البياني لمنحنى أنجل للسلعة Y: الشكل (09)



تحديد الطبيعة الاقتصادية لهذه السلعة:

نلاحظ بأن منحنى أنجل للسلعة Y يقطع محور الدخول R وبالتالي فالسلعة Y كمالية.

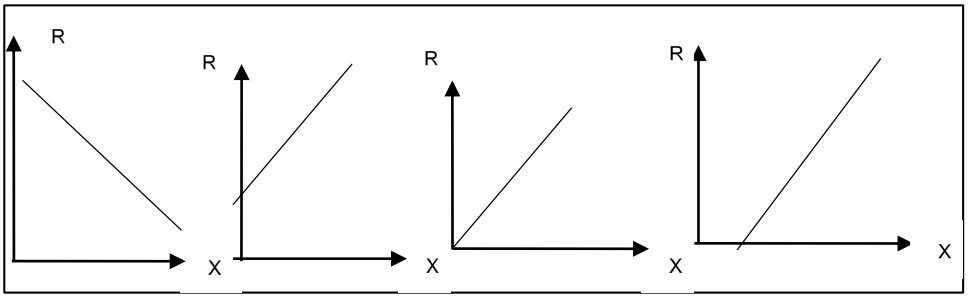
ملاحظة:

لتحديد الطبيعة الاقتصادية للسلعة المدروسة بالاعتماد على منحنى أنجل نميز الحالات التالية:

أ- الميل موجب:

وفي هذه الحالة يمكن تحديد ثلاث وضعيات كما يلي: الشكل (10)

الوضعية 1 الوضعية 2 الوضعية 3 الوضعية 4



الوضعية 1: نلاحظ أن منحنى أنجل يقطع محور الكميات ونقول إن السلعة X ضرورية (أو أساسية)

الوضعية 2: نلاحظ أن منحنى أنجل يقترب من نقطة الأصل أي أنه تقريبا يمثل منصف الربع الأول

ونقول إن السلعة X **عادية**.

الوضعية 3: نلاحظ أن منحنى أنجل يقطع محور الدخول ونقول إن السلعة X **كمالية**.

ب- الميل سالب: (الوضعية 4): في هذه الحالة نقول إن السلعة X **دنيا**.

تمرين 02: تكتب دالة المنفعة على الشكل التالي: $U = XY + 20$

وإذا كانت معادلة مستقيم الميزانية هي: $R = X P_X + Y P_Y$

1- أكتب معادلة منحنى الاستهلاك والدخل.

2- استخرج معادلة منحنى أنجل للسلعة X وحدد طبيعتها.

3- إذا كان $R = 20, P_X = P_Y = 1$، حدد الكميات التي تعظم المنفعة ثم أحسب قيمتها.

4- ما هو الدخل الجديد الذي يجب أن يوفره المستهلك في حالة ارتفاع سعر السلعة X إلى $P_X = 2$ حتى يحصل على نفس المنفعة.

الحل:

1- كتابة معادلة منحنى الاستهلاك والدخل: $Y = f(X)$

$$L = XY + \lambda(R - X P_X - Y P_Y)$$

$$\begin{cases} L_X = Y - \lambda P_X = 0 \rightarrow Y = \lambda P_X \ldots.(1) \\ L_Y = X - \lambda P_Y = 0 \rightarrow X = \lambda P_Y \ldots..(2) \\ L_\lambda = R - X P_X - Y P_Y = 0 \rightarrow R - X P_X - Y P_Y = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$Y/X = {}^{P_X}/_{P_Y} \Rightarrow XP_X = YP_Y \ldots.(4)$$

معادلة منحنى الدخل والاستهلاك: $Y = \frac{XP_X}{P_Y}$

2- معادلة منحنى أنجل للسلعة X: $X = f(R)$

لدينا: $XP_X = YP_Y$

نعوض عنها في قيد الميزانية فنجد:

$$R - X P_X - X P_Y = 0 \Rightarrow R = 2 XP_X \Rightarrow \mathbf{X} = \frac{R}{2P_X}$$

معادلة منحنى أنجل للسلعة: $\mathbf{X} = \frac{R}{2P_X}$

العلاقة بين R وX طردية، الميل موجب وبالتالي السلعة X عادية.

3- تحديد الكميات التي تعظم المنفعة:

نعوض عن قيم X, Y،R في المعادلات المتحصل عليها في السؤال السابق فنجد:

$$X = \frac{R}{2P_X} = \frac{20}{2(1)} \Rightarrow X = 10$$

$$Y = \frac{XP_X}{P_Y} = \frac{10(1)}{1} \Rightarrow Y = 10, U = 120$$

4- إيجاد الدخل الجديد: $P_X^* = 2$

$$L = 2X + Y + \lambda(120 - X Y - 20)$$

$$\begin{cases} L_X = 2 - \lambda Y = 0 \\ L_Y = 1 - \lambda X = 0 \\ L_\lambda = 120 - X Y - 20 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = \lambda Y \ldots . (1) \\ 1 = \lambda X \ldots . . (2) \\ 100 - X Y = 0 \, . . (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$2/1 = {}^{Y}/_{X} \Rightarrow Y = 2X \ldots . (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$100 - X(2X) = 0 \Rightarrow 100 = 2X^2$$

$$X^2 = 50 \Rightarrow X = 7.07، \quad Y = 14.14$$

$$R^* = 7.07\,(2) + 14.14\,(1) = 28.28$$

تمرين رقم 03: تمثل تفضيلات مستهلك بالعلاقة الرياضية التالية: $Y = \frac{U}{X+1}$

حيث U منفعة المستهلك وX, y سلع

1- حدد دوال الطلب على السلعتينX, Y

2- إذا كان $P_X = 10, P_Y = 40$

أ- حدد منحنى الاستهلاك والدخل

ب- احسب y وx عندما U= 16. و U=64

3- حدد منحنى الاستهلاك و السعر بالنسبة ل. P_X

الحل:

1- ايجاد دوال الطلب على X وY:

$$Y = \frac{U}{X+1} \Rightarrow U = Y(X+1)$$

$$L = Y(X+1) + \lambda(R - X P_X - Y P_Y)$$

$$\begin{cases} L_X = y - \lambda P_X = 0 \\ L_Y = (x+1) - \lambda P_Y = 0 \\ L_\lambda = R - X P_X - y P_Y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \lambda P_X \ldots (1) \\ x + 1 = \lambda P_Y \ldots (2) \\ R - X P_X - y P_Y = 0 \ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$\frac{y}{x+1} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$y P_Y = (x+1) P_X \ldots\ldots\ldots 4$$

نعوض (4) في (3) نجد: $R - X P_X - (x+1) P_X = 0$

وهي دالة الطلب على X $X = \frac{R}{2P_X} - \frac{1}{2}$

من(4) نجد $X P_X = y P_Y - P_X$

نعوض في (3) $R-(yP_Y-P_X)-yP_Y=0$

$$R-2yP_Y+P_X=0$$

$\boldsymbol{Y=\frac{R+P_X}{2P_Y}}$، وهي دالة الطلب على y

2- أ- منحنى الاستهلاك والدخل: $yP_Y=(x+1)P_X$

$$Y=\frac{(x+1)P_X}{P_Y}=\frac{(x+1)10}{40}=\frac{x+1}{4}$$

ب-حساب الكميات X وY اذا كان: U =16 و U=64

$$U=16\rightarrow y=\frac{16}{x+1}\dots\dots\dots 1^*$$

$$y=\frac{x+1}{4}\dots\dots\dots.2$$

نعوض (2) في (1) نجد: $\frac{x+1}{4}=\frac{16}{x+1}\rightarrow(x+1)^2=64\rightarrow$

$$x+1=8\rightarrow x=7$$

$$y=\frac{7+1}{4}=2$$

$$U=64\rightarrow\frac{x+1}{4}=\frac{64}{x+1}\rightarrow(x+1)^2=256\rightarrow$$

$$x+1=\sqrt{256}\rightarrow$$

$$x^*=15$$

$$y^*=\frac{15+1}{4}=4$$

3- منحنى الاستهلاك والسعر بالنسبة لـ P_X

$$\boldsymbol{Y=\frac{(x+1)P_X}{40}}$$

$$R - x\mathrm{P_X} - y40 = 0 \rightarrow \mathrm{P_X} = \frac{R - 40y}{x}$$

$$Y = \frac{(x+1)\dfrac{R-40y}{x}}{40} \rightarrow$$

$$40XY = (X+1)R - 40XY - 40Y$$

$$40Y(2X+1) = (X+1)R$$

$\mathrm{P_X}$ منحنى الاستهلاك والسعر بالنسبة ل $\boldsymbol{Y = \frac{(X+1)R}{40(2X+1)}}$

تمرين 04: تقدر دالة المنفعة لمستهلك ما على الشكل:

$$\mathrm{U = 15\,X + 20\,Y - X^2 - Y^2}$$

1/ أوجد نقطة التوازن إذا كان: $\mathrm{R = 200, P_X = 6, P_Y = 2}$.

2/ أوجد نقطة التوازن الجديدة إذا انخفض $\mathrm{P_X}$ إلى 1.5.

3/ تمثل النقطتان السابقتان نقطتين على منحنى، ما هو هذا المنحنى؟ هل يمكن القول أن السلعة X تمثل سلعة قيفن؟

الحل:

1- نقطة التوازن:

لدينا: $\mathbf{TMS} = \frac{\mathrm{f_X}}{\mathrm{f_Y}} = \frac{\mathrm{P_X}}{\mathrm{P_Y}} \leftrightarrow \frac{15 - 2\,X}{20 - 2\,Y} = \frac{6}{2} = 3$

$$(15 - 2\,X) = 3(20 - 2\,Y)$$

$$X = \frac{6\,Y - 45}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ولدينا: $\mathrm{R = XP_X + YP_Y}$

$$200 = 6X + 2Y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

نعوض(1) في (2) نجد: $200 = 6\left(\frac{6\,Y - 45}{2}\right) + 2Y$

$$200 = 18Y + 2Y - 135$$
$$Y = 16.75 \text{ ،} X = 27.75$$

2- **نقطة التوازن الجديدة:** $P_X^* = 1.5$

$$L = 15X + 20Y - X^2 - Y^2 + \lambda(200 - 1.5X - 2Y)$$

$$\begin{cases} L_X = 15 - 2X - 6\lambda = 0 \rightarrow 15 - 2X = 1.5\lambda \ldots . (1) \\ L_Y = 20 - 2Y - 2\lambda = 0 \rightarrow 20 - 2Y = 2\lambda \ldots . . (2) \\ L_\lambda = 200 - 6X - 2Y = 0 \ldots . . (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$\frac{15-2X}{20-2Y} = {}^{1.5}/_{2} \Rightarrow (15 - 2X)2 = (20 - 2Y)1.5 \ldots .(4)$$

$$Y = \frac{4X}{3}$$

نعوض (4) في (3) نجد: $200 - 1.5X - 2\frac{4X}{3} = 0$

$$X \approx 48 \text{ ،} \quad Y \approx 64$$

3- يمثل هذا المنحنى: **منحنى السعر والاستهلاك**.

- نلاحظ بأنه عندما انخفض P_X أدى ذلك إلى زيادة الطلب على X وبالتالي فالسلعة X ليست سلعة قيفن.

تمرين 05: إذا كانت لمستهلك ما دالة منفعة من الشكل: $U = Q_1^{\sigma} Q_2$

1- اثبت أن منحنى الدخل والاستهلاك ممثل بخط مستقيم؟

2- اثبت أن منحنى أنجل لـ Q_1 ممثل بخط مستقيم؟

الحل:

1- إثبات أن منحنى الدخل والاستهلاك ممثل بخط مستقيم:

نثبت أن: $Q_2 = f(Q_1) = a\,Q_1 + b$

$$L = Q_1^{\sigma} Q_2 + \lambda(R - P_1Q_1 - P_2 Q_2)$$

$$\begin{cases} L_{Q_1} = \sigma Q_1^{\sigma-1} Q_2 - \lambda P_1 = 0 \rightarrow \sigma Q_1^{\sigma-1} Q_2 = \lambda P_1 \ldots.(1) \\ L_{Q_2} = Q_1^{\sigma} - \lambda P_2 = 0 \rightarrow Q_1^{\sigma} = \lambda P_2 \ldots..(2) \\ L\lambda = R - P_1Q_1 - P_2 Q_2 = 0 \rightarrow R - P_1Q_1 - P_2 Q_2 = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\sigma Q_1^{\sigma-1} Q_2}{Q_1^{\sigma}} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{\sigma Q_2}{Q_1^{\sigma} Q_1^{-\sigma+1}} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Rightarrow \sigma Q_2/Q_1 = P_1/P_2$$

$$\sigma Q_2 P_2 = Q_1P_1$$

$$Q_2 = Q_1P_1 / \sigma P_2 \ldots(4)$$

وهي معادلة الدخل والاستهلاك ممثلة في خط مستقيم مار من المبدأ: $Q_2 = a Q_1$

$(a = P_1 / \sigma P_2)$

2- إثبات أن منحنى أنجل لـ Q_1 ممثل بخط مستقيم:

أي نثبت أن: $Q_1 = f(R) = á R + b́$

لدينا: $R - Q_1P_1 - Q_2P_2 = 0$

نعوض عن (4) في (3) نجد:

$$R - Q_1P_1 - P_2 [Q_1P_1 / \sigma P_2] = 0$$

$$\Rightarrow R - Q_1P_1 - (P_1/\sigma) Q_1 = 0$$

$$R = Q_1P_1 + \left(\frac{P_1}{\sigma}\right) Q_1 \Rightarrow R = Q1 \left[P1 + \left(\frac{P1}{\sigma}\right)\right]$$

$$Q_1 = \frac{\sigma}{P_1(\sigma + 1)} R$$

وهي معادلة أنجل لـ Q_1 ممثل بخط مستقيم مار من المبدأ من الشكل: $Q_1 = a R$

$$á = \sigma / P_1(\sigma + 1)$$

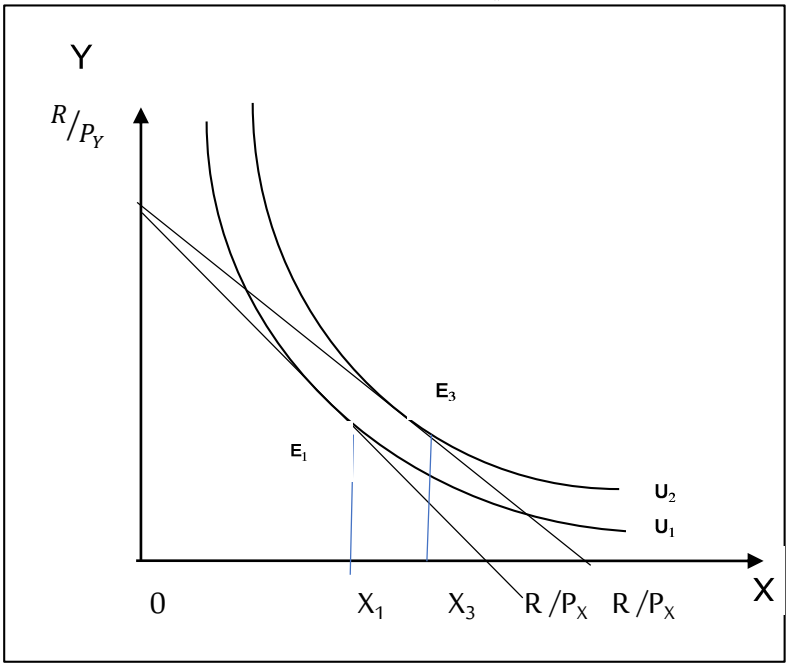
المحور الثامن: أثر الإحلال وأثر الدخل:

يكون التغير في سعر السلعة X له تأثير مزدوج:

- تغير P_X يؤدي إلى تغير في السعر النسبي الذي يستعمل من طرف المستهلك لمقارنة أسعار السلع التي يواجهها، ويؤدي تغير السعر النسبي إلى ما يسمى **أثر الإحلال**.
- تغير P_X يؤدي إلى تغير في الدخل الحقيقي للمستهلك (تغير قدرته الشرائية) وهو ما يعبر عنه بأثر الدخل.

الأثر الكلي:

عندما يتغير سعر سلعة بينما تبقى الأسعار الأخرى والدخل ثابتة يتحول المستهلك إلى نقطة توازن جديدة. **كما في الشكل (11)**

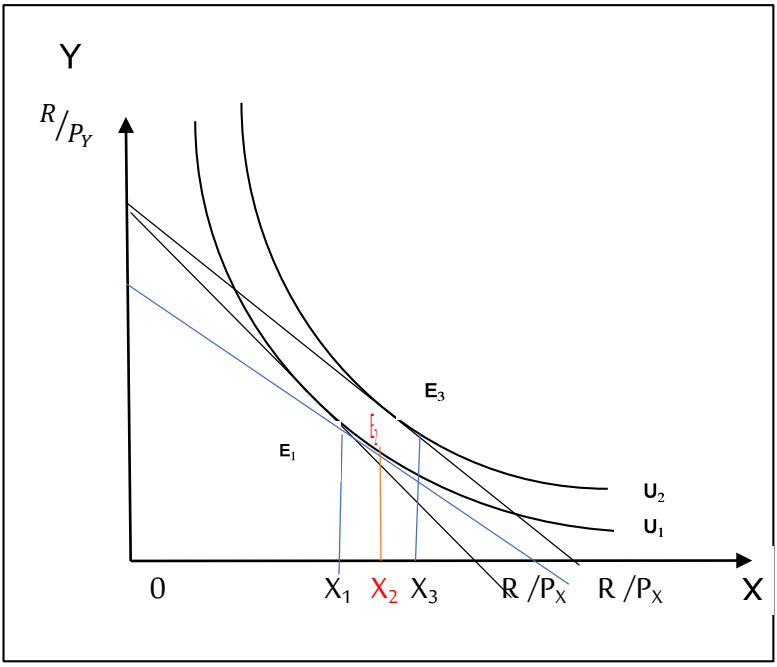


المصدر: د. دومينيك سلفادور، سلسة ملخصات شوم مرجع سبق ذكره، 139، 1994

الأثر الكلي: $0X_3 - 0X_1$

الأثر الكلي ينقسم إلى أثرين: أثر الإحلال وأثر الدخل.

والشكل رقم (12) يوضح ذلك:



- أثر الإحلال يساوي تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير السعر عندما يتم انتقال المستهلك على نفس منحنى السواء
- أثر الدخل يساوي تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير الدخل الحقيقي فقط (كل الأسعار الأخرى والدخل النقدي أو الإسمي ثابتة).

أثر الإحلال: $0X_2 - 0X_1$

أثر الدخل: $0X_3 - 0X_2$

السلعة عادية:

الكمية المطلوبة تتغير بنفس الاتجاه كالدخل الحقيقي.

أثر الإحلال سالب دوما وأثر الدخل سالب.

سلعة دنيا وقيفن:

أثر الإحلال سالب وأثر الدخل موجب.

- إذا كان أثر الإحلال أقوى ⇐ سلعة دنيا.
- إذا كان أثر الدخل أقوى ⇐ سلعة دنيا.

تمرين01: لتكن دالة المنفعة: $U = (y-1)x$

1- اوجد دوال الطلب على السلعتين، ماذا تلاحظ؟

2- اوجد نقطة الوازن اذا كان: R=7, $p_x = 9, p_y = 1$

3- ماهو أثر انخفاض السعر p_x الى $p_x = 3$ على استهلاك السلعة x

الحل:

1- دوال الطلب على السلعتين

$$L = (y-1)x + \lambda(R - x\mathrm{P_X} - \mathrm{YP_Y})$$

$$\begin{cases} \mathrm{L_X} = \mathrm{Y} - 1 - \lambda\,\mathrm{P_X} = 0 \dots\dots\dots 1 \\ \mathrm{L_Y} = \mathrm{X} - \lambda\,\mathrm{P_Y} = 0 \dots\dots\dots\dots\dots 2 \\ \mathrm{L_\lambda} = \mathrm{R} - \mathrm{XP_X} - \mathrm{YP_Y} = 0 \dots\dots 3 \end{cases} \leftrightarrow \frac{y-1}{x} = \frac{\mathrm{P_X}}{\mathrm{P_Y}}$$

$$\leftrightarrow x\mathrm{P_X} = (y-1)\mathrm{P_Y}$$

$$\mathrm{R} - (y-1)\mathrm{P_Y} - \mathrm{YP_Y} = 0$$

دالة الطلب على $\boldsymbol{y} = \frac{R+\mathrm{P_Y}}{2\mathrm{P_y}}$

$$x\mathrm{P_X} = \left(\frac{R+\mathrm{P_Y}}{2\mathrm{P_Y}} - 1\right)\mathrm{P_Y}$$

دالة الطلب على $x = \frac{R-\mathrm{P_Y}}{2\mathrm{P_x}}$

نلاحظ ان السلعتين غير مستقلتين عن بعضهما

2- نقطة الوازن اذا كان: R=7, $p_x = 9, p_y = 1$

$$\boldsymbol{x_1} = \frac{R - \mathrm{P_Y}}{2\mathrm{P_x}} = \frac{7-1}{2(9)} = \frac{1}{3}$$

$$\boldsymbol{y_1} = \frac{R + \mathrm{P_Y}}{2\mathrm{P_y}} = \frac{7+1}{2(1)} = 4$$

$$U_1 = (y-1)x = (4-1)\frac{1}{3} = 1$$

3- أثر انخفاض السعر p_x الى $p_x = 3$ على استهلاك السلعةx

أثر الإحلال يساوي تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير السعر عندما يتم انتقال المستهلك على نفس منحنى السواء.

$$U = 1 \rightarrow (y-1)x = 1 \rightarrow y = \frac{1}{x} + 1$$

$$TMS_{XY} = \frac{\mathrm{P_x}}{\mathrm{P_y}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$TMS_{XY} = \frac{-dy}{dx} = -\left(\frac{-1}{x^2}\right) \leftrightarrow \left(\frac{1}{x^2}\right) = 3$$

$$x_2 = 0.57$$

أثر الاحلال $es = x_2 - x_1 = 0.57 - 0.33 = 0.24$

- أثر الدخل يساوي تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير الدخل الحقيقي فقط (كل الأسعار الأخرى والدخل النقدي أو الإسمي ثابتة).

- نجد نقطة توازن جديدة عندما يتغير السعر:

$$\boldsymbol{y_3} = \frac{R + \mathrm{P_Y}}{2\mathrm{P_y}} = \frac{7+1}{2(1)} = 4$$

$$\boldsymbol{x_3} = \frac{R - \mathrm{P_Y}}{2\mathrm{P_x}} = \frac{7-1}{2(3)} = 1$$

أثر الدخل $eR = x_3 - x_2 = 1 - 0.57 = 0.43$

الأثر الكلي: $eT = eS + eR = 0.24 + 0.43 = 0.67$

عند انخفاض P_x من 9 الى يؤدى 3 الى زيادة الكمية بـ 0.67 موزعة على أثر الاحلال $(es = 0.24)$ واثر الدخل $(eR = 0.43)$ كمجموع زيادة x الأثر الكلي $(eT = 0.67)$ ولم تتغير كميةy وزيادة المنفعة بـ

$$dU = \Delta U = U_3 - U_1 = 3 - 1 = 2$$

تمرين02: لتكن دالة المنفعة $U = XY$

$$P_x = 80, \qquad p_y = 40, \quad R = 2400$$

1- اوجد نقاط التوازن

2- اذا تغير سعر p_y الى $p_y = 10$ بين اثر الاحلال واثر الدخل مع الشرح؟

3- كيف يعمل اثر الاحلال واثر الدخل عندما يرتفع سعر سلعة دنيا مع ثبات باقي العوامل.

الحل:

1- نقاط التوازن:

لدينا:

$$R = xP_x + yp_y \rightarrow 2400 = 80x + 40y \rightarrow$$

$$y = \frac{2400 - 80x}{40} = 60 - 2x$$

$$u = xy = x(60 - 2x) = 60x - 2x^2$$

$$max(u) \leftrightarrow u' = 0 \rightarrow 60 - 4x = 0$$

$$\rightarrow x_1 = 15, \quad y_1 = 30, \quad u = 450$$

2- أثر الإحلال يساوي تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير السعر عندما يتم انتقال المستهلك على نفس منحنى السواء.

$$u = xy = 450 \leftrightarrow y = \frac{450}{x}$$

$$TMS = \frac{-dy}{dx} = \frac{P_x}{p_y} \rightarrow \frac{-dy}{dx} = \frac{-(-450)}{x^2} = \frac{80}{10}$$

$$\rightarrow x_2 = 7.5, \quad y_2 = 60$$

اثر الاحلال على السلعة x : $es_x = x_2 - x_1 = 7.5 - 15 = -7.5$

اثر إحلال على السلعة y : $es_y = y_2 - y_1 = 60 - 30 = 30$

نلاحظ ان عندما انخفض سعر السلعة y زاد الطلب عليها بينما انخفض الطلب على السلعة الثانية.

-أثر الدخل يساوي تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير الدخل الحقيقي فقط (كل الأسعار الأخرى والدخل النقدي أو الإسمي ثابتة).

نجد نقطة توازن جديدة عندما يتغير السعر:

$$2400 = 80x + 10y \rightarrow y\frac{2400 - 80x}{10} \rightarrow y = 240 - 8x$$

$$u = xy = x(240 - 8x) = 240x - 8x^2$$

$$max(u) \leftrightarrow u' = 0 \rightarrow 240 - 16x = 0$$

$$\rightarrow x_3 = 15, \ y_3 = 120, \ u = 1800$$

اثر الدخل على السلعة x : $eR_X = x_3 - x_2 = 15 - 7.5 = 0$

اثر الدخل على السلعة y: $eR_y = y_3 - y_2 = 120 - 60 = 60$

الأثر الكلي على السلعة x: $eT_x = es_x + eR_X = -7.5 + 7.5 = 0$

الأثر الكلي على السلعة y: $eT_y = es_y + eR_y = 30 + 60 = 90$

نلاحظ عندما انخفض سعر السلة y فان أثر الاحلال وأثر الدخل لهما نفس الاتجاه وبالتالي y سلعة عادية.

3- عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا فان أثر الاحلال يعمل على خفض الطلب عليها بينما أثر الدخل يعمل على زيادة الطلب عليه لأنها سلعة دنيا حيث اثر الدخل يكون اكبر من اثر الاحلال ومنحنى الطلب ميله سالب.

تمرين03: لتكن دالة المنفعة: $U = 15x^{0.5}y^{0.5}$

1- فماذا يتمثل سلوك المستهلك العقلاني

2- اوجد نقطة التوازن اذاكان: $R = 200, \quad P_x = 2, \quad P_y = 1$

3- إذا ارتفع السعر Y الى $P_y = 2$ ماهو نوع السلعة y ولماذا؟

الحل:

1 - يتمثل سلوك المستهلك العقلاني في تعظيم المنفعة

2 نقطة التوازن:

$$L = 15x^{0.5}y^{0.5} + \lambda(R - x\mathrm{P_X} - \mathrm{YP_Y})$$

$$\begin{cases} \mathrm{L_X} = 0.5(15\mathrm{x}^{-0.5}\mathrm{y}^{0.5} - \ \lambda\,\mathrm{P_X} \ = \ 0 \ldots\ldots 1 \\ \mathrm{L_Y} = 0.5(15\mathrm{x}^{0.5}\mathrm{y}^{-0.5} \ - \ \lambda\,\mathrm{P_Y} \ = \ 0 \ldots\ldots 2 \\ \mathrm{L_\lambda} \ = \ \mathrm{R} - \ \mathrm{XP_X} - \ \mathrm{YP_Y} = \ 0 \ldots\ldots 3 \end{cases}$$

بقسمة المعادلة رقم (1) على (2) نجد:

$$\frac{0.5(15\mathrm{x}^{0.5}\mathrm{y}^{0.5}}{0.5(15\mathrm{x}^{0.5}\mathrm{y}^{0.5}} = \frac{\mathrm{P_X}}{\mathrm{P_Y}}$$

$$\leftrightarrow x\mathrm{P_X} = y\mathrm{P_Y}$$

$$\mathrm{R} - \ y\mathrm{P_Y} - \ \mathrm{yP_Y} = \ 0$$

$$y_1 = \frac{R}{2\mathrm{P_Y}} = \frac{200}{2(1)} = 100$$

$$x_1 = \frac{R}{2P_X} = \frac{200}{2(2)} = 50$$

$$U = 15(50^{0.5})(100^{0.5}) = 1060.66$$

3- إذا ارتفع السعر Y الى $P_y = 2$ ما نوع السلعة y ولماذا؟

$$u = 15x^{0.5}y^{0.5} = 1060.66 \rightarrow y = \frac{5000}{x}$$

$$\text{TMS} = \frac{-dy}{dx} = \frac{P_x}{p_y} \rightarrow \frac{-dy}{dx} = \frac{-(-5000)}{x^2} = \frac{2}{2}$$

$$\rightarrow x_2 = 70.7, \quad y_2 = 70.7$$

- اثر الاحلال على السلعة x : $es_x = x_2 - x_1 = 70{,}7 - 50 = 20{,}7$
- اثر إحلال على السلعة y : $es_y = y_2 - y_1 = 70{,}7 - 100 = -29{,}3$

نلاحظ ان عندما ارتفع P_Y فان الطلب على y انخفض أي إحلال X محل y.

- أثر الدخل يساوي تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير الدخل الحقيقي فقط (كل الأسعار الأخرى والدخل النقدي أو الإسمي ثابتة).

نجد نقطة توازن جديدة عندما يتغير السعر:

$$y_3 = \frac{R}{2P_Y} = \frac{200}{2(2)} = 50$$

$$x_3 = \frac{R}{2P_X} = \frac{200}{2(2)} = 50$$

- اثر الدخل على السلعة x : $eR_X = x_3 - x_2 = 50 - 70{,}7 = -20{,}7$
- اثر الدخل على السلعة y : $eR_y = y_3 - y_2 = 50 - 70{,}7 = -20{,}7$
- الأثر الكلي على السلعة x : $eT_x = es_x + eR_X = -20{,}7 + 20{,}7 = 0$

- الأثر الكلي على السلعة y:

$$eT_y = es_y + eR_y = (-20{,}7) + (-29{,}3) = -50$$

نلاحظ ان الاثران يعملان في نفس الاتجاه وبالتالي y سلعة عادية.

تمرين رقم 04: تمثل تفضيلات مستهلك بدالة المنفعة التالية:

$$U = f(x, y) = xy - x$$

1- حدد المعدل الحدي للإحلال

2- احسب المعدل الحدي للإحلال في النقطة A(1,3) مع التعليق

3- حدد بدوال الطلب على السلعتين X Y

4- نفترض أن $P_X = P_Y = 1$

أ- عرف ثم حدد منحنى الاستهلاك والدخل.

ب- حدد منحنى أنجل بالنسبة للسلعةY

5- نفترض أن R=11

أ- حدد توازن المستهلك وقيمة الإشباع الكلي.

ب- إذا ارتفع P_X إلى 4، حدد التوازن الجديد مع التمثيل البياني للوضعيتين.

6- احسب أثر الإحلال، أثر الدخل والأثر الكلي عند انتقال P_X من 1 إلى 4، وما هي العلاقة بين السلعتين x, y.

ثانيا: معادلة سلوتسكي:

- تشير إلى الأثر الكلي وتوضح قيمة كل أثر على توازن المستهلك.

$$\begin{cases} L_X = Y - \lambda P_X = 0 \\ L_Y = X - \lambda P_Y = 0 \\ L_\lambda = R - XP_X - YP_Y = 0 \end{cases}$$

نقوم بإجراء التفاضل الكلي لجميع المعادلات:

$$\begin{cases} d(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda - \lambda\,d\,P_X = 0 \\ d(L_Y) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y d\lambda - \lambda\,d\,P_Y = 0 \\ d(L_\lambda) = -P_X\,dX - P_Y dY + 0\,d\lambda + dR - X\,d\,P_X - Y d\,P_Y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda = \lambda\,d\,P_X \\ d(L_X) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y\,d\lambda = \lambda\,d\,P_Y \\ d(L_X) = -P_X\,dX - P_Y\,dY + 0\,d\lambda = X\,d\,P_X + Y d\,P_Y - dR \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\,d\,P_X \\ \lambda\,d\,P_Y \\ X\,d\,P_X + Y d\,P_Y - dR \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX/dP_X \\ dY/dP_Y \\ d\lambda/P_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \\ X \end{bmatrix}$$

- حالة R، P_Y ثوابت $\quad \frac{dX}{dP_X} = \frac{\lambda D_{11}}{|D|} + X\frac{D_{31}}{|D|}$
- حالة R، P_X ثوابت $\quad \frac{dX}{dP_Y} = \frac{\lambda D_{21}}{|D|} + Y\frac{D_{31}}{|D|}$
- حالة P_X، P_Y ثوابت $\quad \frac{dX}{dR} = -\frac{D_{31}}{|D|}$

دراسة العلاقة بين السلع:

$$\frac{\partial X}{dP_Y} = \frac{\lambda D_{21}}{|D|} + Y\frac{D_{31}}{|D|}$$

- تكون X وY سلع تبادلية إذا كان:

أثر الإحلال موجب علما أنه في هذه الحالة أثر الإحلال لا يكون سالبا دوما:

$$\frac{\lambda D_{21}}{|D|} > 0$$

- تكون X وY سلع متكاملة إذا كان:

أثر الإحلال سالب:

$$\frac{\lambda D_{21}}{|D|} < 0$$

- إذا افترضنا في المثال السابق أن:

$$R = 100, PX = 2, PY = 5$$

تكون نقطة التوازن:

$$X = 25, Y = 10, \lambda = 5$$

$$\frac{dX}{dP_X} = \frac{\lambda D_{11}}{|D|} + X\frac{D_{31}}{|D|}$$

$$|D| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= +10 + 10 = 20$$

$$D_{11} = \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -25$$

$$D_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = -5$$

$$\frac{dX}{dP_X} = 5\frac{(-25)}{20} + 25\frac{(-5)}{20} = -6.25 - 6.25 = -12.5$$

التفسير: أثر تغير بوحدة واحدة يؤدي إلى أثر كلي متمثل في تغير X بـ 12.5 وحدة في اتجاه معاكس حيث أثر الإحلال وأثر الدخل متساويان بالقيمة (6.25-).

- نوعية السلعة: سلعة عادية لأن أثري الإحلال والدخل من نفس الإشارة (سالبين).
- إذا تغير P_Y: طبيعة العلاقة بين السلع:

نحسب: $\frac{\lambda D_{21}}{|D|}$

$$D_{21} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -10$$

$$\frac{\lambda D_{21}}{|D|} = 5\frac{-10}{20} = -2.5 < 0$$

إذن: السلع X وY سلع متكاملة، والعلاقة تكاملية.

تمرين 01: لتكن الدالة التالية:

$$U = (X + 2)(Y + 1)$$

$$R = 51, P_X = 2, P_Y = 5$$

01- أوجد دوال الطلب.

02- نقطة التوازن.

03- نوعية السلعة X باعتبار تغير في P_X.

04- طبيعة العلاقة بين X وY إذا تغير P_Y.

الحل:

1- إيجاد دوال الطلب:

نشكل دالة لاغرانج:

$$L = (X + 2)(Y + 1) + \lambda(R - X P_X - Y P_Y)$$

$$\begin{cases} L_X = Y + 1 - \lambda P_X = 0 \\ L_Y = X + 2 - \lambda P_Y = 0 \\ L_\lambda = R - X P_X - Y P_Y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Y + 1 = \lambda P_X \dots\dots (1) \\ X + 2 = \lambda P_Y \dots\dots (2) \\ R - X P_X - Y P_Y = 0 \dots\dots (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$Y + 1 / X + 2 = P_X / P_Y$$

$$(Y + 1) P_Y = (X + 2) P_X \dots (4)$$

$$X\,P_X + 2P_X = Y\,P_Y + P_Y$$
$$Y\,P_Y = X\,P_X + 2P_X - P_Y \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$R - X\,PX - X\,PX - 2\,PX + P_Y = 0$$
$$2\,X\,P_X = R - 2\,P_X + P_Y$$
$$X = \frac{\mathbf{R} - \mathbf{2}\,P_X + P_Y}{\mathbf{2}\,P_X}$$

وهي دالة الطلب على X

من (4) يمكننا كتابة: $X\,P_X = Y\,P_Y + P_Y - 2P_X$

نعوض عن $X\,P_X$ في (3) فنجد:

$$R - Y\,P_Y - P_Y + 2\,PX - YP_Y = 0$$
$$2\,YP_Y = R - P_Y + 2\,P_X$$
$$Y = \frac{\boldsymbol{R} + \mathbf{2}\,P_X - P_Y}{\mathbf{2}P_Y}$$

وهي دالة الطلب على Y

2- نقطة التوازن:

$$X = \frac{\mathbf{51 - 4 + 5}}{\mathbf{4}} = 13$$

$$Y = \frac{51 + 4 - 5}{10} = 5$$

$$\lambda = Y + 1 / P_X = 6 / 2 \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 3}$$

3- تحديد نوعية السلعة X باعتبار تغير في P_X:

نقوم بإجراء التفاضل الكلي لجميع المعادلات:

$$\begin{cases} d\,(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda - \lambda\,d\,P_X = 0 \\ d\,(L_Y) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y d\lambda - \lambda\,d\,P_Y = 0 \\ d\,(L_\lambda) = -P_X\,dX - P_Y dY + 0\,d\lambda + dR - X\,d\,P_X - Y d\,P_Y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda = \lambda\,d\,P_X \\ d(L_X) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y\,d\lambda = \lambda\,d\,P_Y \\ d(L_X) = -P_X\,dX - P_Y\,dY + 0\,d\lambda = X\,d\,P_X + Y d\,P_Y - dR \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\,d\,P_X \\ \lambda\,d\,P_Y \\ X\,d\,P_X + Y d\,P_Y - dR \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX/dP_X \\ dY/dP_Y \\ d\lambda/P_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \\ X \end{bmatrix}$$

$$\frac{dX}{dP_X} = \frac{\lambda\,D_{11}}{|D|} + X\frac{D_{31}}{|D|}$$

$$|D| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= +10 + 10 = 20$$

$$D_{11} = \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -25$$

$$D_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = -5$$

$$\frac{dX}{dP_X} = 3\frac{(-25)}{20} + 13\frac{(-5)}{20} = -3.75 - 3.25 = -7$$

نوعية السلعة: سلعة عادية لأن أثري الإحلال والدخل من نفس الإشارة (سالبين).

4- تحديد طبيعة العلاقة بين X وY إذا تغير P_Y:

$$\frac{\partial X}{dP_Y} = \frac{\lambda\,D_{21}}{|D|} + Y\frac{D_{31}}{|D|}$$

نحسب أثر الإحلال و ندرس إشارته: $\frac{\lambda D_{21}}{|D|}$

$$D_{21} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -10$$

$$\frac{\lambda D_{21}}{|D|} = 3\frac{-10}{20} = -1.5 < 0$$

إذن: السلع X وY سلع متكاملة، والعلاقة تكاملية.

مثال: لتكن لديك دالة المنفعة لمستهلك ما من الشكل:

$$U = f(X,Y) = X\,Y$$

ومعادلة قيد اميزانية: $R - X\,P_X - Y\,P_Y = 0$

نشكل دالة لاغرانج:

$$L = XY + \lambda\,(R - X\,P_X - Y\,P_Y)$$

$$\begin{cases} L_X = Y - \lambda\,P_X = 0 \\ L_Y = X - \lambda P_Y = 0 \\ L_\lambda = R - X\,P_X - Y\,P_Y = 0 \end{cases}$$

- نقوم بإجراء التفاضل الكلي لجميع المعادلات:

$$\begin{cases} d(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda - \lambda\,d\,P_X = 0 \\ d(L_Y) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y\,d\lambda - \lambda\,d\,P_Y = 0 \\ d(L_\lambda) = -P_X\,dX - P_Y\,dY + 0\,d\lambda + dR - Xd\,P_X - Yd\,P_Y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda = \lambda\,d\,P_X \\ d(L_Y) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y\,d\lambda = \lambda\,d\,P_Y \\ d(L_\lambda) = -P_X\,dX - P_Y\,dY + 0\,d\lambda = X\,d\,P_X + Y\,d\,P_Y - dR \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\,d\,P_X \\ \lambda\,d\,P_Y \\ X\,d\,P_X + Y\,d\,P_Y - dR \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX/d\,P_X \\ dY/d\,P_Y \\ d\lambda/d\,P_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \\ X \end{bmatrix}$$

* حالة P_Y، R ثوابت $\quad \frac{dX}{d\,P_X} = \frac{\lambda \mathbf{D_{11}}}{|\mathbf{D}|} + X\frac{\mathbf{D_{31}}}{|\mathbf{D}|}$

* حالةP_X، Rثوابت $\quad \frac{dX}{d\,P_Y} = \frac{\lambda \mathbf{D_{21}}}{|\mathbf{D}|} + Y\frac{\mathbf{D_{31}}}{|\mathbf{D}|}$

* حالةP_X، P_Y ثوابت $\quad \frac{dX}{d\,dR} = +\frac{D_{31}}{|D|}$

دراسة العلاقة بين السلع:

$$\frac{dX}{d\,P_Y} = \frac{\lambda D_{21}}{|D|} + Y\frac{D_{31}}{|D|}$$

- تكون X وY سلع تبادلية إذا كان:

أثر الإحلال موجب علما أنه في هذه الحالة أثر الإحلال لا يكون سالبا دوما:

$$\frac{\lambda \mathbf{D_{21}}}{|\mathbf{D}|} > 0$$

- تكون X وY سلع متكاملة إذا كان:

أثر الإحلال سالب: $\frac{\lambda \mathbf{D_{21}}}{|\mathbf{D}|} < 0$

إذا افترضنا في المثال السابق أن:

$$R = 100, P_X = 2, P_Y = 5$$

تكون نقطة التوازن:

$$X = 25, Y = 10, \lambda = 5$$

$$\frac{dX}{d\,P_X} = \frac{\lambda D_{11}}{|D|} + X\frac{D_{31}}{|D|}$$

$$|D| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|D| = 0\begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 10 + 10 = 20$$

$$D_{11} = \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -25$$

$$D_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = -5$$

$$\frac{\partial X}{\partial P_X} = 5\frac{(-25)}{20} + 25\frac{(-5)}{20} = -6.25 - 6.25 = -12.5$$

التفسير: أثر تغير بوحدة واحدة يؤدي إلى أثر كلي متمثل في تغير X بـ 12.5 وحدة في اتجاه معاكس حيث أثر الإحلال وأثر الدخل متساويان بالقيمة (6.25-).

نوعية السلعة: سلعة عادية لأن أثري الإحلال والدخل من نفس الإشارة (سالبين).

إذا تغير P_Y: طبيعة العلاقة بين السلع:

نحسب: $\frac{\lambda D_{21}}{|D|}$

$$D_{21} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -10$$

$$\frac{\lambda D_{21}}{|D|} = 5\frac{-10}{20} = -2.5 < 0$$

إذن: السلع X وY سلع متكاملة، والعلاقة تكاملية.

تمرين 02: لتكن الدالة التالية:

$$U = (X + 2)(Y + 1)$$

$$R = 51, P_X = 2, P_Y = 5$$

1- أوجد دوال الطلب.

2- نقطة التوازن.

3- نوعية السلعة X باعتبار تغير في P_X.

4- طبيعة العلاقة بين X وY إذا تغير P_Y.

الحل:

1- إيجاد دوال الطلب:

نشكل دالة لاغرانج:

$$L = (X + 2)(Y + 1) + \lambda(R - X P_X - Y P_Y$$

$$\begin{cases} L_X = Y + 1 - \lambda P_X = 0 \rightarrow Y + 1 = \lambda P_X \ldots (1) \\ L_Y = X + 2 - \lambda P_Y = 0 \rightarrow X + 2 = \lambda P_Y \ldots (2) \\ L_\lambda = R - X P_X - Y P_Y = 0 \rightarrow R - X P_X - Y P_Y = 0 \ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$\frac{Y+1}{X+2} = P_X / P_Y \Rightarrow (Y + 1)P_Y = (X + 2)P_X \ldots (4)$$

$$\Rightarrow X P_X + 2 P_X = Y P_Y + P_Y$$

$$\Rightarrow Y P_Y = X P_X + 2 P_X - P_Y \ldots (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد: $R - XP_X - X P_X + 2 P_X - P_Y = 0$

$$\Rightarrow 2 XP_X = R - 2 P_X + P_Y$$

$$X = \frac{R - 2 P_X + P_Y}{2P_X}$$ وهي دالة الطلب علىX:

من (4) يمكننا كتابة: $X P_X = Y P_Y + P_Y - 2 P_X$

نعوض عن $X P_X$ في (3) فنجد: $R - Y P_Y - P_Y + 2 P_X - Y P_Y = 0$

$$\Rightarrow 2Y P_Y = R - P_Y + 2 P_X$$

$Y = \frac{R - P_Y + 2 P_X}{2P_Y}$ وهي دالة الطلب على Y

2- نقطة التوازن:

$$X = \frac{51 - 5 + 4}{10} = 5$$

$$Y = \frac{51 - 4 + 5}{4} = 13$$

$$\lambda = \frac{Y + 1}{P_X} = \frac{6}{2} = 3$$

3- تحديد نوعية السلعة X باعتبار تغير في P_X:

نقوم بإجراء التفاضل الكلي لجميع المعادلات:

$$\begin{cases} d(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda - \lambda\,d\,P_X = 0 \\ d(L_Y) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y\,d\lambda - \lambda\,d\,P_Y = 0 \\ d(L_\lambda) = -P_X\,dX - P_Y\,dY + 0\,d\lambda + dR - Xd\,P_X - Yd\,P_Y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d(L_X) = 0\,dX + 1\,dY - P_X\,d\lambda = \lambda\,d\,P_X \\ d(L_Y) = 1\,dX + 0\,dY - P_Y\,d\lambda = \lambda\,d\,P_Y \\ d(L_\lambda) = -P_X\,dX - P_Y\,dY + 0\,d\lambda = X\,d\,P_X + Y\,d\,P_Y - dR \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\,d\,P_X \\ \lambda\,d\,P_Y \\ X\,d\,P_X + Y\,d\,P_Y - dR \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_X \\ 1 & 0 & -P_Y \\ -P_X & -P_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX/d\,P_X \\ dY/d\,P_Y \\ d\lambda/d\,P_X \end{bmatrix} = \begin{matrix} \lambda \\ 0 \\ X \end{matrix}$$

$$\frac{dX}{d\,P_X} = \frac{\lambda D_{11}}{|D|} + X\frac{D_{31}}{|D|}$$

$$|D| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|D| = 0\begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 10 + 10 = 20$$

$$D_{11} = \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -25$$

$$D_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = -5$$

$$\frac{\partial X}{\partial P_X} = 3\frac{(-25)}{20} + 13\frac{(-5)}{20} = -3.75 - 3.25 = -7$$

نوعية السلعة: سلعة عادية لأن أثري الإحلال والدخل من نفس الإشارة (سالبين).

4- تحديد طبيعة العلاقة بين X وY إذا تغير P_Y:

$$\frac{dX}{d P_Y} = \frac{\lambda D_{21}}{|D|} + Y\frac{D_{31}}{|D|}$$

نحسب أثر الإحلال $\frac{\lambda D_{21}}{|D|}$ وندرس إشارته:

$$D_{21} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -10$$

$$\frac{\lambda D_{21}}{|D|} = 3\frac{-10}{20} = -1.5 < 0$$

إذن: السلع X وY سلع متكاملة، والعلاقة تكاملية.

الفصل الثالث:
الطلب والعرض وتوازن السوق

المحور الأول: نظرية الطلب: تهتم هذه النظرية بدراسة الفاعل الأساسي في السوق والمتمثل في المستهلك الذي يرغب في الحصول على سلع أو/وخدمات معينة مع توفر القدرة الشرائية له، وهذا في ظل الأخذ بالعوامل المؤثرة على الكمية المطلوبة بشكل خاص وكذا الطلب بشكل عام.

1- **تعريف الطلب:** يقصد بالطلب الرغبة المدعمة بقدرة شرائية للحصول على سلعة أو خدمة خلال فترة زمنية معينة مقابل أسعار محددة، والطلب قد يكون مباشر كالطلب على المواد الغذائية والملابس، كما قد يكون مشتقا كالطلب على النقود.

2- **محددات الطلب:** تتمثل في العوامل المؤثرة في الطلب على سلعة أو خدمة ما أي العوامل التي تؤدي إلى زيادة أو انخفاض الطلب أو الكمية المطلوبة من السلعة والتي يمكن تقسيمها بصورة عامة إلى نوعين:

أولا: محددات كمية: هي المحددات التي يمكن قياسها ويدخل في إطارها:

سعر السلعة أو الخدمة المطلوبة: يصاحب التغير في سعر السلعة المطلوبة تغيرا في الكمية بعلاقة عكسية حيث كلما زاد سعر السلعة انخفضت الكمية المطلوبة منها والعكس صحيح مع افتراض ثبات العوامل الأخرى، وهذا ما يعرف بقانون الطلب.

الدخل المخصص للاستهلاك: عند ارتفاع دخول المستهلكين فإن ذلك يدفعهم لزيادة استهلاكهم من سلعة معينة، والعكس في حالة الانخفاض وهذا يعني أن العلاقة بين دخل المستهلك والكمية المطلوبة من سلعة ما هي علاقة طردية.

أسعار السلع والخدمات الأخرى: يتم تقييم السلع من حيث تأثير طلبها إلى ثلاثة أنواع هي:

السلع البديلة(المنافسة): هي التي يمكن لها أن تحل محل السلعة المطلوبة إذا تعذر الحصول عليها، أما مقدار التغير فيرجع إلى درجة الإحلال الممكنة بينهما مثل: الشاي والقهوة.

أن ارتفاع أسعار السلع البديلة سيؤدي إلى ارتفاع الطلب على السلعة الأصلية والعكس صحيح، لهذا يمكن القول أنّ العلاقة بين سعر السلع البديلة و الكمية المطلوبة هي علاقة طردية.

السلع المكملة: أن ارتفاع أسعار السلع المكملة سيؤدي إلى انخفاض الطلب على السلعة الأصلية والعكس صحيح، لهذا يمكن القول إن العلاقة بين سعر السلع المكملة والكمية المطلوبة هي علاقة عكسية.

السلع المستقلة: ليس لها علاقة بالتغير في الطلب على السلعة مثل السيارة والشاي.

ثانيا: محددات كيفية: هي المحددات التي لا يمكن قياسها سواء عدديا أو نقديا ولكن لها تأثيرات عن الطلب مثل ذوق المستهلك، العادات والتقاليد، الدين، توقعات المستهلكين.

- أذواق المستهلكين: هناك علاقة طردية بين ذوق المستهلك والطلب على السلعة.
- توقعات المستهلكين: هناك علاقة طردية بين توقعات المستهلكين والطلب على السلعة،
- العادات والتقاليد: هناك علاقة طردية بين العادات والتقاليد والطلب على السلعة،

3- دالة الطلب : تمثل الصيغة المختصرة للتعبير عن المتغيرات التي تحدد الطلب على السلعة، وبالتالي فهي دالة تعبر عن العلاقة التي تجمع ما بين الكمية المطلوبة من

سلعة أو خدمة ما والعوامل الرئيسية المحددة لها ، والتي يمكن صياغتها بالعلاقة الرياضية التالية :

$$X_d = f\ (P_{\times,y,z}, R, E)$$

حيث أن:

X_d :الكمية المطلوبة من السلعة.

$P_\times$: سعر السلعةX .

$P_{y,z}$: أسعار السلع البديلة أو السلع المكملة.

R: الدخل المخصص لاستهلاك السلعة.

E: محددات الطلب النوعية.

-وعادة ما يتم تثبيت كل العوامل المحدد للطلب الكمية والنوعية باستثناء سعر السلعة قيد الدراسة، وبالتالي في المدى القصير تصبح دالة الطلب المستهلك على السلعة والتي تأخذ الشكل الخطي كالآتي:

$$X_d = f\ (P_\times) = \beta - \alpha P_\times$$

β : تمثل الكمية المطلوبة عند انعدام سعر السلعة (مجانية السلعة)

α : يمثل ميل دالة الطلب، حيث يشير إلى مقدار تغير في الكمية المطلوبة عند التغير في سعر السلعة بوحدة واحدة.

4- **قانون الطلب:** يعتمد على إبراز العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعرها مع افتراض ثبات العوامل المؤثرة الأخرى، حيث أنه كلما ارتفع سعر السلعة تنخفض الكمية المطلوبة منها وهذا ما يسمى بانكماش الطلب، أما إذا انخفض سعر السلعة فإنه سيؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة مما يعنى تمدد الطلب على السلعة.

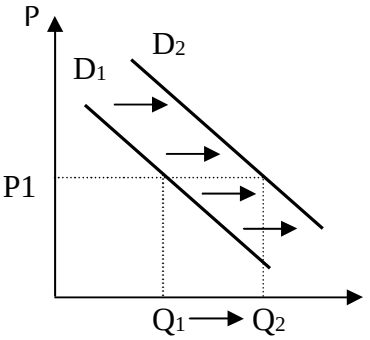
1- **جدول الطلب:** يبين مقدار الكميات المطلوبة من سلعة معينة عند أسعارها المحتملة، وبالتالي فإن جدول الطلب يمثل التعبير الرقمي لقانون الطلب.

2- **منحنى الطلب:** يمكن التعبير عن العلاقة بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها برسم بياني يطلق عليه منحنى الطلب، والذي يمثل التعبير البياني لقانون الطلب حيث ينحدر من الأعلى إلى الأسفل للدلالة عل الميل السالب للعلاقة العكسية بين السعر والكمية، $X_d = f\ (P_{\times,y,z}, R, E)$

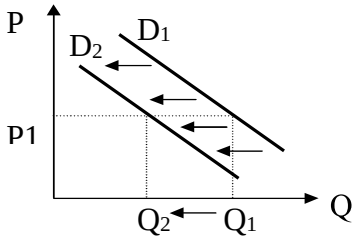
ويتم تمثيل جدول الطلب للحالات السابقة للكمية قصد توضيح آلية عمل قانون الطلب

ملاحظة:

- عند تغير سعر السلعة نفسها مع ثبات العوامل الأخرى ، هذا ما يؤدي إلى التغير في الكمية المطلوبة مما يعنى تحرك المستهلك بين توليفتين على نفس المنحنى صعودا للدلالة على زيادة الكمية أو نزولا للدلالة على انخفاضها.
- إذا تغير أحد العوامل المحدد للطلب مع ثبات الباقي منها وذلك عند نفس سعر السلعة ، فهذا ما يؤدي إلى تغير الطلب ، مما يعنى أن منحنى الطلب يتحرك نحو اليمين للدلالة على زيادة الطلب وهذا ما يصطلح عليه بتمدد الطلب أو إلى اليسار للدلالة على انخفاض الطلب وهذا ما يسمى بانكماش الطلب ، والشكلين (13) و(14) يوضحان ذلك



حالة ارتفاع الطلب (تمدد الطلب)



حالة انخفاض الطلب (انكماش الطلب)

03 Henri-Louis Védie « Macroéconomie; En 24 fiches ». op.cit, P

الطلب السوقي: ويساوي مجموع الطلبات الفردية، ودالة طلب السوق تساوي مجموع دوال الطلب الفردية.

$$X_d = \sum_{i=1}^{n} X_{di} = X_{d1} + X_{d2} + \cdots + X_{dn}$$

المحور الثاني: دالة العرض.

1- التعريف والخصائص:

يعرف العرض بأنه مجموعة الكميات المختلفة من سلعة ما التي يرغب ويقدر المنتج على عرضها للبيع عند سعر محدد وفي فترة زمنية معينة.

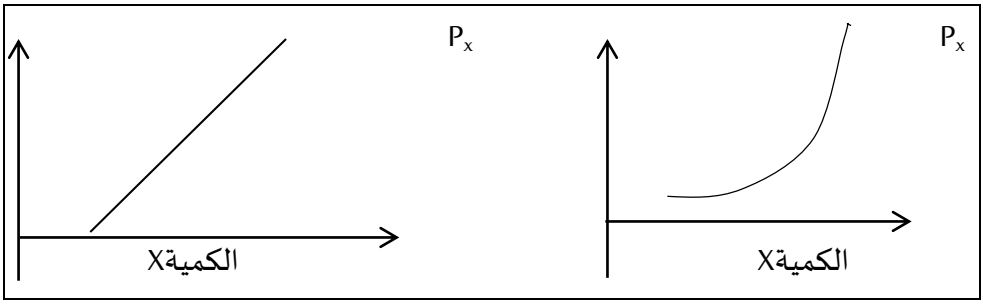
كما يعرف ب. ميدان دالة العرض الفردية للمؤسسة بمثابة العلاقة بين سعر سلعة ما من جهة والكمية المعروضة من جهة أخرى، والممثلة في الجزء التصاعدي من منحنى التكلفة الحدية للسلعة فوق أدنى تكلفة متوسطة.

كما يعرف العرض بأنه العلاقة بين سعر السلعة والكمية التي يوفرها المنتجون.

من نفس المنطلق، فإن دالة العرض عند المنتج تكون ممثلة في العلاقة بين مختلف مستويات السعر للسلعة ما والكميات التي يكون هذا المنتج مستعدا لتوفيرها في فترة زمنية معينة.

تكون الصياغة الرياضية لدالة العرض ممثلة في المعادلة التالية حيث p هو سعر السلعة وx هي الكمية المعروضة. $X = f(px)$

تظهر دالة العرض بيانيا في الشكل (15):



2- خصائص دالة العرض:

- دالة العرض متزايدة مما يدل منطقيا على علاقة طردية بين السعر والكمية المعروضة بمعنى أن زيادة سعر البيع في السوق يؤدي إلى زيادة الكميات المعرضة من طرف المنتج، والعكس صحيح وذلك في الجزء التصاعدي من التكلفة الحدية فقط. رياضيا يكون ميل الدالة أي مشتقها موجب.

كل نقاط دالة العرض تنتمي إلى دالة التكلفة الحدية التي تشكل الفضاء الهندسي التوازني لدالة العرض، مما يؤثر في مستوى ربح المؤسسة الذي يزداد كلما زاد السعر في السوق.

3- العوامل المؤثرة في دالة العرض:

بالإضافة إلى سعر السلعة، هناك العديد من العوامل التي تؤثر في تغير عرض المؤسسة يمكن حوصلتها في العناصر المحددة التالية:

أ- سعر السلعة نفسها P_x.

ب- أسعار سلع أخرى P_Y و P_Z. فإذا كانت بديلة وارتفع سعر الأولى P_y، فإن مستوى العرض للسلعة الثانية Z ينخفض لأن المنتج يوجه طاقته الانتاجية إلى انتاج Y الذي يدر ربحا أكبر. كذلك في حالة سلعتين مكملتين، فإم ارتفاع سعر الأولى يؤثر طرديا في زيادة العرض والانتاج من السلعة الثانية بسبب ارتباط السلعتين لدى المستهلك.

ج- أسعار عوامل الانتاج w و r للعمل ورأس المال.

د- توقعات المنتجين A.

ه- عوامل أخرى تؤثرT في العرض مثل عدد المنتجين والتطور التكنولوجي والأحوال الجوية والأمنية.

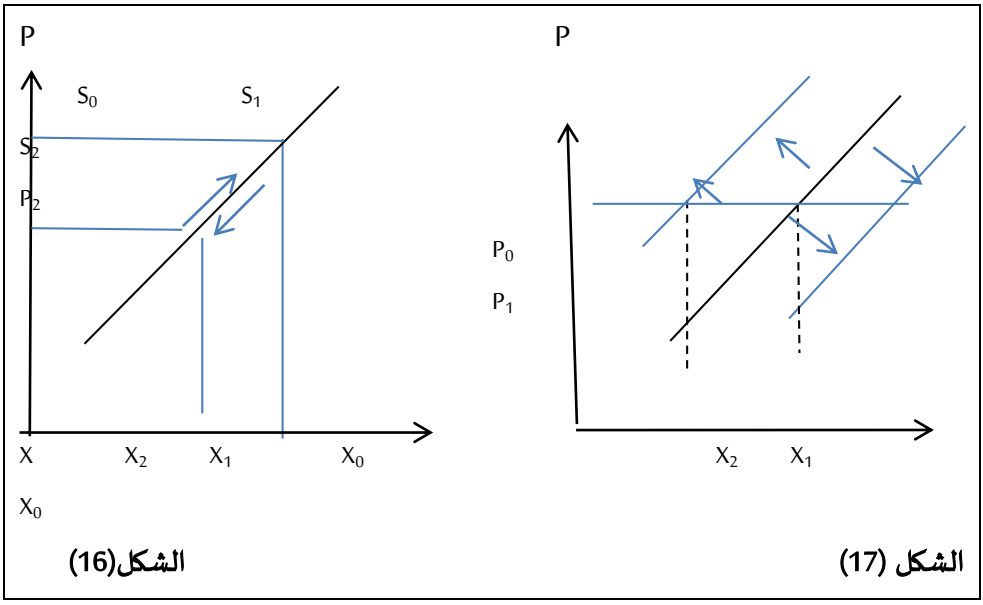
ويمكن صياغة دالة العرض في المعادلة التالية:

$$X = f\,(Px, Py, Pz, \dots w, r \dots, A, T)$$

تؤثر المحددات السابقة في تغير مستوى العرض بالزيادة أو الانخفاض في حالتين:

أ- عند تغير سعر السلعة نفسها دون تأثير العناصر الأخرى: في هذه الحالة، يؤدي ذلك إلى التغير في الكمية المعروضة من x_1 إلى x_2 عند الزيادة بالانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس المنحنى يمينا عند الزيادة ويسارا عند الانخفاض كما يظهر في الشكل(16)

ب- عكسيا تؤثر المحددات الأخرى دون سعر السلعة في تغير مستوى العرض بانتقال منحنى العرض وإزاحته يمينا عند الزيادة ويسارا عند الانخفاض (الشكل (17)

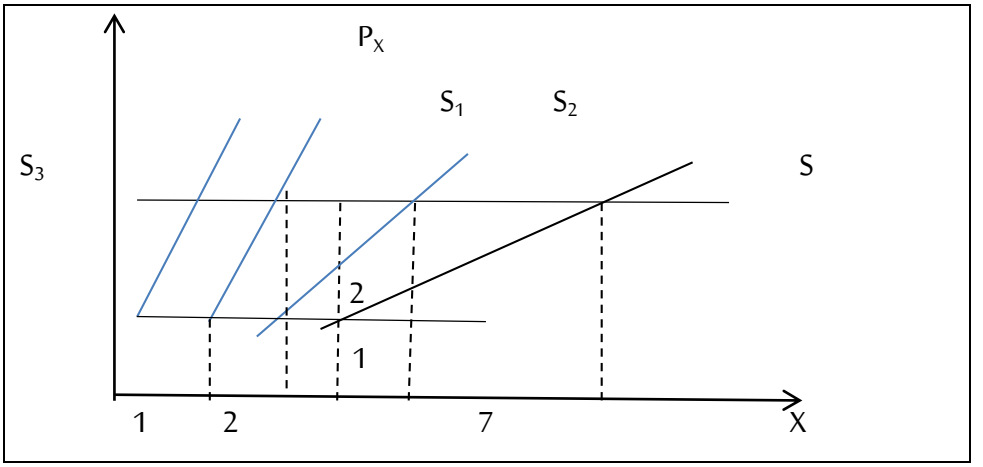


الشكل(16) الشكل (17)

المصدر: كريج ديبكن، الاقتصاد الجزئي، مرجع سبق ذكره، ص 82

4- دالة العرض الفردي والسوقي:

إذا كانت دوال العرض الفردية S_i ممثلة في المنحنيات S_1 و S_2 إلى ... S_n ، فإنه يمكن استنتاج دالة عرض السوق انطلاقا من تجميع دوال العرض الفردية الخاصة بكل مؤسسة أو بكل بائع كما يظهر في الشكل (18) ، بحيث $X_S = \sum_{i=1}^{n} xi$



المصدر: عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، مرجع سبق ذكره، ص 15

تمرين 01: اليك المعطيات التالية:

السعر P_X	الكمية المعروضة للمؤسسة الأولى(X_1)	الكمية المعروضة للمؤسسة الثانية(X_2)	الكمية المعروضة للمؤسسة الثالثة(X_3)	الكمية المعروضة في السوق (مجموع الكميات المعروضة)
1	0	1	2	3
2	1	2	4	7

بالتعويض في معادلة دالة العرض: $X = f(p_x) = a\,P_X + b$

نتحصل على معادلتين: $3 = 1\,a + b$

$$7 = 2\,a + b$$

وتصبح دالة عرض السوق: $X = 4\,P_X - 1$ بميل موجب $a = 4$ يدل على علاقة طردية بين الكمية المعروضة وسعر السلعة.

تمرين02: يحتوى سوق على أربع مؤسسات تتنافس فيما بينها على تقديم نفس المنتوج حيث كانت دوال العرض لكل منها كمايلي :

$$X_{s1} = 16 + 4p, \qquad X_{s2} = 32 + 5p,$$
$$X_{s3} = 11 + 7p, X_{s4} = 6 + p$$

1- أوجد دالة العرض السوقي ؟

2- إ ن الطلب على هذا المنتوج يتشكل من ثلاث مجموعات من المستهلكين تتمثل دوال الطلب لكل واحد منهم كما يلي :

$$X_{d1} = 500 - 5p, \qquad X_{d2} = 400 - 4p,$$
$$X_{d3} = 412 - p$$

1.2. أوجد دالة الطلب السوقي ؟

2.2. حدد سعر و كمية التوازن السوقي ؟

3.2. أوجد مرونة الطلب السعرية للسوق ؟ ثم المرونة الفردية؟

4.2. أوجد مرونة العرض السوقي ؟

كتابة دالة عرض السوق لهذه السلعة:

تكتب دالة عرض السوق على الشكل التالية

$$X_s = \sum_{i=3}^{4} X_{si} = X_{s1} + X_{s2} + X_{s3} + X_{s4}$$
$$= 16 + 4p + 32 + 5p + 11 + 7p + 6 + p$$
$$= 17p + 65$$

كتابة دالة طلب السوق لهذه السلعة

$$X_d = X_{d1} + X_{d2} + X_{d3}$$
$$= 500 - 5p + 400 - 4p + 395 - 4p$$
$$X_d = 1295 - 13p$$

-تحديد سعر و كمية التوازن للسوق هذه السلعة : $X_s = X_d$

$$17p + 65 = 1295 - 13p$$
$$p = 41, X = 762$$

-مرونة الطلب السعرية للسوق:

$$e_{XX} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X} = -13\frac{41}{762} = -0.7$$

نلاحظ أنه كلما ارتفع سعر السلعة ب 1% كلما أدى إلى انخفاض الكمية المطلوبة منها بمقدار 0.7%، وبما أن قيمة المرونة محصورة بين 1و 0 فهذا يعدل على أن الطلب السوقي غير مرن مما يعني إمكانية رفع السعر من قبل البائعين وستكون استجابة للطلب عليها من طرف المستهلكين

أما بالنسبة لمرونة الطلب لكل مستهلك:

$$e_{X1} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X} = -5\frac{41}{(500-5(41)} = -0.69$$

$$e_{X2} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X} = -4\frac{41}{(400-4(41)} = -0.69$$

$$e_{X3} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X} = -4\frac{41}{(395-4(41)} = -0.7$$

-مرونة العرض السوقي:

$$e_{X3} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X} = 17\frac{41}{762} = 0.91$$

نلاحظ أنه كلما ارتفع سعر السلعة ب 1% كلما أدى إلى ارتفاع الكمية المعروضة بمقدار 0.91 %، وبما أن قيمة المرونة محصورة بين0 و1 فهذا يعدل على أن العرض السوقي غير مرن.

المحور الثالث: المرونات:

" تعرف المرونة بأنها مدى استجابة الكمية المطلوبة للتغير في سعر السلعة".

*المرونة المباشرة تساوي التغير النسبي للكمية المطلوبة على التغير النسبي للسعر (نفس السلعة).

$$e_{XX} = \frac{\text{التغير النسبي لـ } \mathbf{X}}{\text{التغير النسبي لـ } \mathbf{PX}}$$

$$e_{XX} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P/P} = \frac{\Delta X}{\Delta P}\frac{P}{X} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X}$$

مثال1:

يتغير السعر والكمية المطلوبة من سلعة معينة كالتالي:

	السعر (p)	الطلب (X)
t_1	29.001	2999
t_2	29.000	3000

- إذا استعملت t_1 كمرجع: من t_1 إلى t_2.

$$e_{XX} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P/P} = \frac{\Delta X}{\Delta P}\frac{P}{X} = \frac{3000-2999}{29.00-29001}\frac{29.001}{2999} = -9.67$$

- إذا استعملت t_2 كمرجع: من t_2 إلى t_1.

$$e_{XX} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P/P} = \frac{\Delta X}{\Delta P}\frac{P}{X} = \frac{2999-3000}{29.001-29.000}\frac{29.000}{3000} = -9.67$$

- عندما تكون التغيرات ضئيلة جدا كلا الطريقتان تقدمان نفس النتيجة بينما تؤدي حالة تغيرات معتبرة إلى استعمال القانون:

$$e_{XX} = \frac{\Delta X}{\Delta P}\frac{(P_1+P_2)/2}{(X_1+X_2)/2} = \frac{\Delta X}{\Delta P}\frac{(P_1+P_2)}{(X_1+X_2)}$$

مثال2:

يتغير السعر والكمية المطلوبة من سلعة معينة كالتالي:

	السعر (P_X)	الطلب (Q_X)
A	7	1000
B	5	3000

- إذا استعملت A كمرجع: من A إلى B:

$$e_{XX} = \frac{Q_B - Q_A}{P_B - P_A}\frac{P_A}{Q_A} = \frac{3000-1000}{5-7}\frac{7}{1000} = -7$$

- إذا استعملت B كمرجع: من B إلى A:

$$e_{XX} = \frac{Q_B - Q_A}{P_B - P_A}\frac{P_B}{Q_B} = \frac{1000-3000}{7-5}\frac{7}{1000} = -1.67$$

يمكن تجنب النتائج المختلفة باستعمال متوسط الكميتين ومتوسط السعرين كما يلي:

$$e_{XX} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{(P_A+P_B)/2}{(Q_A+Q_B)/2} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{(P_A+P_B)}{(Q_A+Q_B)} = \frac{-2000}{2}\frac{12}{4000} = -3$$

مثال3:

إذا أعطيت لك دالة الطلب من الشكل:

$$Xd = 2000 - 10P$$

والمطلوب حساب المرونة المباشرة عند:

$$X = 1000, P = 100$$

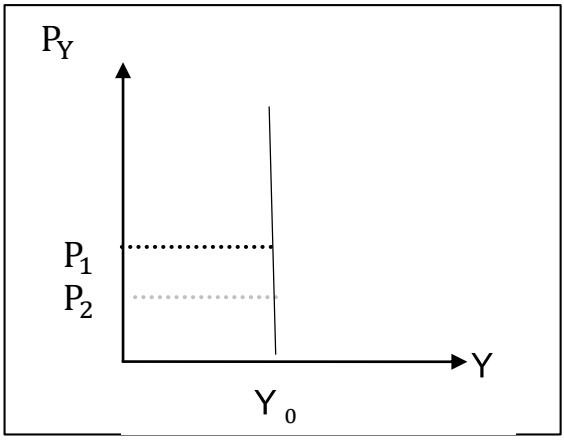
$$e_{XX} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P/P} = \frac{\Delta X}{\Delta P}\frac{P}{X} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X}$$

$$= -10\frac{10}{100} = -1$$

- إذا انخفض السعر بـ 1 %تزيد الكمية المطلوبة بـ 1 %وهي مرونة وحدوية.

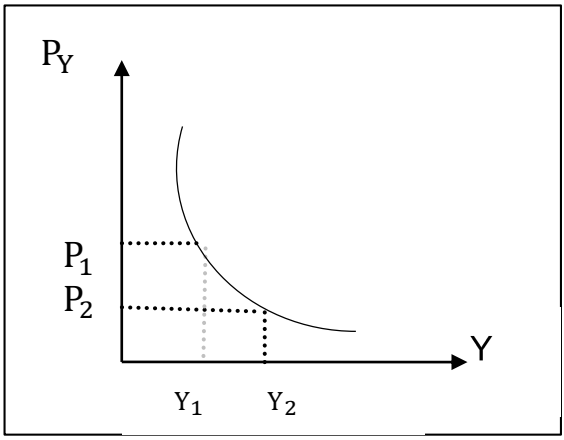
حالات المرونة المختلفة

*الطلب عديم المرونة أي $(e_{XX} = 0)$، أي أن التغير في الكمية المطلوبة يساوي صفر مهما تغير السعر. كما يظهر من البيان التالي:



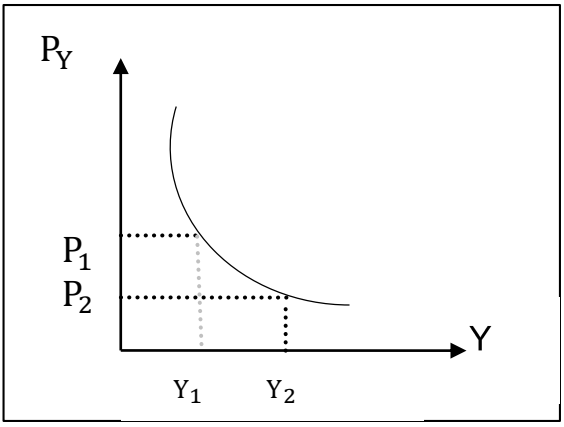
الطلب عديم المرونة

- الطلب قليل المرونة أي $(e_{XX} < 1)$، أي أن التغير في الكمية المطلوبة بأقل من التغير في السعر و ذلك في اتجاه معاكس كما يظهر من البيان التالي:



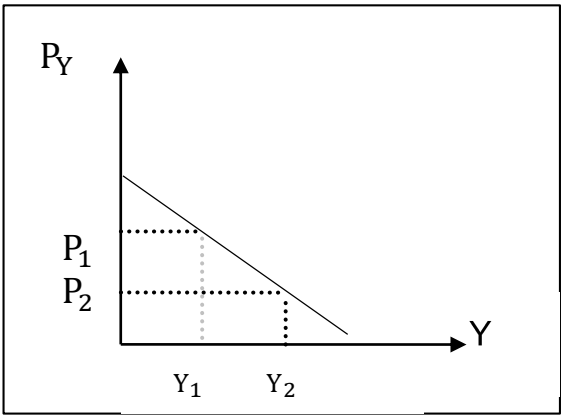
الطلب قليل المرونة

- الطلب احادي المرونة أي $(e_{XX} = 1)$، أي أن التغير في الكمية المطلوبة بنفس التغير في السعر كما يظهر من البيان التالي:



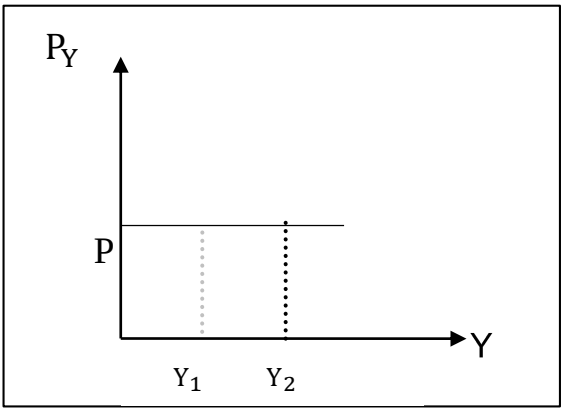
الطلب احادي المرونة

- الطلب مرتفع المرونة أي $(e_{XX} > 1)$، أي أن التغير في الكمية المطلوبة اكبر من التغير في السعر كما يظهر من البيان التالي:



الطلب قليل المرونة

- الطلب قليل المرونة أي $(e_{XX} < 1)$، أي أن التغير في الكمية المطلوبة بأقل من التغير في السعر و ذلك في اتجاه معاكس كما يظهر من البيان التالي:



الطلب قليل المرونة

مرونة التقاطع: تدرس أثر تغير سعر سلعة على طلب سلعة أخرى وتستعمل لدراسة العلاقة بين سلعتين.

$$e_{XY} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P_Y/P_Y} = \frac{\Delta X}{\Delta P_Y}\frac{P_Y}{X} = \frac{\partial X}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{X}$$

نميز الحالات التالية:

* $e_{XY} > 0$: طبيعة العلاقة بين السلعتين X وY هي **تبادلية**.
* $e_{XY} < 0$: طبيعة العلاقة بين السلعتين X وY هي **تكاملية**.
* $e_{XY} = 0$: طبيعة العلاقة بين السلعتين X وY هي **مستقلة**.

مرونة الدخل: تغير الكمية المطلوبة الناتج عن التغير في الدخل وتدرس طبيعة السلعة.

$$e_{XR} = \frac{\Delta X/X}{\Delta R/R} = \frac{\Delta X}{\Delta R}\frac{R}{X} = \frac{\partial X}{\partial R}\frac{R}{X}$$

نميز الحالات التالية:

- $e_{XR} > 1$: السلعة X هي **كمالية**.
- $0 < e_{XR} < 1$: السلعة X هي **أساسية**.

- $e_{XR} = 1$: السلعة X هي **عادية**.
- $e_{XR} < 0$: السلعة X هي **دنيا**.

تمرين 01: لتكن لديك المعطيات التالية:

$$X = 100 - 4P_X + 0.5P_Y - 0.6P_Z + 0.008R$$
$$P_X = 4, P_Y = 2, P_Z = 5, R = 5000$$

- أحسب المرونات المختلفة وفسر النتائج؟.

الحل:

- نحسب كمية الطلب X:

$$X = 100 - 4(4) + 0.5(2) - 0.6(5) + 0.008(5000)$$
$$\Rightarrow X = 122.$$

حساب المرونة المباشرة: $e_{XX} = \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_X}{X} = -4\frac{4}{122} = -0.1311$

$$e_{XX} = -13.11\%$$

- إذا انخفض السعر بـ 1 %تزيد الكمية المطلوبة من X بـ 13.11 %.

حساب مرونات التقاطع:

$$e_{XY} = \frac{\partial X}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{X} = 0.5\frac{2}{122} = 0.0082 > 0$$

- السلعة Y بديلة لـ X.

$$e_{XZ} = \frac{\partial X}{\partial P_Z}\frac{P_Z}{X} = -0.6\frac{5}{122} = -0.0264<0$$

- السلعة Z مكملة لـ X.

حساب مرونة الدخل:

$$e_{XR} = \frac{\partial X}{\partial R}\frac{R}{X} = 0.008\frac{5000}{122} = 0.33$$
$$0 < 0.33 < 1$$

- X سلعة أساسية.

تمرين 02: إذا قدرت دالة الطلب على X بالعبارة التالية:

$$X = P_x^{-0.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{0.4}$$

ماهي التغيرات النسبية للطلب على X إذا كان:

أ) P_X يرتفع بـ 10 % ، P_Y ، R ثوابت.

ب) P_Y يرتفع بـ 5 % ، P_X ، R ثوابت.

ج) R ينخفض بـ 10 % ، P_X ، P_Y ثوابت.

الحل:

المطلوب هو حساب $\Delta X / X$ في كل حالة:

أ) $\Delta P_X / P_X = \mathbf{10}$ %:

$$e_{XX} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P_X/P_X} \Rightarrow \Delta X/X = e_{XX}(\Delta P_X/P_X)$$

$$e_{XX} = \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_X}{X} = -0.3P_x^{-1.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{0.4}\ \frac{P_X}{X}$$

$$e_{XX} = -0.3P_x^{-1.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{0.4}\ \frac{P_X}{P_x^{-0.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{0.4}} = -0.3$$

$$\Delta X/X = e_{XX}\left(\Delta P_X/P_X\right) = -0.3\ (10\ \%) = -\mathbf{3}\ \%.$$

- ارتفاع السعر بـ 10 % يؤدي إلى انخفاض الطلب على X بـ 3 %.

ب: $\Delta P_Y / P_Y = 5\ \%$

$$e_{XY} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P_Y/P_Y} \Rightarrow \Delta X/X = e_{XY}(\Delta P_Y/P_Y)$$

$$e_{XY} = \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_Y}{X} = 0.1P_x^{-0.3} \quad P_y^{-0.9} \quad R^{0.4}\frac{P_Y}{X}$$

$$e_{XY} = 0.1P_x^{-0.3}P_y^{-0.9}R^{0.4}\frac{P_X}{P_x^{-0.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{0.4}} = 0.1$$

$$\Delta X/X = e_{XY}\left(\Delta P_Y/P_Y\right) = 0.1(5\ \%) = 0.5\ \%.$$

- ارتفاع السعر P_Y بـ 5 % يؤدي إلى ارتفاع الطلب على X بـ 0.5 %.

ونستنتج أن X بديل لـ Y.

ج) : $\Delta R / R = -10\ \%$

$$e_{XR} = \frac{\Delta X/X}{\Delta R/R} \Rightarrow \Delta X/X = e_{XR}(\Delta R/R)$$

$$e_{XR} = \frac{\partial X}{\partial R}\frac{R}{X} = 0.4P_x^{-0.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{-0.6}\frac{R}{X}$$

$$e_{XR} = 0.4P_x^{-0.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{-0.6}\frac{R}{P_x^{-0.3} \quad P_y^{0.1} \quad R^{0.4}} = 0.4$$

$$\Delta X/X = e_{XR}(\Delta R/R) = 0.4\ (-10\ \%) = -4\ \%.$$

- انخفاض الدخل بـ 10 % يؤدي إلى انخفاض الطلب على X بـ 4 %.

تمرين 03: تكتب دالة طلب السوق على السلعة X في الوقت t_0 على شكل:

$$X = 200 - 2P$$

في الوقت t_0 يكون $P_0 = 20$، لسبب ما ينخفض السعر إلى 15 في الوقت t_1. لكن (1 /3) ثلث فقط من المستهلكين يغير طلبه حسب السعر الجديد، ثلث ثاني يغير طلبه في الوقت t_2، ويغير الثلث الأخير طلبه في الوقت t_3.

1- ما هي الكميات الإجمالية المباعة في t_1، t_2، t_3؟

2- أحسب المرونة المباشرة في $P = 15$.

الحل:

1- ما هي الكميات الإجمالية المباعة في t_1، t_2، t_3:

$$X = 200 - 2P$$

$$t_0 : P_0 = 20$$

$$t_1 : P_1 = 15$$

الكميات الإجمالية المباعة في t_1:

$$X_1 = 2/3\,(200 - 2P_0) + 1/3\,(200 - 2P_1)$$

$$= 2/3\,(200 - 40) + 1/3\,(200 - 30)$$

$$= 320/3 + 170/3 = 490/3 = 163.33$$

الكميات الإجمالية المباعة في t_2:

$$X_2 = 2/3\,(200 - 2P_1) + 1/3\,(200 - 2P_0)$$

$$= 2/3\,(200 - 30) + 1/3\,(200 - 40)$$

$$= 340/3 + 160/3 = 500/3 = 166.66$$

الكميات الإجمالية المباعة في t_3:

$$X_3 = 200 - 2P_1$$

$$= 200 - 2(15) = 170$$

2- حساب المرونة المباشرة في $P = 15$:

لدينا:

$$e_{XX} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P/P} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X} = -2\frac{15}{170} = -0.17$$

* إذا انخفض السعر بـ 1 %تزيد الكمية المطلوبة بـ 0.17.%

تمرين 04: على مستوى سوق معين توجد مؤسسة تبيع السلعة X، رغم عدم معرفة دالة الطلب تبين أنه عند مستوى السعر P = 10 تمكنت المؤسسة من بيع 500 وحدة من X، وعند P = 6 باعت 700 وحدة.

1- نعتبر أن دالة الطلب ممثلة بخط مستقيم قدرها.

2- ما هي قيمة المرونة المباشرة عند X = 500، X = 700 ؟

3- ما هو السعر الأمثل بالنسبة للبائع؟

الحل:

1- تقدير دالة الطلب:

نعلم أن دالة الطلب ممثلة بخط مستقيم وهي من الشكل: $X = a\,P + b$

$$\begin{cases} 500 = 10\,a + b \ldots..(1) \\ 700 = 6\,a + b \ldots..(2) \end{cases}$$

بطرح (1) من (2) نجد:

$$200 = -4\,a \quad \Rightarrow \quad a = -50$$

بالتعويض في إحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1) نجد:

$$b = 500 - 10\,a$$

$$b = 500 - 10\,(-50) = 500 + 500 \Rightarrow \quad b = 1000$$

إذن تكتب دالة الطلب كما يلي:

$$X = -50\,P + 1000$$

2- إيجاد قيمة المرونة المباشرة:

عند: $X_1 = 500$

$$e_{X_1 X_1} = \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_{X_1}}{X_1} = -50\,\frac{10}{500} = -1$$

عند $X_2 = 700$:

$$e_{X_2X_2} = \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_{X_2}}{X_2} = -50\frac{6}{700} = -0.42$$

3- السعر الأمثل بالنسبة للبائع:

لدينا الإيراد الكلي للبائع أو رقم الأعمال: RT

$$RT = X\,P$$
$$= (-50\,P + 1000)\,P$$
$$= -50\,p^2 + 1000\,p$$
$$(\acute{R}T) = {}^{d\,RT}/_{dX} = -100\,P + 1000 = 0 \Rightarrow P = 10$$

إذن السعر الأمثل للبائع هو $P = 10$.

تمرين 05: تكتب دالة المنفعة لمستهلك معين كما يلي:

$$U(X,Y) = X + \log Y$$

حيث X وY الكميات المستهلكة من السلعتين X و Y.P_X ، P_Y، R أسعار السلعتين X وY ودخل المستهلك على الترتيب ($R > P_X$).

1- حدد دوال الطلب على X و Y.

2- أحسب المرونات المباشرة للسلعتين X و Y.

3- أحسب المرونات بالنسبة للدخل للسلعتين X و Y.

4- هل يمكن تحديد نوعية السلعة X:

الحل:

1- تحديد دوال الطلب على X وY:

$$L = X + \log Y + \lambda(R - X\,P_X - Y\,P_Y)$$

$$\begin{cases} L_X = 1 - \lambda P_X = 0 \rightarrow 1 = \lambda P_X \ldots (1) \\ L_Y = 1/Y - \lambda P_Y = 0 \rightarrow 1/Y = \lambda P_Y \ldots (2) \\ L_\lambda = R - X P_X - Y P_Y = 0 \rightarrow R - X P_X - Y P_Y = 0 \ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$1/(1/Y) = P_X/P_Y \Rightarrow Y = P_X/P_Y$$
$$\Rightarrow Y P_Y = P_X \ldots (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$R - X P_X - P_X = 0 \Rightarrow R - P_X = X P_X$$
$$X = \frac{R - P_X}{P_X}.$$ وهي دالة الطلب على X

$$Y = P_X / P_Y$$ وهي دالة الطلب على Y.

2- حساب المرونات المباشرة للسلعتين X وY:

$$e_{XX} = \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_X}{X} = \frac{-R}{P_X^2}\frac{P_X}{\frac{R - P_X}{P_X}} = \frac{-R}{R - P_X}$$

$$e_{XY} = \frac{\partial Y}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{Y} = \frac{-P_X}{P_Y^2}\frac{P_Y}{P_X / P_Y} = -1$$

3- حساب المرونات بالنسبة للدخل للسلعتين X و Y:

$$e_{XR} = \frac{\partial X}{\partial R}\frac{R}{X} = \frac{1}{P_X}\frac{R}{\frac{R - P_X}{P_X}} = \frac{R}{R - P_X}$$

$$e_{YR} = \frac{\partial Y}{\partial \mathbf{R}}\frac{\mathbf{R}}{Y} = 0$$

4- تحديد نوعية السلعة X:

$$e_{XR} = \frac{R}{R - P_X}$$
$$R - P_X > 0 \Rightarrow R > P_X$$
$$R > 0 \Rightarrow R > R - P_X$$
$$e_{XR} > 1$$

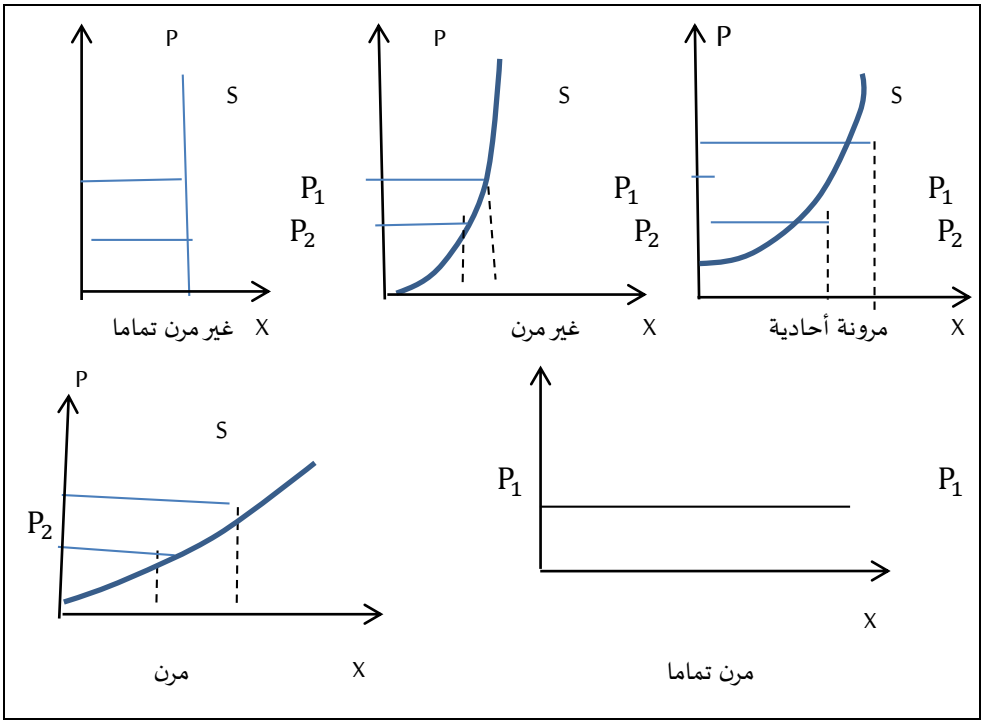
وبالتالي السلعة X سلعة كمالية

المحور الرابع: مرونة العرض:

تقيس مرونة العرض مدى استجابة الكمية المعروضة من سلعة معينة X للتغير في سعرها P_X. يمكن حسابها على أساس العلاقة (القسمة) بين التغير النسبي في الكمية المعروضة لسلعة ما من جهة والتغير النسبي لسعرها كما يظهر في المعادلة التالية:

$$es = \left(\frac{\Delta X}{X}\right)\left(\frac{\Delta P_X}{P_X}\right) = \left(\frac{\Delta X}{\Delta P_X}\right)\left(\frac{P_X}{X}\right) = \frac{dX}{dP_X}\frac{P_X}{X}$$

تختلف حدة المرونة باختلاف ميل منحنى العرض كما يظهر في البيان التالي:



تمرين1: احسب مرونة العرض إذا علمت أنه عندما ارتفع السعر من 12 إلى 15، ترتفع الكمية المعروضة من 30 إلى 35.

$$es = \left(\frac{\Delta X}{\Delta PX}\right)\left(\frac{P}{X}\right) = \left\{\frac{35-30}{15-12}\right\}\frac{12}{\{(30)\}} \rightarrow eS = 0{,}66$$

ومعنى ذلك أن تغير السعر ب1% يؤدي إلى تغير طردي للكمية المعروضة ب0,66% .

تمرين2: لو كانت دالة العرض $XS = f(PX) = 80 + 20\,PX$:

احسب مرونة العرض وفسر معناها الاقتصادي عندما يكون السعر 4 دينار.

$$XS = f(4) = 80 + 20(4) = 160$$

$$ES = \left(\frac{dX}{dP}\right)\left(\frac{P}{X}\right) = (20)\left(\frac{4}{160}\right) = 0{,}5$$

بمعنى أن تغير 1% في السعر يؤدي إلى تغير طردي في الكمية المعروضة قدرها 0,5 %.

الفصل الرابع:

آليات الحكومة في التأثير على توازن السوق

قد تكون الحكومة مضطرة للتدخل في السوق بهدف التأثير على توازنها، وهناك أدوات متعددة تأثر من خلالها على توازن السوق تتمثل فيما يلي:

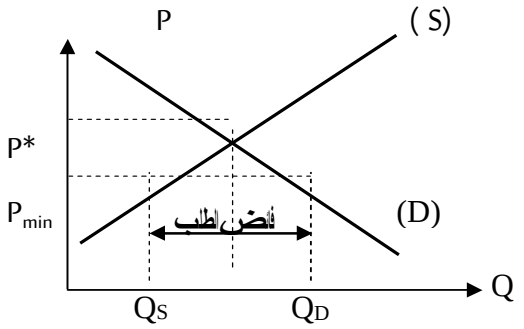
المحور الأول: آلية التسعير:

تعني تدخل الدولة في السوق بطريقة مباشرة بهدف التأثير على حجم العرض أو الطلب لحماية المستهلكين أو المنتجين عن طريق التسعير الجبري الذي يأخذ إحدى الصورتين التاليتين:

أ- **تحديد أدنى سعر ممكن**: تلجأ الحكومة أو الجهة المكلفة بمراقبة الأسعار في بعض الحالات بتحديد سعر أقل من سعر التوازن لبعض السلع والخدمات خاصة ذات الاستهلاك الواسع لتكون في متناول جميع المستهلكين ومن أمثلة هذا التدخل سياسة تحديد الحد الأدنى للأجور عند انخفاض القدرة الشرائية، حيث أنه من المتوقع أن يؤدي هذا الإجراء إلى زيادة الكمية المطلوبة على حساب الكمية المعروضة بمقدار معين يسمى فائض في الطلب يمثل الفرق بين الكميتين عند هذا السعر

$$\Delta Q = Q_d - Q_S$$

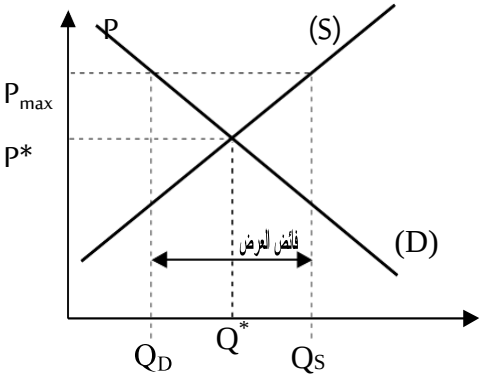
كما يمكن توضيح هذا الفائض بيانيا من خلال الشكل (19) المقابل



ب- تحديد أعلى سعر ممكن (تسقيف الأسعار):

في هذه الحالة تقوم الحكومة من خلال الوزارة الوصية بتحديد سعر أعلى من سعر التوازن بهدف تحفيز إنتاج بعض السلع الضرورية، وذلك قصد زيادة الكمية المعروضة على حساب الكمية المطلوبة بفارق يسمى فائض العرض $\Delta Q = Q_S - Q_d$

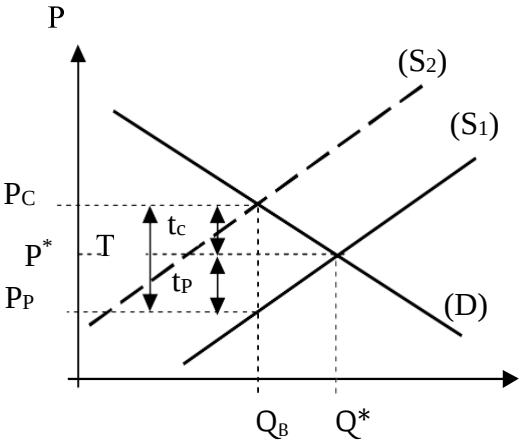
والشكل (20) التالي يوضح هذا الفائض:



المحور الثاني: الآلية الضريبية:

تستطيع الحكومة أن تؤثر في حجم العرض أو الطلب على سلعة معينة عن طريق فرضها للضرائب مما يؤدي إلى تغير حالة العرض بسبب تغير ظروف العرض وبالتالي يتحول منحنى العرض نحو اليسار للتعبير عن نقصان العرض ومن جهة أخرى ارتفاع السعر بفعل الضريبة التي يتولى دفعها المنتج إلى الحكومة إلا أن قيمتها توزع بين المنتج (البائع) والمستهلك بنسب مختلفة تحددها درجة استجابة التغير في الكمية إلى التغير في سعرها (المرونة السعرية) ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل أدناه.

الشكل(21)



نلاحظ من الشكل أن نقطة التوازن قبل فرض الضريبة ممثلة في النقطة (P*.Q*) أما عند فرض الضريبة، يؤذي إلى ظهور سعرين الفرق بينهما يعبر عن مقدار الضريبة والذي يعبر عنه بالصيغة الآتية: $T = Pc - Pp$

هذا ويمكن تقدير مقدار الضريبة بالعلاقة التالية $T = tc - tp$

حيث أن:

Pc: يمثل السعر الذي يقبل دفعه المشتري للحصول على السلعة بعد فرض الضريبة

Pp: يمثل السعر الذي يستلمه البائع بعد فرض الضريبة

T: مقدار الضريبة على الكمية المباعة

tc: مقدار الضريبة الذي سيتحمله المشتري : $tc = Pc - P^*$

tp: مقدار الضريبة الذي سيتحمله البائع : $tp = P^* - Pc$

وبالتالي يمكن إيجاد كمية التوازن بعد فرض الضريبة جبريا عن طريق حل المعادلات الأتية:

معادلة توازن السوق: $Q_S = Q_d$

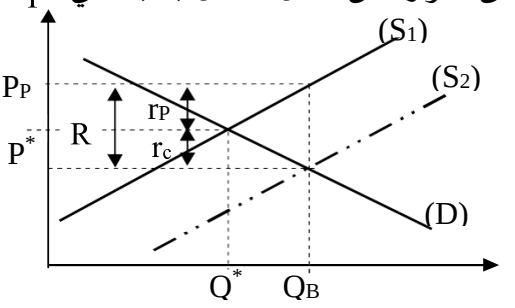
دالة العرض الجديدة: $Q_S = B + b(P - t)$

دالة الطلب: $Q_d = A - dp$

المحور الثالث: آلية منح الإعانات على الإنتاج:

تلجأ الحكومة إلى مثل هذه الآلية في حالة الحاجة إلى تحقيق زيادة في الكمية المعروضة من خلال مساعدة المنتجين بمنحهم إعانات أو تسهيلات إقراضية أو ضريبة.... إلخ

وبالتالي يمكن اعتبارها بمثابة ضريبة سالبة تضاف إلى السعر بدلا من أن تطرح منه ويمكن توضيح تأثيرها على التوازن من خلال الشكل (22) التالي:



تحديد مقدار الإعانة: بما انها تمثل الفرق بين السعر الذي سيدفعه المستهلك (Pc) والسعر الذي يستلمه البائع (Pp) فإنه يمكن إيجادها بالعلاقة التالية

$$R = r_P + r_C$$

r_P تمثل مقدار استفادة البائع من الإعانة، حيث: $r_P = P_B - P^*$

r_C: تمثل مقدار استفادة المستهلك من الإعانة، حيث: $r_C = P^* - Pc$

أي أن مقدار الإعانة المقدمة من طرف الحكومة يقدر ب:

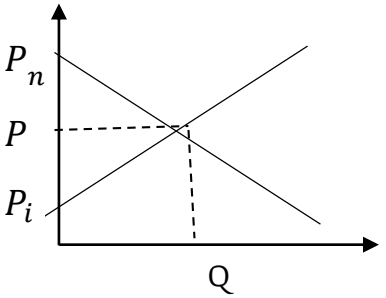
$$R = r_P + r_C = (P_B - P^*) + (P^* - Pc) = P_B - Pc$$

المحور الرابع: فائض المنتج وفائض المستهلك

اولا: فائض المستهلك

يعبر فائض المستهلك عن الفرق الافتراضي بين السعر الذي يقدر المستهلك على دفعه والسعر الذي دفعه فعلا لقاء سلعة ما، وينتج ذلك الفرق نتيجة تنافس المنتجين فيما بينهم وانخفاض السعر لسعر التوازن.

أي هو الفرق بين أكبر سعر ممكن في دالة أو منحنى الطلب وسعر التوازن (أو السعر الذي يدفعه المستهلك فعلا) ويمثل المثلث الذي في الشكل المقابل وهو المساحة تحت منحنى الطلب الى غاية سعر التوازن أو السعر الذي يدفعه المستهلك:



ويحسب فائض المستهلك إذا كانت دالة الطلب خطية كما يلي:

فائض المستهلك =مساحة المثلث= (الارتفاع × القاعدة) 2/1

$$\text{فائض المستهلك} = SC = \frac{1}{2}(P_n - P)Q$$

P_n قيمة أقصى سعر طلب ممكن وهو عندما تكون الكمية المطلوبة معدومة؛

ثانيا: فائض المنتج

ويحسب أيضا كما في فائض المستهلك (الشكل السابق) عن طريق المساحة فوق منحنى العرض إلى غاية سعر التوازن

وتفسر ذلك أن المنتجين يمكنهم بيع سلعتهم بأقل سعر ممكن ويحققون فائدة معتبرة ولكن أسعار السوق تسمح لهم ببيع منتوجهم بسعر التوازن أي بأكبر من أدنى سعر ممكن وبالتالي فإن فائض المنتج هو الفرق بين سعر التوازن وأدنى سعر يمكنه بيع سلعته به؛ فإذا كانت دالة العرض خطية فيمكن حساب فائض المنتج هندسيا كما يلي:

فائض المنتج = مساحة المثلث =2/1(القاعدة×الارتفاع) (ليس دائما مثلث أحيانا يكون شبه منحرف)

$$\text{فائض المنتج} = SP = \frac{1}{2}(P - P_i)Q$$

P_i قيمة أدنى سعر ممكن في دالة العرض أي عندما يكون العرض معدوما أو عندما يقطع منحنى العرض محور الكميات في نقطة معينة فيكون السعر معدوما.

التمرين الاول: في إطار تشجيع المربين على زيادة إنتاج الحليب في شهر رمضان الكريم من جهة ومنع حالة المضاربة من جهة أخرى لدى قامت الحكومة بدعم المربين لتحقيق إيرادات مقبولة لديهم فكان أمامها تطبيق أحد النظامين للوصول إلى هذا الهدف هما:

-تحديد سعر اللتر من الحليب ب 25 دج وشراء الفائض في حالة تحققه ؟

-إعطاء دعم يتمثل في الفرق بين الإيراد المحقق من بيع لتر الحليب و بين السعر الموعود على افتراض أن دوال الطلب والعرض لسلعة الحليب يمكن التعبير عنها من خلال المعادلتين:

$$X_s = 0.25p + 31, \qquad X_d = 46 - 0.5p$$

1- أوجد القيم التوازنية ؟

2- ما هو النظام الذي يضمن تحقيق سياسة مثلى للحكومة ؟

الحل

1- تحديد نقطة التوازن :

$$X_d = X_s \rightarrow 0.25p + 31 = 46 - 0.5p$$
$$\rightarrow p = 20, \qquad X = 3$$

2- تحديد النظام الذي يحقق سياسة مثلى للحكومة: يتم ذلك عن طريق تحديد تكلفة كل نظام

- **تكلفة النظام الأول:** في البداية يتم تقدير مقدار الفائض عند السعر الإجباري 25دج

مستوى الطلب:

$$X_s = 0.25(25) + 31 = 37.25,$$
$$X_d = 46 - 0.5(25) = 33.5$$

إذا هناك فائض في العرض يقدر ب:

$$\Delta X = X_s - X_d = 37.25 - 33.5 = 3.75$$

ونظرا لأن الحكومة قد وعدت المنتجين بشراء الفائض المحقق في العرض، لهذا فإن تكلفة هذا النظام تتمثل في $CT_G = \Delta X.P_0 = 3.75(25) = 93.75$

- **تكلفة النظام الثاني:**

تعبر تكلفة هذا النظام عن مقدار التحويلات للمنتجين في شكل دعم مالي لإجمالي الوحدات المنتجة من الحليب. $Ct'_G = X'.S$

- مقدار الإعانة للتر الواحد من الحليب : $S = P_0 - P = 25 - 20 = 5$
- نقطة التوازن بعد تدخل الحكومة بمنح إعانة (S): $\begin{cases} X_d = X'_s \\ X'_s = \beta + \alpha(P+S) \end{cases}$

$$0.25(P+5) + 31 = 46 - 0.5P \rightarrow P = 18.33.$$
$$X' = 36.83$$

ومنه فإن مقدار تكلفة النظام الثاني يقدر ب:

$$Ct'_G = X'.S = (36.83)(5) = 184.15$$

بالمقارنة بين تكلفة النظامين، نلاحظ أن النظام الأولى هو الخيار الأمثل للحكومة بحيث تتحمل (93,75و.ن) للإنفاق الإجمالي بدل من تحمل ما قيمته (184,15 و.ن).

التمرين الثاني: بفرض أن دالتي الطلب والعرض الفرديتين يمكن صياغتها بالشكل التالي:

$$X_s = 3p - 2, \qquad X_d = 8.9 - 2p$$

إذا علمت أن عدد المستهلكين الذي يرغبون في شراء هذه السلعة يقدر ب 100 فرد، أما عدد العارضين لها فيمثل 9% من إجمالي المستهلكين.

1- إذا فرضنا أن الحكومة منحت إعانة قدرها 5دج على كل وحدة مباعة ، فالمطلوب إيجاد:

- السعر الذي يدفعه المستهلك مع تحديد مقدار استفادته من هذه الإعانة ؟
- السعر الذي يستلمه البائع مع تحديد مقدار استفادته من هذه الإعانة ؟
- تكلفة الحكومة من جراء منح هذه الإعانة ؟

2- إذا فرضنا أن عرض هذه السلعة ثابت و محدد ب 190 وحدة ، فمن هو المستفيد من هذه الإعانة ؟ حدد نصيب كل منهما؟

3- أوجد فائض المستهلك و فائض المنتج في الحالتين السابقتين ؟

الحل

دالة الطلب السوق: $X_d = 100(8.9 - 2p) = 890 - 200p$

دالة العرض السوق: $X_s = 9(3p - 2) = 27p - 18$

2- تأثيرات تدخل الحكومة بمنح إعانة قدرها 5دج على كل وحدة مباعة: يتم في هذا العنصر المقارنة بين الوضعيتين قبل وبعد هذا التدخل

1.2.تحديد التوازن قبل الاستفادة من الإعانة: $X_d = X_s$

$$890 - 200p = 27p - 18$$

$$P_1 = 4, \quad X_1 = 90$$

2.2.تحديد التوازن بعد الاستفادة من الإعانة : مقدار الإعانة S=5 وبالتالي فإن دالة العرض الموافقة لهذه الإستفادة:

$$X'_s = 27(p+5) - 18 = 27P + 117$$

$$X_d = X'_s \rightarrow 890 - 200p = 27p + 117 \rightarrow P_2 = 3.4,$$
$$X_2 = 210$$

إذن بعد منح إعانة تقدر بخمس وحدات نقدية على كل وحدة مباعة ومستهلكة، مما أدى إلى ارتفاع الكميات المتداولة في السوق بسبب تدعيم السعر، حيث خفض إلى 3,4 و.ن، لتصل المكية المباعة إلى 210 وحدة بدل من 90 وحدة قبل هذا التغيير.

3.2.تحديد السعر الذي يدفعه المستهلك وكذا مقدار استفادته من الإعانة :

$$P_B = \frac{890 - X}{200} = \frac{890 - 210}{200} = 3.4$$

وبذلك فإن نصيب المستهلك من هذه الإعانة يقدر:

$$S_B = P_1 - P_B = 4 - 3.4 = 0.6$$

وعليه فإن الإنفاق الإجمالي لمستهلكي هذه السلعة يقدر ب:

$$CT_B = X_2 . P_B = (3.4)(210) = 714$$

تحديد السعر الذي يستلمه البائع مع تحديد مقدار استفادته من هذه الاعانة:

$$X_s = 210 = 27p - 18$$

$$P_C = \frac{210 + 18}{27} = 8.4$$

وبذلك فإن نصيب البائعين هذه الإعانة يقدر ب: $P_C - P_1 = 8.4 - 4 = 4.4$

وعليه فإن الإيراد الإجمالي لبائعي هذه السلعة فيقدر ب:

$$RT = P_C.X_1 = (8.4)(210) = 1764$$

- **تكلفة الحكومة من جراء منح هذه الإعانة :**

$$CT = S.X_1 = 5(210) = 1050$$

$$CT = RT - CT_B = 1764 - 714 = 1050$$

3-بفرض أن كمية العرض لهذه السلعة ثابت و محدد ب 190 وحدة ، فمن هو المستفيد من هذه الإعانة.

$$X_d = X_S \rightarrow 890 - 200P = 190 \rightarrow \begin{cases} P = 3.5 \\ X = 190 \end{cases}$$

نعلم أن مقدار الاستفادة يتحدد على أساس قيمة الزيادة في الكمية نتيجة الزيادة في السعر بوحدة واحدة إذ كلما كانت هذه الزيادة أقل كلما كانت الاستفادة أكبر، وبما أن ميل دالة العرض معدوم الأمر الذي يشير إلى بقاء الكمية المعروضة في سوق السلعة ثابت مهما تغير السعر زيادة أو نقصان، فإن قيمة الإعانة تكون من نصيب البائعين فقط.

وعليه فإن الإيراد الإضافي المحقق من هذه الإعانة يقدر ب:

$$RT = X.P = 190(5) = 950$$

4- أوجد فائض المستهلك وفائض المنتج في الحالات السابقة: تم دراسة ثلاث حالات لتغير في سوق هذه السلعة يبينها الجدول التالي:

	الحالة (أ) : قبل التدخل الحكومي	الحالة (ب): التدخل لمنح إعانة	الحالة (ج): تغيير دالة العرض
السعر	4	3.4	3.5
الكمية	90	210	190
دالة العرض	18-P27	P+11727	190
دالة الطلب	$890 - 200P$		

فائض المستهلك: يرمز لفائض المستهلك ب -SC إذ يشير إلى مقدار الفرق بين السعر القادر والراغب في دفعه المستهلك للحصول على عدد وحدات معنية من السلعة والسعر المتفق عليه مع البائعين لهذه السلعة، كما يمكن تقدير هذا الفائض بتطبيق العلاقة التالية:

$$SC = \int_0^X f(X_d)dX_d - P.X$$

$$f(X_d) = \frac{890 - X}{200}$$

الحالة (أ) : السعر 4 (و.ن) و الكمية التوافقية 90 وحدة ،

$$SC = \int_0^X \left(\frac{890 - X}{200}\right) dX_d - P.X =$$

$$= \left[4.45X - \frac{1}{2}\frac{X^2}{200}\right]^{90} - (90)(4)$$

$$= \left[\left(4.45(90) - \frac{1}{400}(90^2)\right) - \left(4.45(0) - \frac{1}{400}(0^2)\right)\right] - 360$$

$$= 20.25$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الأولى يقدر ب: $SC = 20.25$

او يحسب كمايلي: فائض المستهلك =مساحة المثلث= (الارتفاع × القاعدة) 2/1

فائض المستهلك $SC = \frac{1}{2}(P_n - P)Q =$

P_n قيمة أقصى سعر طلب ممكن وهو عندما تكون الكمية المطلوبة معدومة؛

$$P_n = \frac{890}{200} = 4.45$$

$$SC = \frac{1}{2}(P_n - P)Q = 1/2(4.45 - 4)90 = 20.25$$

الحالة (ب) : السعر 3,4 (و.ن) و الكمية التوافقية 210 وحدات ، وعند نفس دالة الطلب

$$\mathrm{SC} = \int_0^X \left(\frac{890 - X}{200}\right) dX_d - P.X =$$

$$= \left[4.45X - \frac{1}{2}\frac{X^2}{200}\right]^{210} - (210)(3.4)$$

$$= \left[\left(4.45(210) - \frac{1}{400}(210^2)\right) - \left(4.45(0) - \frac{1}{400}(0^2)\right)\right] - 714$$

$$= 110.25$$

-ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الأولى يقدر ب: $SC = 110.25$

الحالة (ج): السعر 3,5 (و.ن) و الكمية التوافقية 190 وحدة ، وعند نفس دالة الطلب

$$\mathrm{SC} = \int_0^X \left(\frac{890 - X}{200}\right) dX_d - P.X =$$

$$= \left[4.45X - \frac{1}{2}\frac{X^2}{200}\right]^{190} - (190)(3.5)$$

$$= \left[\left(4.45(190) - \frac{1}{400}(190^2)\right) - \left(4.45(0) - \frac{1}{400}(0^2)\right)\right] - 665$$

$$= 90.25$$

-ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الأولى يقدر ب: $SC = 90.25$

فائض المنتج (البائع): يرمز لفائض المنتج ب: SP والذي يشير إلى مقدار الفرق السعر المتفق عليه مع المستهلكين لهذه السلعة و بين السعر الذي يقابل تغطية الحد الأدنى من التكاليف ، أي السعر الذي يرغب في استلامه نتيجة التخلي عن وحدة واحدة من السلعة ، وعليه يمكن تقدير هذا الفائض بتطبيق العلاقة التالية:

$$\mathrm{SP} = P.X - \int_0^X f(X_S)dX_S$$

$$f(X_S) = \frac{X+18}{27}$$

الحالة (أ) : السعر 4 (و.ن) و الكمية التوافقية 90 وحدة

وعليه فإن فائض المنتج يقدر ب:

$$\mathrm{SP} = P.X - \int_0^X \left(\frac{X+18}{27}\right)dX_S - = (4)(90)$$

$$-\left[\frac{18X}{27} + \frac{1}{2}\frac{X^2}{27}\right]^{90}$$

$$= 360 - \left[\left(\frac{18(90)}{27} + \frac{1}{2(27)}(90^2)\right)\right.$$

$$\left. -\left(\frac{18}{27}(0) + \frac{1}{2(27)}(0^2)\right)\right] \quad = 150$$

-الحالة (ب) : السعر 3,4 (و.ن) و الكمية التوافقية 210 وحدات ، وعند دالة العرض من الشكل:

$$X'_s = 27P + 117$$

$$\text{SP} = P.X - \int_0^X \left(\frac{X - 117}{27}\right) dX_S = (3.4)(210)$$

$$- \left[\frac{-117X}{27} + \frac{1}{2}\frac{X^2}{27}\right]^{210}$$

$$= 714 - \left[\left(\frac{(-117)(210)}{27} + \frac{1}{2(27)}(210^2)\right)\right.$$

$$\left. - \left(\frac{(-117)}{27}(0) + \frac{1}{2(27)}(0^2)\right)\right] \quad = 807.33$$

الحالة (ج): السعر 3.5 والكمية المعروضة 190 ثابتة

بما أن ميل دالة العرض معدوم فإن الفائض الذي يمكن للبائع الحصول عليه يقدر ب:

$$\text{SP} = P.X = (190)(3.5) = 665$$

الفصل الخامس:

تحليل سلوك المنتج

المحور الاول: تحليل سلوك المنتج في الفترة القصيرة

❖ المؤسسة هي كل تنظيم اقتصادي مستقل ماليا في إطار قانوني و اجتماعي معين هدفه دمج عوامل الإنتاج من أجل الإنتاج أو تبادل سلع و خدمات مع أعوان اقتصاديين آخرين بغرض تحقيق نتيجة ملائمة، و ذلك في حيز زماني و مكاني معين.

❖ تقليديا يمكننا أن نتكلم عن أربعة عوامل إنتاج (مدخلات):

1- العمل (L).

2- رأس المال (K).

3- الأرض (T).

4- التنظيم.

❖ لكل عامل إنتاج عائد نظير مساهمته في العملية الإنتاجية، فنجد الفائدة لرأس المال، معدل الأجرة للعمل، الريع للأرض، والربح للتنظيم.

❖ نفترض وجود عاملي إنتاج K، L لإنتاج كمية من منتوج معين.

$$X = f(K, L)$$

X: الإنتاج الكلي.

PM_L: الإنتاجية المتوسطة للعمل: " الكمية المنتجة باستعمال وحدة عمل واحدة "، حيث:

$$PM_L = \frac{X}{L}$$

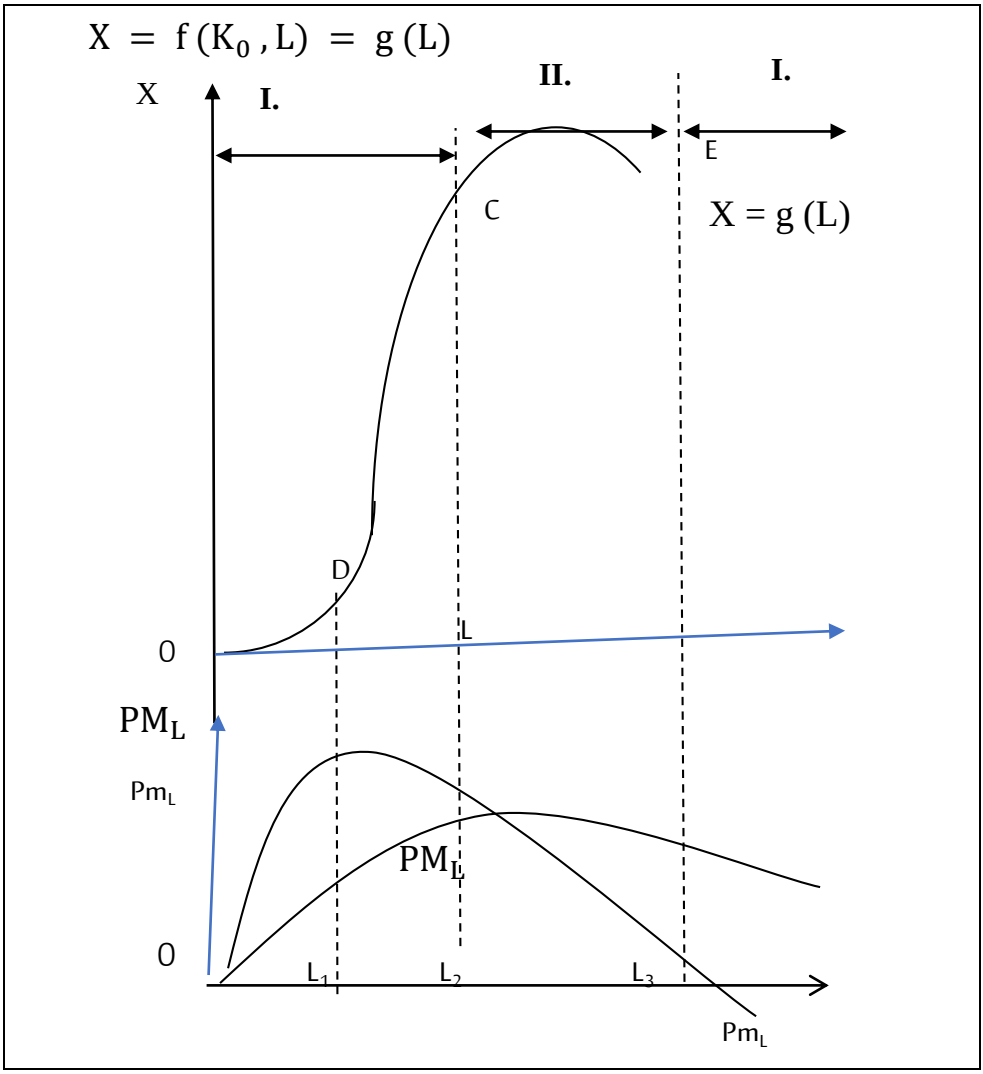
Pm_L: الإنتاجية الحدية للعمل: " الكمية المنتجة الإضافية المحققة بزيادة وحدة عمل واحدة "، حيث:

$$Pm_L = \frac{\Delta X}{\Delta L} = \frac{\partial X}{\partial L}$$

* في المدى القصير يحدث الإنتاج بكميات ثابتة من K ومتغيرة من L.

$K = K_0 = cst$(ثابت)

الشكل (23)



المصدر: Henri-Louis Védie « Macroéconomie; En 24 fiches ». Dunod, Paris: 2011; P33

ملاحظات:

❖ الإنتاجية الحدية: Pm_L

- بين 0 وD موجبة ومتزايدة.
- بين D وE موجبة ومتناقصة.
- بعد E سالبة.

❖ الإنتاجية المتوسطة: PM_L

- بين 0 وC موجبة ومتزايدة.
- بعد C متناقصة.

حدود مناطق الإنتاج الثلاث:

I. المنطقة 0 ⟶ $PM_L = Pm_L$

II. المنطقة $PM_L = Pm_L$ ⟶ $Pm_L = 0$

III. المنطقة $Pm_L = 0$ ⟶ ما لا نهاية.

تمرين 01: لإنتاج السلعة Q تستخدم مؤسسة عاملين للإنتاج: العمل (L) رأس المال(K) في المدى القصير نفترض أن المؤسسة المصنعة للمنتوج لا يمكنها تغيير حجم رأس المال (K).

والإنتاج المحقق تبعا لقيمة عنصر العمل (L) معطى في الجدول التالي:

وحدات العمل (L)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الوحدات المنتجة(Q)	0	64	224	432	640	800	864	864	784

المطلوب:

1- أحسب قيمة كل من الإنتاجية المتوسطة والحدية عند كل مستوى من مستويات استخدام عنصر العمل L في الجدول.

2- أعطي التمثيل البياني لمنحنيات النواتج الثلاثة.

3- ما هي إنتاجية الوحدة الواحدة من العمل عندما يكون: L = 4، L = 6؟

4- ماذا يعني وجود إنتاجية حدية موجبة، سالبة، ومعدومة؟

الحل:

1- حساب قيمة كل من الإنتاجية المتوسطة والحدية:

$$PM_L = \frac{Q}{L}$$

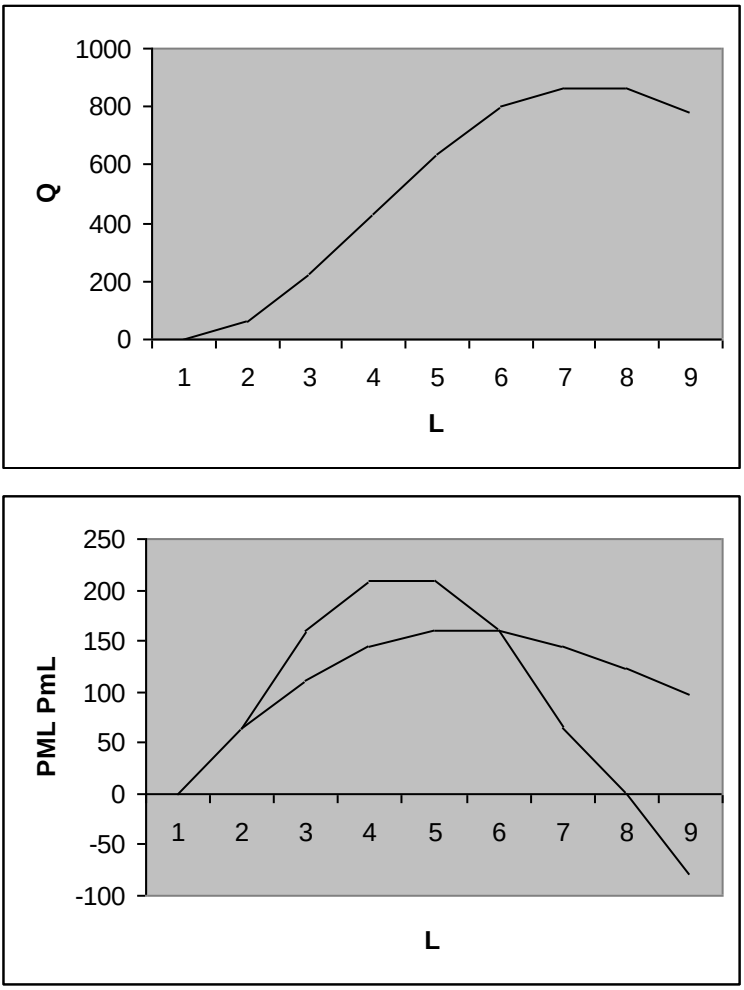
$$Pm_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{Q_2 - Q_1}{L_2 - L_1}$$

والنتائج موضحة في الجدول:

وحدات العمل (L)	عدد الوحدات المنتجة(Q)	الإنتاجية المتوسطة (PM_L)	الإنتاجية الحدية (Pm_L)
0	0	0	-
1	64	64	64
2	224	112	160
3	432	144	208
4	640	160	208
5	800	160	160
6	864	144	64
7	864	123.43	0
8	784	98	80-

2- التمثيل البياني لمنحنيات النواتج الثلاثة:

الشكل (24)



3- إنتاجية الوحدة الواحدة من العمل تعني الإنتاجية المتوسطة لعنصر العمل:

عند: L = 4:

$$PM_L = Q / L = 640 / 4 = 160$$

عند: L = 6:

$$PM_L = Q / L = 864 / 6 = 144$$

4- الإنتاجية الحدية هي التغير الحاصل في الإنتاج نتيجة لزيادة استخدام وحدة واحدة من عنصر العمل.

- إنتاجية حدية موجبة: يعني أن هذا التغير موجب مثلا انتقال L من 5 إلى 6:

$\Delta Q / \Delta L = 64$ أي الإنتاج الكلي يرتفع.

- إنتاجية حدية سالبة: يعني أن هذا التغير موجب مثلا انتقال L من 7 إلى 8:

$\Delta Q / \Delta L = -80$ أي الإنتاج الكلي ينخفض من 864 إلى 784.

- إنتاجية حدية معدومة: يعني أن هذا التغير مساوي للصفر أي لا يتغير الإنتاج مثلا انتقال L من 6 إلى 7: $\Delta Q / \Delta L = 0$ أي الإنتاج يبقى ثابت عند المستوى 864.

تمرين 02: إذا كانت دالة الإنتاجية المتوسطة:

$$PM_L = 30 + 12L - L^2$$

1- حدد الإنتاجية الحدية لعنصر العمل.

2- حدد عدد العمال اللازم ليصل الإنتاج إلى أقصاه.

3- حدد مناطق الإنتاج الثلاث.

الحل:

1- تحديد الإنتاجية الحدية لعنصر العمل:

$$PM_L = \frac{X}{L} \Rightarrow X = PM_L \cdot L$$

$$X = 30L + 12L^2 - L^3$$

$$Pm_L = \frac{\Delta X}{\Delta L} = \frac{\partial X}{\partial L} = 30 + 24L \ 3L^2$$

2- تحديد عدد العمال اللازم ليصل الإنتاج إلى أقصاه:

$$MAX \ X \Rightarrow Pm_L = 0$$

$$Pm_L = 0 \Rightarrow 30 + 24L + 3L^2 = 0$$

بحل هذه المعادلة نجد أن: $\boldsymbol{L \approx 9}$

3/ تحديد مناطق الإنتاج الثلاث:

I. $0 \rightarrow PM_L = Pm_L$ المنطقة الاولى

$$PM_L = Pm_L \rightarrow 30 + 12L - L^2 = 30 + 24L + 3L^2 \rightarrow L=6$$

$$0 \rightarrow L = 6$$

II. $PM_L = Pm_L \rightarrow Pm_L=0$ المنطقة الثانية

$$L = 6 \rightarrow L = 9$$

III. $Pm_L = 0 \rightarrow$ ما لا نهاية. المنطقة الثالثة

$$\boldsymbol{L = 9} \rightarrow \text{ما لا نهاية}$$

تمرين 03: نعتبر دالة الإنتاج التالية:

$$X = f(K, L) = 10KL^2 - (KL)^3$$

1- إذا كان K = 1 ما هي كمية العمل التي تضمن أقصى إنتاج كلي؟

2- انطلاقا من أي قيمة يزداد الإنتاج بمعدل متناقص؟

3- حدد مناطق الإنتاج الثلاث.

الحل:

1- إيجاد كمية العمل التي تضمن أقصى إنتاج كلي:

$$K = 1 : X = 10L^2 - L^3$$

$$MAX\ X \Rightarrow \frac{\partial X}{\partial L} = 0 \Rightarrow 20L - 3L^2 = 0$$

$$L(20 - 3L) = 0$$

$$20 - 3L = 0$$

$$L = 20/3$$

2- يبدأ الإنتاج بالتزايد بمعدل متناقص انطلاقا من نقطة الانعطاف التي تقابل $MAX\ \mathrm{Pm_L}'$ أي

$$(P\acute{m}_L)' = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathrm{Pm_L}}{\partial \mathrm{L}} = 0$$

$$\Rightarrow L = 20/620 - 6L = 0$$

3- تحديد مناطق الإنتاج الثلاث:

المنطقة1 : $\boldsymbol{L = 0} \quad \Rightarrow \quad PM_L = Pm_L$

$$PM_L = Pm_L \Rightarrow 10 - L^2 = 20L + 3L^2 \quad \Rightarrow \quad L = 5$$

$$L = 0 \Rightarrow \qquad L = 5$$

المنطقة 2 : $PM_L = Pm_L \quad \Rightarrow \quad Pm_L = 0$

$$\boldsymbol{L = 5} \quad \Rightarrow \quad L = 20/6$$

المنطقة3 : $Pm_L = 0 \quad \Rightarrow$ ما لا نهاية

$$L = 20/6 \quad \Rightarrow$$ ما لا نهاية

المحور الثاني: تحليل سلوك المنتج في الفترة الطويلة

تمرين 04: إليك دالة الإنتاج:

$$X = 3K + 5L + 6KL$$

إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج: $r = 5$ ، $w = 3$

1- أكتب معادلة المسار الأمثل للتطور.

2- ما هو أمثل إنتاج إذا كانت ميزانية المؤسسة $c = 600$؟

3- إذا كان ازدياد السعر النسبي للعمل يؤدي إلى ازدياد بـ 10 %في النسبة K/L، بينما مرونة الإحلال $e_s = 9$ ما هي نسبة هذا الازدياد؟

الحل:

1- كتابة معادلة المسار الأمثل للتطور:

تستخرج دالة المسار الأمثل لتطور المؤسسة من شروط الدرجة الأولى لتعظيم الإنتاج، ويوضح كيفية تطور المؤسسة عندما أسعار عناصر الإنتاج تبقى ثابتة بينما مستوى المنتوج يتغير، حيث نكتب Kبدلالة L: $K = f(L)$

منحنى التوسع يفسر الزيادة في كميات عوامل الإنتاج المستخدمة تبعا للزيادة في الموارد المتاحة للإنتاج

نشكل دالة لاغرانج:

$$L = 3K + 5L + 6KL + \lambda(CT - rK - wL)$$
$$L = 3K + 5L + 6KL + \lambda(CT - 5K - 3L)$$

$$\begin{cases} L_L = 5 + 6K - 3\lambda = 0 \rightarrow 5 + 6K = 3\lambda \ldots.(1) \\ L_K = 3 + 6L - 5\lambda = 0 \rightarrow 3 + 6L = 5\lambda \ldots..(2) \\ L_\lambda = CT - 5K - 3L = 0 \rightarrow CT - 5K - 3L = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$5 + 6K / 3 + 6L = 3/5 \Rightarrow 25 + 30K = 9 + 18L$$
$$K = 9L - 8/15 \ldots.(4)$$

2- أمثل إنتاج إذا كانت ميزانية المؤسسة c=600:

بتعويض (4) في (3) نجد:

$$600 - 5K - 3L = 0 \Rightarrow 600 - 5(9L - 8/15) - 3L = 0$$
$$600 - 3L + \frac{8}{3} - 3L = 0 \Rightarrow 600 + \frac{8}{3} = 6L$$
$$L \approx 100.$$

بالتعويض عن قيمة L في (4) نجد:

$$K \approx 60.$$

نعوض عن K وL في دالة الإنتاج نجد:

$$X = 3\,(60) + 5\,(100) + 6\,(60)\,(100) \rightarrow X = 36680.$$

3- إيجاد نسبة الازدياد:

المطلوب إيجاد:؟ dw / w

لدينا:

$$es = \frac{\mathrm{d(K/L)/K/L}}{\mathrm{d(TMST)/TMST}} \Rightarrow$$

$$\frac{\mathrm{d(TMST)}}{\mathrm{TMST}} = \frac{\mathrm{d(K/L)\,/\,K/L}}{es}$$

ولدينا: $$TMST = \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{r}} \Rightarrow \frac{\mathrm{d(w\,/\,r)}}{\mathrm{w\,/\,r}} = \frac{\mathrm{d(K/L)\,/\,K/L}}{es}$$

$$\Rightarrow \frac{(1\,/\,\mathrm{r})\,\mathrm{dw}}{(1\,/\,\mathrm{r})\;\mathrm{w}} = \frac{\mathrm{d(K/L)\,/\,K/L}}{es}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{dw}}{\mathrm{w}} = \frac{10\,\%}{0.9} = \mathbf{11.11}\,\%$$

تمرين 05: تكتب دالة إنتاج على الشكل:

$$X = K^2 - K\,L + 2\,L^2$$

1- أوجد دوال الطلب على عناصر الإنتاج K و L.

2- أوجد أقصى إنتاج إذا كانت الميزانية c = 200، أسعار عوامل الإنتاج:

r = w = 1.

3- إذا تغير السعر r إلى 2 وحاولت المؤسسة إنتاج X = 22 أوجد أدنى تكلفة ممكنة للمؤسسة.

الحل:

1- إيجاد دوال الطلب على عناصر الإنتاج K وL:

تستخرج من شروط المرتبة الأولى لتعظيم الربح:

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = P.X - (rK + wL)$$

$$\begin{cases} \pi_{K}' = \frac{\partial \pi}{\partial K} = 0 \\ \pi_{L}' = \frac{\partial \pi}{\partial L} = 0 \end{cases}$$

$$\pi = P(K^2 - KL + 2L^2) - (rK + wL)$$

$$\pi = PK^2 - PKL + 2PL^2 - rK - wL$$

$$\begin{cases} \pi_{K}' = 2PK - PL - r = 0 \ldots..(1) \\ \pi_{L}' = -PK + 4PL - w = 0 \ldots..(2) \end{cases}$$

من (1) نجد:

$$PL = 2PK - r \Rightarrow L = \frac{2PK - r}{P} \ldots\ldots\ldots 3$$

بتعويض (3) في (2) نجد:

$$-PK + 4P(2PK - r/P) - w = 0$$

$$-PK + 8PK - 4r - w = 0$$

$$7PK - 4r - w = 0 \Rightarrow 7PK = 4r + w$$

وهي دالة الطلب على عنصر رأس المال: $\boldsymbol{K = \frac{4r + w}{7P}}$ .....**(4)**

نعوض (4) في (3) نجد: $L = \frac{2P\frac{4r + w}{7P} - r}{P}$

وهي دالة الطلب على عنصر العمل: $L = \frac{r + 2w}{7P}$

2- **إيجاد أقصى إنتاج إذا كانت الميزانية: $\mathbf{c = 200}$ ، $\mathbf{r = w = 1}$**

نشكل دالة لاغرانج:

$$L = K^2 - KL + 2L^2 + \lambda(200 - K - L)$$

$$\begin{cases} L_K = 2K - L - \lambda = 0 \rightarrow 2K - L = \lambda \ldots.(1) \\ L_L = -K + 4L - \lambda = 0 \rightarrow -K + 4L = \lambda \ldots..(2) \\ L_\lambda = 200 - K - L = 0 \rightarrow 200 - K - L = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$\frac{(2K-L)}{(-K+4L)} = 1 \Rightarrow 2K - L = -K + 4L$$

$$\Rightarrow 3K = 5L$$

$$\mathbf{K = (5/3)\,L} \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$200 - \left(\frac{5}{3}\right)L - L = 0 \quad \Rightarrow 200 = \left(\frac{5}{3}\right)L + L$$

$$\Rightarrow 200 = 8L/3$$

$$8L = 600 \quad \rightarrow \quad \mathbf{L = 75}$$

نعوض عن قيمة L في (4) نجد:

$$K = (5/3)\,75 \quad \rightarrow \quad \mathbf{K = 125}$$

نعوض عن قيمتي K وL في دالة الإنتاج نجد:

$$X = (125)^2 - (125)(75) + 2(75)^2$$

$$\rightarrow X = 17500$$

3- إيجاد أدنى تكلفة علما أن: r = 2، X_0 = 22:

نستعمل دالة لاغرانج مع عكس دالة الهدف لتصبح قيدا ودالة القيد لتصبح هدفا كما يلي:

$$L = rK + wL + \lambda(X_0 - X)$$

$$L = 2K + L + \lambda(22 - K^2 - KL + 2L^2)$$

$$\begin{cases} L_K = 2 - \lambda(2K - L) = 0 \rightarrow 2 = \lambda(2K - L) \ldots (1) \\ L_L = 1 - \lambda(-K + 4L) = 0 \rightarrow 1 = \lambda(-K + 4L) \ldots (2) \\ L_\lambda = 22 - K^2 - KL + 2L^2 = 0 \rightarrow 22 - K^2 - KL\,2L^2 = 0 \ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$2 = (2K - L)/(-K + 4L)$$
$$\Rightarrow 2K - L = -2K + 8L$$
$$4K = 9L \Rightarrow \boldsymbol{K = (9/4)\,L} \ldots (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$22 - (81/16)L^2 + (9/4)L^2 - 2L^2 = 0$$
$$(352 - 81L^2 + 36L^2 - 32L^2)/16 = 0$$
$$352 - 77L^2 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{L = 2.14}$$

نعوض عن قيمة L في (4) نجد:

$$K = (9/4)\,2.14 \Rightarrow \boldsymbol{K = 4.81}$$

نعوض عن قيمتي K وL في قيد الميزانية نجد:

$$CT = 2K + L \Rightarrow CT = 2(4.81) + 2.14 \Rightarrow$$
$$CT = 11.76.$$

تمرين 06: حدد مرونة الإنتاج لعناصر الإنتاج في الدوال التالية:

$$X_1 = 2K^{\beta} L^{\alpha} T^{\lambda}$$
$$X_2 = 2aKL - bK^2 - cL^2$$

الحل:

$$X_1 = 2K^{\beta} L^{\alpha} T^{\lambda}$$
$$e_{X1/K} = \frac{\partial X_1}{\partial K}\frac{K}{X_1} = 2\beta K^{\beta-1} L^{\alpha} T^{\lambda}\frac{K}{2K^{\beta} L^{\alpha} T^{\lambda}} = \beta$$
$$e_{X1/L} = \frac{\partial X_1}{\partial L}\frac{L}{X_1} = 2\alpha K^{\beta} L^{\alpha-1} T^{\lambda}\frac{L}{2K^{\beta} L^{\alpha} T^{\lambda}} = \alpha$$

$$e_{X1/T} = \frac{\partial X_1}{\partial T}\frac{T}{X_1} = 2\lambda K^{\beta} L^{\alpha} T^{\lambda-1}\frac{T}{2 K^{\beta} L^{\alpha} T^{\lambda}} = \lambda$$

$$X_2 = 2 a K L - b K^2 - c L^2$$

$$e_{X2/K} = \frac{\partial X_1}{\partial K}\frac{K}{X_1} = 2 a L - 2 b K\frac{K}{2 a K L - b K^2 - c L^2}$$

$$= \frac{2 a K L - 2 b K^2}{2 a K L - b K^2 - c L^2}$$

$$e_{X2/L} = \frac{\partial X_1}{\partial L}\frac{L}{X_1} = 2 a K - 2 c L\frac{L}{2 a K L - b K^2 - c L^2}$$

$$= \frac{2 a K L - 2 c L^2}{2 a K L - b K^2 - c L^2}$$

المحور الثالث: المعدل الحدي للإحلال الفني:

يعرف المعدل الحدي لإحلال التقني بأنه: عبارة عن عدد الوحدات من عنصر رأس المال K المتخلي عنها مقابل تعويضها بوحدة واحدة من عنصر العمل لكي يحافظ المنتج على نفس مستوى الإنتاج، أي البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي، ونرمز له ب TMSt

تمرين 07: نفترض دوال الإنتاج الثلاث التالية:

$$Q_1 = K^{0.2} L^{0.5}$$

$$Q_2 = 2 L^{3/4} K^{\beta}$$

$$Q_3 = 2 L^{1/2} K^{1/2}$$

1- أوجد TMST في الحالة العامة لدالة الإنتاج $Q = f(K . L)$

2- أحسب TMST للدوال Q_1 ، Q_2.

3- ما هي قيمة TMST في الدالة Q_3 عندما $Q_3 = 2$، $L = 3$؟

4- اوجد العلاقة بين TMST ومرونة عناصر الإنتاج في الدالة Q_3؟

الحل:

*** TMST:** المعدل الحدي للإحلال التقني L محل K يقيس عدد الوحدات من العامل K المتخلي عنها لاستعمال وحدات إضافية من العامل L مع عدم تغير الإنتاج أي البقاء على نفس منحنى تساوي الكميات (منحنى الإنتاج المتساوي).

إذن فهو معدل يتم بموجبه استبدال كمية معينة من المستخدم L بكمية معينة من المستخدم K بشرط أن يبقى مستوى الإنتاج ثابتا.

1- إيجاد TMST في الحالة العامة لدالة الإنتاج $Q = f(K, L)$:

$$Q = f(K, L)$$

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL$$

$$dQ = 0 \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} dK = -\frac{\partial Q}{\partial L} dL$$

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = \frac{Pm_L}{Pm_K} = TMST$$

2- حساب TMST للدوال Q_1 ، Q_2:

$$Q_1 = K^{0.2} L^{0.5}$$

$$TMST = -\frac{dK}{dL} = \frac{Pm_L}{Pm_K} = \frac{Q_1 = 0.5K^{0.2} L^{-0.5}}{Q_1 = 0.2K^{-0.8} L^{0.5}} = \frac{\mathbf{5\,K}}{\mathbf{2\,L}}$$

$$Q_2 = 2 L^{3/4} K^{\beta}$$

$$TMST = -\frac{dK}{dL} = \frac{Pm_L}{Pm_K} = \frac{{}^{6}/_{4}\, L^{-1/4} K^{\beta}}{2\beta L^{3/4} K^{\beta}} = \frac{\mathbf{3\,K}}{\mathbf{4\beta\,L}}$$

3- قيمة TMST في الدالة Q_3 عندما $Q_3 = 2$ ، $L = 3$:

$$Q_3 = 2 L^{1/2} K^{1/2}$$

$$Q3 = 2 \quad 2 = 2\,L^{\frac{1}{2}}\,K^{\frac{1}{2}}$$

$4 = 4L\,K$(بعد تربيع الطرفين)

$$K = 1 / L$$

$$TMST = -\frac{dK}{d\,L} = -\frac{-1}{L^2} = \frac{1}{L^2}$$

$$L = 3 \rightarrow TMST = 1 / 9.$$

$$TMST = \frac{PmL}{PmK} = \frac{2\frac{1}{2}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}}{\frac{1}{2}K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}} = \frac{K}{L}$$

$$e_{Q3/K} = \frac{\partial X_1}{\partial K}\frac{K}{X_1} = 2\frac{1}{2}K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}\ \frac{K}{2\,L^{1/2}\ K^{1/2}} = 0.5$$

$$e_{Q3/L} = \frac{\partial X_1}{\partial L}\frac{L}{X_1} = 2\frac{1}{2}K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}\frac{L}{2\,L^{1/2}\ K^{1/2}} = 0.5$$

$$\frac{e_{Q3/L}}{e_{Q3/K}} = \frac{0.5}{0.5} = 1$$

$$\frac{e_{Q3/L}}{e_{Q3/K}} = \frac{\frac{\partial Q_3}{\partial L}\frac{L}{Q_3}}{\frac{\partial Q_3}{\partial K}\frac{K}{Q_3}} = \frac{PmL}{PmK}\frac{L}{K} = TST.\frac{L}{K} = \frac{K}{L}\frac{L}{K} = 1$$

المحور الرابع: غلة الحجم (مردودية السلم):

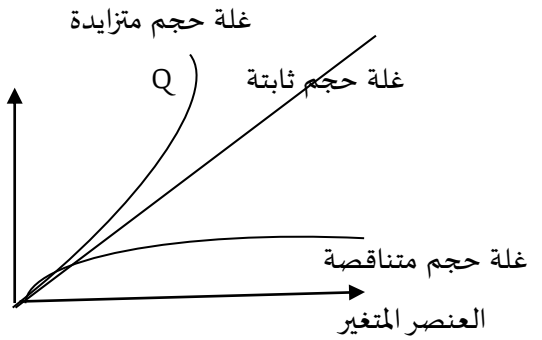
تعبر غلة الحجم عن مدى استجابة الإنتاج للتغيرات المتتالية لعناصر الإنتاج، ويعرف قانون غلة الحجم بأنه استجابة الناتج للزيادة في عناصر الإنتاج ، ونميز ثلاث حالات:

1- **غلة حجم متزايدة:** إذا كان معدل زيادة عناصر الإنتاج أصغر من معدل زيادة الإنتاج فهذا يدل على غلة حجم متزايدة. (الإنتاجية الحدية P_m متزايدة).

2- **غلة حجم متناقصة:** إذا كان معدل زيادة عناصر الإنتاج أكبر من معدل زيادة الإنتاج فهذا يدل على غلة حجم متزايدة. (الإنتاجية الحدية P_m متناقصة).

3- **غلة حجم ثابتة:** إذا كان معدل زيادة عناصر الإنتاج يساوي معدل زيادة الإنتاج فهذا يدل على غلة حجم ثابتة. (الإنتاجية الحدية P_m ثابتة).

ويمكن التوضيح من خلال الشكل (25) التالي:



تمرين 08:

إن إنتاج السلعة Q يتم باستخدام عنصري الإنتاج K و L. ودالة الإنتاج التي تربط بين حجم الإنتاج وكميات عناصر الإنتاج ممثلة بالعلاقة التالية:

$$Q = b\, L^{\alpha}\, K^{\beta}$$

المطلوب:

1- ماذا يمكن أن تعلق على غلة الحجم لهذه الدالة عندما:

$$\alpha + \beta = 1 \, . \, \alpha + \beta < 1 \, . \, \alpha + \beta > 1.$$

2- ما هي قيمة زيادة إنتاج السلعة Q إذا كانت $\alpha + \beta = 2$، والكمية المضروبة في كل عنصر من عناصر الإنتاج تساوي 2.

3- أحسب قيمة كل من المعاملين α و β علما أن:

- مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال تساوي 0.5.

- دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الثانية.

الحل:

1- التعليق على غلة الحجم لهذه الدالة:

$$Q = b \, L^{\alpha} \, K^{\beta}$$

$$Q^* = f(tK, tL) = b \, (tL)^{\alpha} \, (tK)^{\beta} = b \, t^{\alpha} \, L^{\alpha} \, t^{\beta} \, K^{\beta}$$

$$= t\alpha + \beta \, b \, L^{\alpha} \, K^{\beta}$$

$$\Rightarrow Q^* = t^{\alpha + \beta} \, . \, Q$$

$\alpha + \beta = 1$: غلة حجم ثابتة

$\alpha + \beta < 1$: غلة حجم متناقصة

$\alpha + \beta > 1$: غلة حجم متزايدة

2- قيمة زيادة إنتاج السلعة Q:

$$t = 2 \, , \alpha + \beta = 2$$

لدينا:

$$Q^* = 2^2 \, . \, Q \Rightarrow Q^* = 4 \, . \, Q \Rightarrow Q^* = t^{\alpha + \beta} \, . \, Q$$

الإنتاج يتضاعف 4 مرات.

3- حساب α و β:

$$e_{Q/K} = 0.5$$

$$e_{Q/K} = \frac{\partial Q}{\partial K}\frac{K}{Q} = 0.5$$

$$e_{Q/K} = \beta b L^{\alpha} K^{\beta-1}\frac{K}{b L^{\alpha} K^{\beta}} = \beta$$

$$\beta = 0.5$$

بما أن دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الثانية إذن:

$$Q^{*} = t^{2} Q$$

$$t^{\alpha+\beta}.Q = t^{2} Q \Rightarrow \alpha + \beta = 2 \Rightarrow \alpha = 2 - \beta \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha = 1.5}$$

ملاحظة:

في هذا النوع من دوال الإنتاج (Cobb Douglas) مرونة الإحلال لعنصر الإنتاج هي الأس المرفوع له عنصر الإنتاج الموافق له.

تمرين 09: لنفترض المعطيات التالية:

$$Q = K^{0.5} L^{\beta}$$

$$Q = L = K = Q_0$$

(وذلك في نقطة من الإنتاج)

1- أحسب قيمة β وفسر معناه.

2- ما هي نسبة الازدياد النسبي للإنتاج عندما لا يتغير K و تزيد الكمية L بـ 10 %؟

الحل:

1- **حساب قيمة $\boldsymbol{\beta}$ وتفسير معناه:**

$$Q = L = K = Q_0 \Rightarrow Q_0 = Q_0^{0.5} Q_0^{\beta} \Rightarrow Q_0 = Q_0^{0.5+\beta}$$

$$1 = 0.5 + \beta \Rightarrow \boldsymbol{\beta = 0.5}$$

β: مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال.

الدالة تصبح من الشكل: $Q = K^{0.5} L^{0.5}$

2- نسبة الازدياد النسبي للإنتاج:

المطلوب هو إيجاد: dQ/Q

لدينا: $dL/L = 10\ \%$

$$e_{Q/L} = \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{L}{Q} = 0.5K^{0.5}L^{-0.5}\frac{L}{K^{0.5} L^{0.5}} = 0.5$$

لدينا:

$$e_{\frac{Q}{L}} = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dL}{L}} \Rightarrow \frac{dQ}{Q} = e_{\frac{Q}{L}} . \frac{dL}{L} = 0.5 . 10\ \%$$

$$\Rightarrow \quad dQ/Q = 5\ \%.$$

تمرين 10: إليك دالتي الإنتاج:

$$Q_1 = b\, L^{\alpha} K^{\beta}$$

$$Q2 = a K + b L$$

أثبت أن: $e_{s1} = 1$

$e_{s2} = 0$

الحل:

$$Q_1 = b\, L^{\alpha} K^{\beta}$$

$$e_{s1} = \frac{d(K/L) / K/L}{d(TMST) / TMST} = \frac{d(K/L)}{d(TMST)}\frac{TMST}{K/L}$$

$$TMST = -\frac{d K}{d L} = \frac{QL}{QK} = \frac{\alpha b\, L^{\alpha-1} K^{\beta}}{\beta b\, L^{\alpha} K^{\beta-1}} = \frac{\alpha K}{\beta L}$$

$$e_{s1} = \frac{d(K/L))}{d(\alpha K/\beta L))}\frac{\alpha K/\beta L)}{K/L)}$$

$$= \frac{d(K/L))}{(\alpha/\beta)\, d(K/L))}\frac{(\alpha/\beta)(K/L)}{K/L)} = 1$$

$$Q2 = a K + b L$$

$$e_{s2} = \frac{d(K/L)\,/\,K/L}{d(TMST)\,/\,TMST} = \frac{d(K/L)}{d(TMST)}\frac{TMST}{K/L}$$

$$TMST = -\frac{d K}{d L} = \frac{QL}{QK} = \frac{b}{a}$$

$$e_{s2} == \frac{d(K/L))}{d(\alpha K/\beta L))}\frac{b/a)}{K/L)} = 0$$

تمرين 11: يتم إنتاج السلعة Q باستخدام عنصري الإنتاج K وL بالعلاقة الدالية التالية

$$Q = 4\,L^{1/2}\,K^{1/2}$$

ومعادلة التكلفة الكلية تأخذ الصيغة: $CT = 9\,L + 4\,K$

1- ما هي كميات عنصري الإنتاج التي يجب أن يستخدمها المنتج الرشيد من أجل الحصول على Q = 120 (حجم الإنتاج) ؟

2- بعد أن قام المنتج بحساب الكميات الواجب استخدامها من عنصري الإنتاج: العمل ورأس المال من أجل الحصول على إنتاج قدره Q = 120 تبين أن إمكانياته لا تسمح بتغطية تكاليف عناصر الإنتاج فهو لا يملك سوى المبلغ CT = 324.

اعتبارا لهذا القيد فما هي الكميات المثلى من عنصري الإنتاج K وL الواجب استخدامها؟ وما هو حجم الإنتاج المقابل لهذه الكميات؟

الحل:

1- البحث عن أدنى تكلفة لإنتاج Q=120:

البرنامج يكتب على الصيغة:

$$\begin{cases} Min: CT = 9L + 4K \\ 120 = 4L^{1/2}K^{1/2} \end{cases}$$

نشكل دالة لاغرانج مع عكس دالة الهدف لتصبح قيدا ودالة القيد لتصبح هدفا:

$$L = rK + wL + \lambda(Q_0 - Q)$$

$$L = 4K + 9L + \lambda(120 - 4L^{1/2}K^{1/2})$$

$$\begin{cases} L_L = 9 - \lambda(2L^{-1/2}K^{1/2}) = 0 \\ L_K = 4 - \lambda(2L^{1/2}K^{-1/2}) = 0 \rightarrow \\ L_\lambda = 120 - 4L^{1/2}K^{1/2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9 = \lambda(2L^{-1/2}K^{1/2}) \ldots.(1) \\ 4 = \lambda(2L^{1/2}K^{-1/2}) \ldots..(2) \\ 120 - 4L^{1/2}K^{1/2} = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$9/4 = K/L \Rightarrow K = (9/4)L \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$120 - 4L^{1/2}(9/4)\mathrm{L})^{1/2} = 0$$

$$\Rightarrow 120 - 4L^{1/2}(3/2)\mathrm{L}^{1/2} = 0$$

$$120 - 6L = 0 \Rightarrow L = \frac{120}{6} = 20$$

نعوض عن قيمة L في (4) نجد:

$$K = (9/4)(20) \Rightarrow K = 45$$

نعوض عن قيمتي K وL في CT نجد:

$$CT = 9L + 4K \Rightarrow CT = 9(20) + 4(45)$$
$$\Rightarrow CT = 360.$$

2- إيجاد الكميات المثلى من K وL وحجم الإنتاج الأمثل:

إذا كانت ميزانية المؤسسة هي CT = 324

$$Max\ Q = 4\,L^{1/2}\,K^{1/2}$$
$$324 = 9\,L + 4\,K$$

نشكل دالة لاغرانج:

$$L = 4\,L^{1/2}\,K^{1/2} + \lambda\,(324 - 9L - 4\,K)$$

$$\begin{cases} L_L = 2L^{-1/2}\,K^{1/2} - 9\,\lambda = 0 \rightarrow 2L^{-1/2}\,K^{1/2} = 9\,\lambda \ldots.(1) \\ L_K = 2L^{1/2}\,K^{-1/2} - 4\,\lambda = 0 \rightarrow 2L^{1/2}\,K^{-1/2} = 4\,\lambda \ldots..(2) \\ L_\lambda = 324 - 9L - 4\,K = 0 \rightarrow 324 - 9L - 4\,K = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$K / L = 9 / 4 \Rightarrow K = (9/4)\,L \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$324 - 9L - 4\left[\left(\frac{9}{4}\right)L\right] = 0 \Rightarrow 324 - 9L - 9L = 0$$
$$\Rightarrow 324 = 18\,L \rightarrow L = 18$$

نعوض عن قيمة L في (4) نجد:

$$K = \left(\frac{9}{4}\right)(18) \rightarrow K = 40.5$$

نعوض عن قيمتي K وL في Q نجد:

$$Q = 4\,L^{1/2}\,K^{1/2} \Rightarrow Q = 4\,(18)^{1/2}\,(40.5)^{1/2}$$
$$\Rightarrow Q = 108.$$

الفصل السادس:

نظرية التكاليف

المحور الاول: تكاليف الانتاج في المدى القصير:

تنقسم التكاليف إلى ثابتة وأخرى متغيرة حيث تتضمن التكاليف الثابتة بشكل رئيسي المباني والتجهيزات وتستمر المؤسسة في تحملها حتى لو كان إنتاجها معدوما، أما التكاليف المتغيرة فهي تلك التي تتغير بتغير حجم الإنتاج وتتضمن الأجور، نفقات الحصول على المواد الأولية، الضرائب على الإنتاج....

$$CT = r\,K + w\,L$$
$$CT = CFT + CVT$$

حيث: CT التكلفة الكلية، CFT: التكلفة الثابتة الكلية، CVT: التكلفة المتغيرة الكلية.

- تكاليف ثابتة (CF) وهي تلك التكاليف التي لا تتغير عندما يتغير الانتاج ويجب دفعها سواء تم الانتاج أم لم يتم (ايجار، فائدة... إلخ)، في حين أن التكاليف المتغيرة(CV) تكون مرتبطة بالإنتاج (مواد أولية، أجور...إلخ) ومجموع التكلفتين يعطي التكلفة الكلية (CT) أي $CT = CFT + CVT$
- تكاليف رأس المال (rK) أو تكاليف العمل (wL) وبنفس المجموع في المعادلة السابقة.
- تكاليف مباشرة أو غير مباشرة.
- تكاليف كلية (CT) أو متوسطة (CTM) والتي تعبر عن قسمة التكاليف الكلية على الانتاج وتتجزء بدورها إلى تكلفة متوسطة ثابتة (CFM) وتكلفة متوسطة متغيرة (CVM)حيث $CTM = {}^{CT}/_{X} = {}^{CVT}/_{X} + CFT/X = CVM + CFM$

$$CTM = CFM + CVM$$

أما التكلفة الحدية (Cm) فهي تعبر عن تغير التكلفة الكلية (مشتقة الدالة) عند تغير الانتاج حيث:

$$Cm = (CT)' = (CVT)' = \frac{\Delta CT}{\Delta X} = \frac{\partial\, CT}{\partial\, X}$$

تعبر Cm عن التكلفة الحدية والتي تمثل الزيادة في التكلفة الكلية الناتجة عن إنتاج وحدة إضافية من المنتوج.

هناك نوعان من التكاليف: تكاليف المدى الطويل (CT_L) وتكاليف المدى القصير (CT).

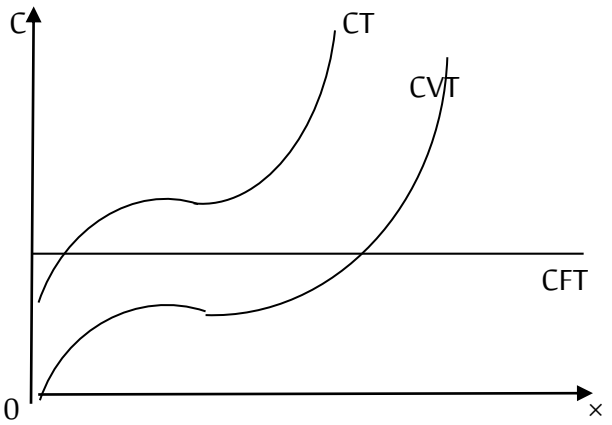
التكاليف في المدى القصير:

في المدى القصير يكون عنصر رأس المال ($K=K_0$) وعليه تكون دالة الانتاج في علاقة بين المخرجات في شكل وحدات منتجة من السلع والخدمات X مدونة في دالة الانتاج $X=f(L)$، تمثل حينئذ الدالة العكسية $L=f(X)$ كميات العمال اللازمة لإنتاج مستوى معين من X وعند ضربها في السعر الوحدوي للعمل، w تصبح دالة التكلفة الكلية:

$$CT(X) = f(X) = w.L(X) = wL$$

حيث هذه الدالة متزايدة ($CT' > 0$) تدل على علاقة طردية بين الانتاج وتكلفته هي كذلك محدبة الشكل ($CT'' > 0$) تدل على أن التكلفة تتزايد وتيرتها كلما زاد الانتاج بسبب تناقص الانتاجية الحدية لعنصر العمل L

الشكل (26)



المصدر: Henri-Louis Védie « Macroéconomie; En 24 fiches ». Dunod, Paris: 2011; P42

يظهر لنا من خلال البيان الفرق بين CT وCVT يساوي CFT وكلا المنحنيين لهما نفس الميل.

- يجب التمييز بين مفهوم التكلفة في المدى القصير(CT) والتكلفة في المدى الطويل (CT_L)حيث في المدى القصير يكون عنصر رأس المال ثابتا(dK=0) أما في المدى الطويل فتوجد إمكانية تغير كل عناصر الإنتاج.

أن تكلفة المدى الطويل لإنتاج منتوج ما تكون دائما أقل من تكلفة المدى القصير لإنتاج نفس المستوى

العلاقات بين التكاليف والانتاجيات.

اذا كانت دالة الانتاج: $X = f(K, L)$

والتكلفة الثابتة والمتغيرة على التوالي: $CFT = r\,K_0$ و $CVT = wL$

حيث $CT = rk0 + wL$

تكون التكاليف المتوسطة الثابتة والمتغيرة:

$$CFM = CFT/X = r\,(K0/X) = r\,(1/PMK) = r/PMK$$
$$CVM = CVT/X = w\,(L/X) = w(1/PML) = w/PML$$

ومن ثم التكلفة الكلية: $CT = CFM + CVT = r/PMK + w/PML$

أي علاقة عكسية بين الانتاجيات والتكاليف، ونفسها بين الانتاجية الحدية والتكلفة الحدية حيث:

$$Cm = dCT/dX = d(CFT + CVT)/dX$$
$$= dCFT/dX + dCVT/dX = dwL/dX$$
$$= wdL/dX$$
$$Cm = w / PmL$$

أي كلما زادت الانتاجية تنخفض التكلفة

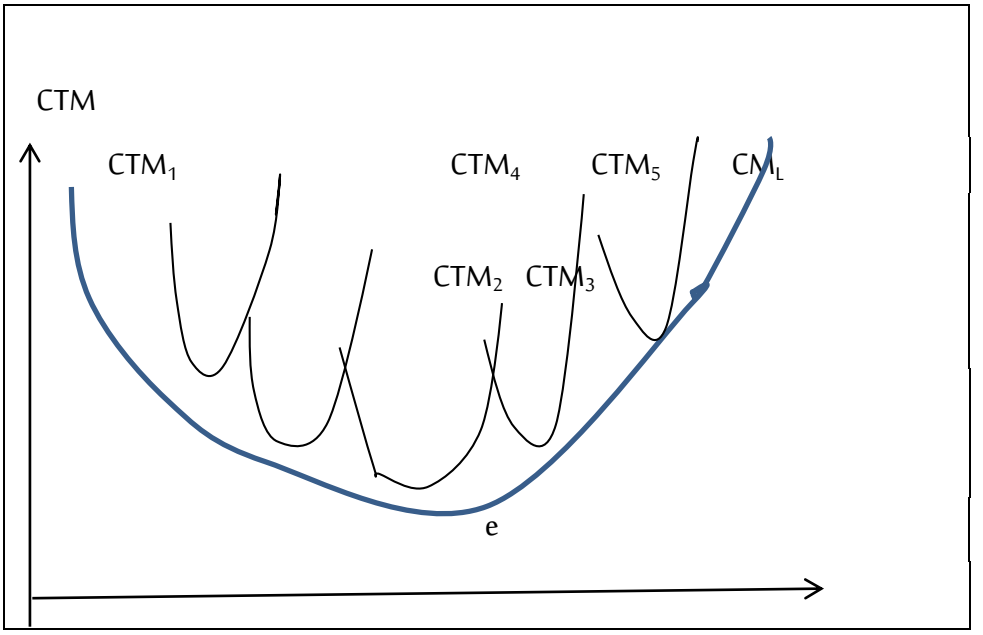
المحور الثاني: التكاليف في المدى الطويل:

في الفترة الطويلة تكون كل عناصر الانتاج قابلة للتغيير بفعل أن آفاق التخطيط على المدى الطويل تجعل أن التكلفة الثابتة سابقا تصبح متغيرة بما له علاقة مباشرة بالطاقة الانتاجية للمؤسسة.

في هذا الإطار سيختار المقاول العقلاني الحجم الامثل الأمثل المرتبط بمستوى الانتاج المخطط، وعند تجميع كل الآجال القصيرة في منحنى موحد ذات المدى الطويل، يصبح متوسط التكلفة في المدى الطويل عبارة عن غلاف ($Courbe\ enveloppe\ CM_{L)}$) تحوي منحنيات التكلفة قصيرة المدى ($CTM_1 ; CTM_2 .... CTM_N$)

إن المنتج في المدى القصير لا يستطيع تغيير طاقته الانتاجية كون أن تكلفة انتاج وحدة واحدة في المدى القصير تكون أكبر من تكلفة انتاجها في المدى الطويل.

يبين الشكل (27) التالي أن منحنى التكلفة المتوسطة طويلة المدى CM_L هو حصيلة (أي نقاط التماس) أدنى التكاليف في المديات القصيرة ($Min\ CTM_i$).



المصدر: Henri-Louis Védie « Macroéconomie; En 24 fiches ». Dunod, Paris: 2011; P42

إذا كانت كل نقاط التماس تمثل نقاط مثلى في الآجال القصيرة، يكون اختيار الحجم المناسب للإنتاج من طرف المنتج مرتبط بالطلب وكذلك بالنسبة لوجود اقتصاديات الحجم بمعنى اختيار المنحنى ذات التكلفة الأدنى CTM_3 في النقطة e في الرسم السابق. تتمثل اقتصاديات الحجم مثلا في كفاءة وتخصص العمالة ومردودية الآلات ودور الاعلام الآلي أو مصادر رخيصة للمواد الأولية، وعكسها عند سوء التسيير مثلا بحيث يسار النقطة e تشتغل المؤسسة دون قدراتها وتتجاوزها يمين هذه النقطة المثلى.

المحور الثالث: الايرادات والربح:

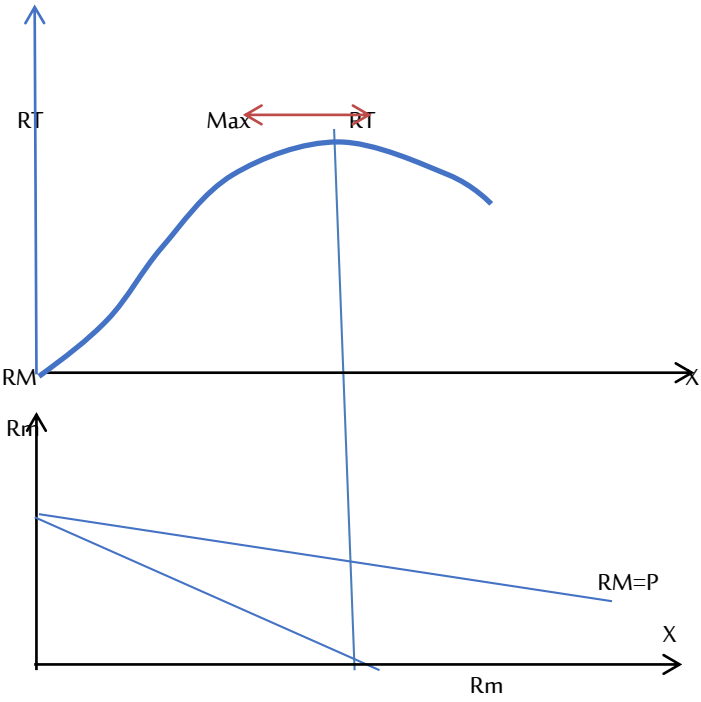
اولا: الايراد:

يشكل الايراد RT مجموع ما يقبضه نتيجة قيامه ببيع منتجاته في السوق وهو بمثابة رقم الأعمال وهو حصيلة الكميات X مضروبة في أسعارها p أي: $RT = p\,X$

نستنتج منه الايراد المتوسط RM والايراد الحدي Rm حيث :

$RM = RT/X = PX/X = P$ وهو عبارة عن نصيب الوحدة المباعة من الايراد الكلي، أي حاصل قسمة الايراد الكلي على عدد الوحدات المباعة في حين أن الايراد الحدي هو عبارة عن مقدار التغير في الايراد الكلي نتيجة لتغير الكمية المباعة بوحدة واحدة بمعنى هو مشتق دالة الايراد الكلي بالنسبة للكمية المنتجة. يحسب كالتالي: $Rm = \Delta RT/\Delta X$

تقوم بين هذه الايرادات علاقات محددة تتغير وفقا لوجود المنافسة التامة حيث يتساوى الايرادين الحدي والمتوسط، عندما يكون الطلب ذات مرونة غير متناهية، أو المنافسة الناقصة حيث يكون الايراد الحدي أقل من الايراد المتوسط كما يظهر في البيانات التالية: الشكل (28)



المصدر: عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، مرجع سابق، ص 85.

ثانيا: تعظيم الربح:

يمثل الربح الفرق بين الايراد الكلي والتكلفة الكلية أي :

$$\pi (X) = RT(X) - CT(X)$$

ويصل الربح إلى مستواه الأعظم عندما تساوي المشتقة الأولى الصفر حيث:

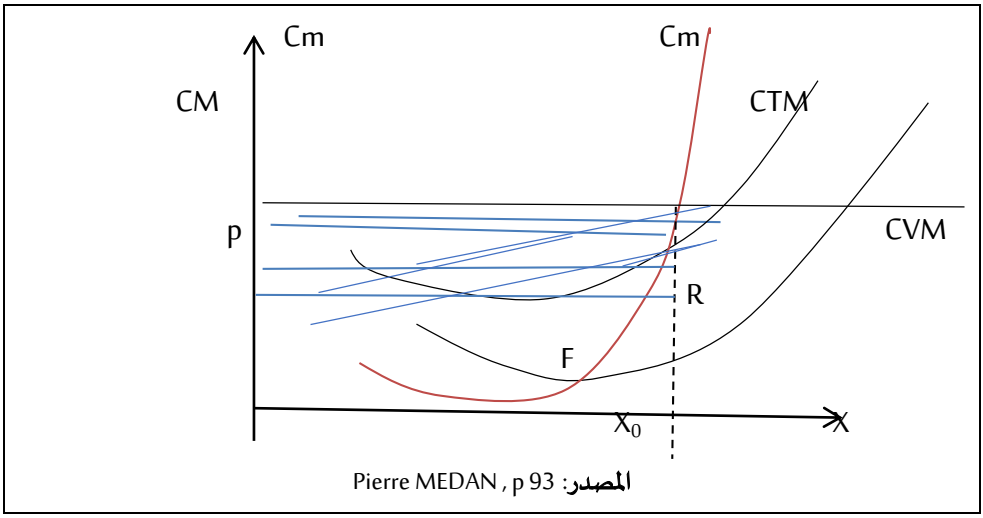
$$\frac{d\pi}{dX} = 0 \rightarrow \frac{dRT}{dx} - \frac{dCT}{dX} = 0 \rightarrow p.X - Cm = 0$$

أي تساوي السعر مع التكلفة الحدية .

بتوفر شرط الدرجة الثانية لتعظيم الربح وهو مشتقة ثانية سالبة أي $\frac{d^2\pi}{dx} < 0$

أي : $\frac{dCm}{dX} > 0$ وهو تواجد الكمية المنتجة المثلى X_0 في الجزء التصاعدي من التكلفة الحدية كما يظهر في الرسم البياني التالي:

الشكل (29)



المصدر: Pierre MEDAN , p 93

<u>ملاحظة 1</u>: يتحدد حد المردودية في النقطة R وحد الاغلاق F.

<u>ملاحظة 2</u>: يتحدد حسابيا وهندسيا حجم الربح الأعظم في المستطيل المخطط في الرسم السابق.

تمرين 01:

إذا كانت دالة التكاليف الكلية للإنتاج هي: $CT = Q^3 - 6\,Q^2 + 15Q + 2$

1- عين التكلفة الكلية الثابتة.

2- عين التكلفة الثابتة المتوسطة.

3- عين التكلفة الكلية المتوسطة.

4- عين التكلفة الكلية المتغيرة.

5- عين التكلفة المتغيرة المتوسطة.

6- عين التكلفة الحدية.

الحل:

1- التكلفة الكلية الثابتة هي: $CFT = 2$

2- التكلفة الثابتة المتوسطة هي: $CFM = 2/Q$

3- التكلفة الكلية المتوسطة هي: $CTM = \frac{CT}{Q} = Q^2 - 6Q + 15 + 2/Q$

4- التكلفة الكلية المتغيرة هي: $CVT = Q^3 - 6Q^2 + 15Q$

5- التكلفة المتغيرة المتوسطة هي: $CVM = Q^2 - 6Q + 15$

6- التكلفة الحدية هي: $Cm = (CT)' = 3Q^2 - 12Q + 15$

تمرين 02: ليكن مصنع دالة إنتاجه من نوع (Cobb Douglas) كما يلي

$$Q(K, L) = 2L^{1/2}K^{1/2}$$

1- أكتب دالة التكلفة الكلية في المدى القصير.

2- استخرج التكلفة المتوسطة في المدى القصير علما أن: $w = 8$ ، $r = 2$.

3- أوجد النقطة الدنيا للتكلفة المتوسطة.

4- استخرج كلا من CT، CM، Cm لما $K = 10$.

5- استخرج دالة التكلفة في المدى الطويل بطريقتين

الحل:

1- كتابة دالة التكلفة الكلية في المدى القصير:

في المدى القصير يكون عنصر رأس المال ثابتا

$K = K_0 = cst$ (ثابت)

$$X = 2\,L^{1/2}\,K_0{}^{1/2}$$

نربع الطرفين:

$$X^2 = 4\,K_0\,L \Rightarrow L = X^2 / 4\,K_0$$

نعوض عن L في CT:

$$CT = r\,K + w\,L \Rightarrow CT = r\,K_0 + w\,(X^2 / 4\,K_0)$$

$$\boldsymbol{CT = r\,K_0 + (w / 4\,K_0)\,X^2}$$

2- استخراج التكلفة المتوسطة في المدى القصير علما أن: r = 2 ، w = 8:

$$CM = \frac{CT}{x} = \frac{\boldsymbol{r}\,K_0}{x} + \frac{w}{\boldsymbol{4}\,K_0}\,x = \frac{\boldsymbol{2}\,K_0}{x} + \frac{8}{\boldsymbol{4}\,K_0}\,x$$

$$CM = \frac{\boldsymbol{2}\,K_0^2 + 2x^2}{xK_0}$$

3- إيجاد النقطة الدنيا للتكلفة المتوسطة:

$$Min\ CM \Rightarrow (CM) = 0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d\ CM}}{\mathrm{d}\,x} = 0$$

$$\frac{-\boldsymbol{2}\,K_0}{x^2} + \frac{2}{K_0} = 0 \Rightarrow -\boldsymbol{2}\,K_0^2 - 2x^2 = 0$$

$$\Rightarrow K_0 = x$$

4- استخراج كل من CT، CM، Cm لما K = 10:

$$\boldsymbol{CT = r\,K_0 + \left(\frac{w}{4\,K_0}\right)x^2}$$

$$Q = K_0$$

$$CT = 2(10) + (8/4.10)(10)^2 \Rightarrow \quad CT = 40$$

$$CM = \frac{\mathbf{2}\,K_0^2 + 2x^2}{xK_0} = \frac{2(10)^2 + 2(10)^2}{(10)(10)} \Rightarrow \mathrm{CM} = 4$$

$$Cm = (CT)' = \frac{\partial \mathrm{CT}}{\partial x} = 2\left(\frac{\boldsymbol{w}}{\mathbf{4}\,K_0}\right)x = \frac{2(8)}{4(10)}10 = 4$$

5- **استخراج دالة التكلفة في المدى الطويل بطريقتين:** في المدى الطويل راس المال متغير

طريقة اولى/نشتق دالة التكلفة المدى القصير بالنسبة ل(K) ($\frac{\mathrm{d}\,CT}{\mathrm{dK}} = 0$) (في المدى الطويلk متغير)

$$\frac{\mathrm{d}\,CT}{\mathbf{dK}} = 0 \rightarrow -4\frac{W}{16k^2}x^2 + r = 0 \rightarrow k = \frac{1}{2}\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}}x$$

$$CT_L = r\left[\frac{1}{2}\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}}x\right] + \left(\frac{\boldsymbol{w}}{\mathbf{4}\,\frac{1}{2}\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}}x}\right)x^2$$

$$= \frac{1}{2}r^{\frac{1}{2}}w^{\frac{1}{2}}X + \frac{1}{2}r^{\frac{1}{2}}w^{\frac{1}{2}}X$$

$$CT_L = (rw)^{\frac{1}{2}}X$$

طريقة ثانية/ للوصول إلى ذلك نستعمل المعطيات التالية:

دالة الإنتاج .....(1)

دالة التكلفة بدلالة أسعار عوامل الإنتاج .....(2)

دالة المسار الأمثل للتطور .....(3)

نقوم بإيجاد دالة المسار الأمثل للتطور:

$$\frac{PmL}{PmK}=\frac{w}{r}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}L^{\frac{-1}{2}}K^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{-1}{2}}}\Longrightarrow\frac{K}{L}=\frac{W}{r}\Rightarrow K=(w/r)\,L$$

وهي دالة المسار الأمثل للتطور والتي يمكن الحصول عليها أيضا باستعمال دالة لاغرانج.

لدينا:

$$\begin{cases}X=2\,L^{1/2}\,k^{1/2}\ldots\ldots(1)\\CT=r\,K+w\,L\ldots.(2)\\K=(w/r)\,L\ldots.(3)\end{cases}$$

نعوض (3) في (1) نجد:

$$X=2\,L^{1/2}\,k^{1/2}\Rightarrow X=L^{\frac{1}{2}}\,[(w/r)L]^{\frac{1}{2}}\Rightarrow X=2\,\frac{w}{r}L$$

$$\rightarrow L=\frac{1}{2}(\frac{r}{w})^{\frac{1}{2}}X\rightarrow K=\frac{1}{2}(\frac{w}{r})^{\frac{1}{2}}X\ldots\ldots.(4)$$

نعوض (4) في (2) نجد:

$$CT_L=r\,K+w\,L\Rightarrow CT=r\left[\frac{1}{2}\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}}X\right]+w\,\frac{1}{2}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}}X$$

$$\Rightarrow CT=(rw)^{\frac{1}{2}}X$$

2- إيجاد غلة الحجم:

$$X^*=f(t\,L\,,t\,K)=2(t\,L)^{\frac{1}{2}}\,(t\,K)^{\frac{1}{2}}=2t^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}\,t^{\frac{1}{2}}\,K^{\frac{1}{2}}$$

$$=t^1 2\,L^{1/2}\,K^{1/2}$$

$$X^*=t^{1/2}.X$$

نلاحظ أن درجة التجانس =(1) الواحد الصحيح وبالتالي غلة الحجم ثابتة

او باعتبار $\boldsymbol{CT=\alpha X}$ فان مرونة التكلفة $\frac{\mathrm{d}\,CT}{\mathrm{d}X}\frac{X}{CT}=1$)

أي التزايد النسبي للإنتاج= التزايد النسبي للتكلفة مما يدل على غلة حجم (مردودية السلم) ثابتة

تمرين 03: اعتبر دالة الإنتاج التالية:$(L > 1)$ ، $X = (L-1)^{1/4} K^{1/4}$

1- حدد معادلة منحنى تساوي الكميات إذا كان $X = 1$، أرسم المنحنى.

2- ما هي التكلفة الأدنى لإنتاج $X = 1$ إذا كان: $r = 1 \, ، \, w = 1.$

$$r = 2 \, ، \, w = 3.$$

3- قدم تفسيرا اقتصاديا للنتائج السابقة.

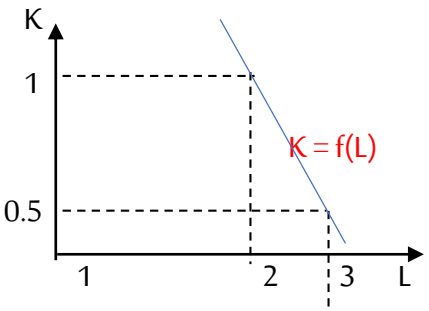
الحل:

1- تحديد معادلة منحنى تساوي الكميات إذا كان $X = 1$:

$$X = 1 = (L-1)^{1/4} K^{1/4}$$

برفع الطرفين إلى الأس 4 نجد: $1 = (L-1)K \rightarrow K = 1/(L-1)$

رسم المنحنى تساوي الكميات:



2- أ) إيجاد التكلفة الأدنى لإنتاج $X = 1$ إذا كان: $r = 1$ ، $w = 1$:

$$L = rK + wL + \lambda(X0 - X)$$
$$L = rK + wL + \lambda[1 - (L-1)^{1/4} K^{1/4}]$$

$$\begin{cases} L_L = w - \lambda\, 1/4(L-1)^{-3/4}\, K^{1/4} = 0 \rightarrow w = \lambda\, 1/4(L-1)^{-3/4}\, K^{1/4} \ldots (1) \\ L_K = r - \lambda\, 1/4(L-1)^{1/4}\, K^{-3/4} = 0 \rightarrow r = \lambda\, 1/4(L-1)^{1/4}\, K^{-3/4} \ldots (2) \\ L_\lambda = 1 - (L-1)^{1/4}\, K^{1/4} = 0 \rightarrow 1 - (L-1)^{1/4}\, K^{1/4} = 0 \ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$w / r = K / (L-1) = 1 \Rightarrow K = (L-1) \ldots (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$1 - (L-1)^{1/4}\, K^{1/4} = 0 \Rightarrow 1 = K^{1/2} \Rightarrow K = 1$$

نعوض عن قيمة K في (4) نجد: $L = K + 1 \Rightarrow \mathbf{L = 2}$

نعوض عن قيمتي K وL في CT نجد:

$$CT = L + K \Rightarrow CT = 2 + 1 \Rightarrow \mathbf{CT = 3.}$$

ب) إيجاد التكلفة الأدنى لإنتاج X = 1 إذا كان: r = 2 ، w = 3:

لدينا:

$$w / r = K / (L-1) = 3/2 \Rightarrow \mathbf{K = 3/2\,(L-1)} \ldots (4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$1 = (L-1)^{1/4}\, [3/2\,(L-1)]^{1/4} \Rightarrow 1 = (L-1)^{1/2}\, (3/2)^{1/4}$$

بتربيع الطرفين:

$$1 = (L-1)\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow (L-1) = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow L = (2/3)^{1/2} + 1 \Rightarrow L = 1.81$$

نعوض عن قيمة L في (4) نجد: $K = 3/2\,(1.81 - 1) \Rightarrow K = 1.22$

نعوض عن قيمتي K وL في CT نجد:

$$CT = 3L + 2K \Rightarrow CT = 3(1.81) + 2(1.22) \Rightarrow$$
$$\mathbf{CT = 7.87.}$$

التفسير: بين الحالتين (أ) و (ب) هناك ارتفاع في السعر النسبي لعناصر الإنتاج (w/r) وبذلك يفضل المنتج العقلاني تعويض كميات من L بكميات من K أي توجد مرونة إحلال.

تمرين 04: يكتب منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير لمؤسسة ما على الشكل:

$$CT = f(X) = X^3 - 3X^2 + 4X$$

أوجد مستوى الربح الأعظم إذا كان سعر السوق يساوي 8.

الحل:

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = P.X - (X^3 - 3X^2 + 4X) = 8X - X^3 + 3X^2 - 4X$$
$$= -X^3 - 3X^2 + 4X$$

$$\acute{\pi} = \frac{d\pi}{dX} = 0 \rightarrow -3X^2 + 6X + 4 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4(-3)(4) = 84$$

$$X = \frac{-6 - 9.16}{-6} \Rightarrow \mathbf{X \approx 2.52}$$

$$\pi = 8(2.52) - (2.52)^3 + 3(2.52)^2 - 4(2.52)$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{\pi \approx 13.13.}$$

تمرين05: يتم إنتاج السلعة Q باستخدام عنصري الإنتاج K وL والعلاقة الدالية K، Q، L هي: $Q = 2L^{1/2}K^{1/2}$

ومعادلة التكلفة الكلية تأخذ الصيغة: $CT = 9L + 4K$

1- اوجد دالة التكلفة في المدى القصير؟

2- اوجد دالة التكلفة في المدى الطويل؟

3- اوجد غلة الحجم مع التفسير مثلها بيانيا

4- ما هي كميات عنصري الإنتاج التي يجب أن يستخدمها المنتج الرشيد من أجل الحصول على Q = 100 (حجم الإنتاج) ؟

5- بعد أن قام المنتج بحساب الكميات الواجب استخدامها من عنصري الإنتاج: العمل ورأس المال من أجل الحصول على إنتاج قدره Q = 100 تبين أن إمكانياته لا تسمح بتغطية تكاليف عناصر الإنتاج فهو لا يملك سوى المبلغ $CT = 504$.ماهي وضعية التوازن.

الحل:

1- كتابة دالة التكلفة الكلية في المدى القصير:

في المدى القصير يكون عنصر رأس المال ثابتا.

$$\begin{cases} K = K_0 = cst \text{ (ثابت)} \\ X = 2\,L^{1/2}\,K_0{}^{1/2} \end{cases}$$

نربع الطرفين: $\Rightarrow L = X^2 / 4\,K_0 \quad X^2 = 4\,K_0\,L$

نعوض عن L في CT:

$$CT = 4\,K + 9\,L \Rightarrow CT = 4\,K_0 + 9\,(X^2 / 4\,K_0)$$

$$\boldsymbol{CT = 4\,K_0 + (9 / 4\,K_0)\,X^2}$$

2- استخراج دالة التكلفة في المدى الطويل بطريقتين: في المدى الطويل راس المال متغير طريقة اولى/نشتق دالة التكلفة المدى القصير بالنسبة ل(K) ونساوي=0 (في المدى الطويلk متغير)

$$\frac{\mathrm{d}\,CT}{\mathrm{d}\mathbf{K}} = 0 \rightarrow -4\frac{9}{16k^2}x^2 + 4 = 0 \rightarrow k = \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}} x$$

$$= \frac{3}{4} \times$$

$$CT_L = 4\left[\frac{3}{4}\ x\right] + \left(\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}\ \frac{3}{4}\ x}\right)x^2 = 3X + 3X = 6X$$

دالة التكلفة في المدى الطويل $CT_L = 6X$

طريقة ثانية/ للوصول إلى ذلك نستعمل المعطيات التالية:

دالة الإنتاج .....(1)

دالة التكلفة بدلالة أسعار عوامل الإنتاج .....(2)

دالة المسار الأمثل للتطور .....(3)

نقوم بإيجاد دالة المسار الأمثل للتطور:

$$\frac{\mathrm{PmL}}{\mathrm{PmK}} = \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{r}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\mathrm{L}^{\frac{-1}{2}}\mathrm{K}^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\ \mathrm{L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{K}^{\frac{-1}{2}}} = \Rightarrow \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{L}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{r}}\ \Rightarrow \mathbf{K}\ =\ \mathbf{(w/r)\ L}$$

وهي دالة المسار الأمثل للتطور والتي يمكن الحصول عليها أيضا باستعمال دالة لاغرانج.

لدينا:

$$\begin{cases} X\ =\ 2\ L^{1/2}\ k^{1/2}\ \ldots\ldots(1) \\ CT\ =4\ K\ +9\ L\ \ldots.(2) \\ K\ =\ (9/4)\ L\ \ldots.(3) \end{cases}$$

نعوض (3) في (1) نجد:

$$X\ =\ 2\ L^{\frac{1}{2}}\ k^{\frac{1}{2}}\ \Rightarrow\ X = 2L^{\frac{1}{2}}\ \left[\left(\frac{9}{4}\right)L\right]^{\frac{1}{2}}\ \Rightarrow X = 2\ \frac{3}{2}L \rightarrow$$

$$L = \frac{1}{3} \times \rightarrow K = \frac{1}{3}\frac{9}{4}X = \frac{3}{4} \times \ldots\ldots.(4)$$

نعوض (4) في (2) نجد:

$$CT_L = 4\,K + 9\,L \Rightarrow CT = 4\,\frac{3}{4}X + 9\,\frac{1}{3}X \Rightarrow \boldsymbol{CT = 6X}$$

دالة التكلفة في المدى الطويل $CT_L = 6X$

3- إيجاد غلة الحجم:

$$X^* = f(\,t\,L\,,t\,K\,) = 2(t\,L)^{\frac{1}{2}}\,(t\,K)^{\frac{1}{2}} = 2t^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}\,t^{\frac{1}{2}}\,K^{\frac{1}{2}}$$
$$= t^1 2\,L^{1/2}\,K^{1/2}$$
$$X^* = t\,.X$$

نلاحظ أن درجة التجانس = الواحد الصحيح وبالتالي غلة الحجم ثابتة

او باعتبار $\boldsymbol{CT = \alpha X}$ فان مرونة التكلفة ($\frac{\mathrm{d}\,CT}{\mathrm{dX}}\frac{X}{CT} = 1$) أي التزايد النسبي للإنتاج= التزايد النسبي للتكلفة مما يدل على غلة حجم (مردودية السلم) ثابتة

4- البحث عن أدنى تكلفة لإنتاج Q=100:

البرنامج يكتب على الصيغة:

$$\begin{cases} Min: CT = 9\,L + 4\,K \ldots\ldots..(1) \\ 100 = 2\,L^{1/2}\,K^{1/2} \ldots\ldots\ldots\ldots..(2) \end{cases}$$

$$\frac{\mathrm{PmL}}{\mathrm{PmK}} = \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{r}} \Rightarrow \frac{\mathrm{L}^{\frac{-1}{2}}\mathrm{K}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{K}^{\frac{-1}{2}}} \Longrightarrow \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{L}} = \frac{9}{4} \Rightarrow$$

$$\mathbf{K} = \left(\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}\right)\mathbf{L} \ldots\ldots\ldots..(\mathbf{3})$$

نعوض (3) في (2) نجد:

$$100 = 2\,L^{1/2}\,(9\,/\,4\,)\,\mathrm{L})^{1/2} \Rightarrow 100 = 2\,L^{1/2}\,(3\,/\,2\,)\,\mathrm{L}^{1/2}$$
$$100 - 3\,L = 0 \Rightarrow \boldsymbol{L = 100\,/\,3}$$

نعوض عن قيمة L في (3) نجد: $K = (9\,/\,4)\,(100\,/\,3) \Rightarrow \boldsymbol{K = 75}$

نعوض عن قيمتي K وL في (1) نجد:

$$CT = 9L + 4K \Rightarrow CT = 9\left(\frac{100}{3}\right) + 4(75)$$

$$\Rightarrow \text{CT} = 600.$$

5- إيجاد الكميات المثلى من K وL وحجم الإنتاج الأمثل:

اذا كانت ميزانية المؤسسة هي $CT = 504$

البرنامج:

$$\begin{cases} Max\ Q = 2L^{1/2}K^{1/2} \\ 504 = 9L + 4K \end{cases}$$

نشكل دالة لاغرانج:

$$L = 2\,2L^{1/2}K^{1/2} + \lambda(504 - 9L - 4K)$$

$$\begin{cases} L_L = L^{-1/2}K^{1/2} - 9\lambda = 0 \rightarrow L^{-1/2}K^{1/2} = 9\lambda \ldots.(1) \\ L_K = L^{1/2}K^{-1/2} - 4\lambda = 0 \rightarrow L^{1/2}K^{-1/2} = 4\lambda \ldots..(2) \\ L_\lambda = 504 - 9L - 4K = 0 \rightarrow 504 - 9L - 4K = 0 \ldots..(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا إلى طرف نجد:

$$K / L = 9/4 \Rightarrow \boldsymbol{K = (9/4)\,L} \ldots.(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$504 - 9L - 4\left[\left(\frac{9}{4}\right)L\right] = 0 \Rightarrow 504 - 9L - 9L = 0$$

$$\Rightarrow 504 = 18L \Rightarrow L = 28$$

نعوض عن قيمة L في (4) نجد: $K = (9/4)(28) \rightarrow K = 63$

نعوض عن قيمتي K وL في Q نجد:

$$Q = 2L^{1/2}K^{1/2} \Rightarrow Q = 2(28)^{1/2}(63)^{1/2} \Rightarrow Q = 84.$$

تمرين 06: لتكن لدينا دوال التكلفة في المدى القصير على الشكل التالي:

$$CT=0,04x^3 - 0,9x^2 + (11 - K)x + 5K^2$$

1- اوجد دالة التكلفة الكلية والمتوسطة في المدى الطويل؟

2- إذا كان سعر السوق يساوي 4 ما هو حجم الإنتاج الأمثل والحجم الأمثل للمصنع؟

تمرين07: اليك المعطيات التالية

X	CT	CVM	Cm	CFT	CTM	CVT	CFM
0							
1			5				
2					30		
3		13					
4	105						10
5						110	
6			50				

01- أكمل الجدول مع كتابة كل المعادلات اللازمة؟

02- ماهي الكمية والربح في التوازن إذا حددت السعر بـ 45؟ وضح التوازن بيانيا؟

الفصل السابع:

تحليل سلوك المنتج في السوق المنافسة التامة

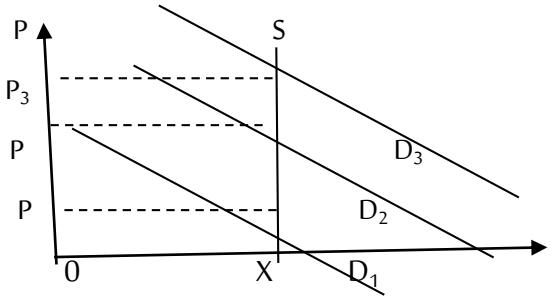
بعد أن تناولنا بالدراسة كل من نظرية سلوك المستهلك الذي يفترض أنه رشيد حيث يقتني بدخله المحدود كميات من السلع التي تمكنه من تعظيم منفعته والمنتج الذي يقوم بإنتاج وبيع هذه الكميات من السلع تحت قيد التكاليف التي يتحملها لتحقيق أقصى ربح ممكن سنحاول التعرف على الكيفية التي تتحدد وفقها الأسعار في الأسواق التي يتم فيها التقاء كل من العرض والطلب.

يختلف تحديد السعر حسب النموذج السائد في السوق علما أن النموذج ينطلق من فرضيات تساعد على فهم الواقع وهو يبنى للتحليل أو التنبؤ، حيث توجد عدة فرضيات أو معايير حيث كل واحدة منها تؤدي إلى بناء نموذج معين بميزاته الخاصة، وفي هذا الإطار تقدم النظرية الاقتصادية النيوكلاسيكية الأسواق التالية: المنافسة التامة، الاحتكار، المنافسة الاحتكارية، واحتكار القلة.

المحور الاول: المنافسة التامة والكاملة وخصائصها:

يقوم هذا النموذج على الفرضيات التالية:

1. الأسعار معطاة للبائعين والمشترين.
2. تجانس السلع.
3. حرية الدخول والخروج لكل الموارد.
4. شفافية السوق (المعلومات متوفرة: السعر، التكاليف، الأجور.....)

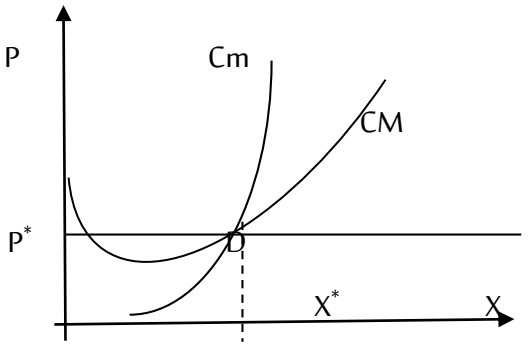


فترة التسويق تعبر عن مدى جد قصير حيث الكمية الموجهة للبيع ثابتة ويحدد سعر التوازن من طرف الطلب فقط بينما تحدد كمية التوازن من طرف العرض فقط.

المحور الثاني: التوازن في المدى القصير:

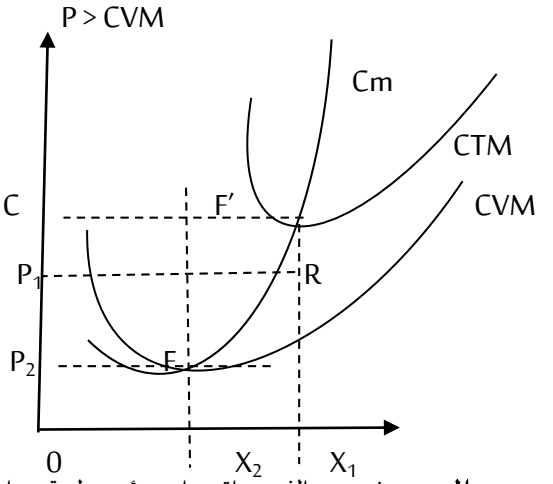
المستوى الأعظم للربح يناسب تساوي السعر والتكلفة الحدية.

الشكل (30)



الإستراتيجية الأساسية التي تقود المؤسسة في إنتاج وعرض منتوجاتها ممثلة في المقارنة بين الدخل الكلي والتكلفة الكلية المتغيرة الشكل (31)

RT > CVT



المصدر: رشيد بن الذيب، اقتصاد جزئي، نظرية وتمارين، مرجع سابقن ص 221.

- السعر P_1 يقابل الكمية X_1 وتتحصل المؤسسة على دخل كلي RT حيث:

$RT = 0\ P_1R\ X_1$

و تكلفة كلية CT حيث: $CT = 0\ P_1R\ X_1$.

$$\pi = RT - CT = 0$$

- السعر P_2 يقابل الكمية X_2 وتتحصل المؤسسة على دخل كلي RT حيث:

$RT = 0\ P_2\ F\ X_2$

و تكلفة كلية CT حيث: $CT = 0CF\ X_2$.

$$\pi = RT - CT = 0\ P2\ F\ X2 - 0C\ \acute{F}\ X2 = P2\ C\ \acute{F}\ F$$

- إذا كان السعر أكبر من P_1 : ربح.
- إذا كان السعر أقل من P_2 : خسارة.

النقطة R: حد المردودية ، وذلك عند السعر P_1 .

النقطة F: حد الإغلاق وهي تقع عند أدنى تكلفة متغيرة متوسطة (Min CVM) وعند السعر P_2 .

تمرين 01:

في سوق السلعة X تكون كل من دالة الطلب ودالة العرض على النحو التالي:

$P = - X + 84.5$ (منحنى الطلب الإجمالي)

$P = 0.65\ X - 31$ (منحنى العرض الإجمالي)

المطلوب:

1- أحسب سعر وكمية توازن سوق السلعة X.

2- متوسط التكاليف تبعا للكمية المنتجة بالنسبة للمؤسسة التي تنتج السلعة X معطى في الجدول التالي:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CM	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75

أحسب الكمية X التي تحقق من خلالها المؤسسة أقصى ربح ممكن وأحسب قيمة هذا الربح.

3- إذا تغيرت دالة الطلب الإجمالي وأخذت الصيغة التالية: $P = -X + 101$

أحسب سعر التوازن في المدى القصير جدا، والربح المقابل بالنسبة للمؤسسة.

4- أحسب سعر توازن السوق بعد التعديل والكمية الإجمالية المتبادلة فيه، عرض المؤسسة، ربحها.

5- قدم تمثيلا بيانيا لمختلف وضعيات توازن كل من السوق والمؤسسة في الأسئلة السابقة.

الحل:

1- حساب سعر وكمية توازن سوق السلعة X:

العرض يساوي الطلب

$$-X + 84.5 = 0.65X - 31 \Rightarrow 1.65X = 115.5$$
$$\Rightarrow X = 70$$

بالتعويض عن قيمة X في إحدى المعادلتين نجد:

$$P = -X + 84.5 \Rightarrow P = -70 + 84.5 \Rightarrow P = 14.5$$

2- حساب الكمية X التي تحقق من خلالها المؤسسة أقصى ربح ممكن وحساب قيمته:

شرط التوازن في المنافسة المثلى: $P = Cm$

نقوم بحساب التكاليف الحدية الموافقة لكل قيمة من X والنتائج موضحة في الجدول:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CM	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75

CT = CM. X	0	10	14	16.5	20	27.5	42	63	94
Cm = ΔCT/ΔX	-	10	4	2.5	3.5	7.5	14.5	21	31

P = Cm = 14.5

يتحقق الشرط عند الكمية المعروضة من طرف المؤسسة: X = 6

$$\pi = RT - CT = PX - CT = 14.5(6) - 42 = 87 - 42$$
$$\pi = 45.$$

3- حساب سعر التوازن في المدى القصير جدا، والربح المقابل بالنسبة للمؤسسة:

المدى القصير جدا أي فترة التسويق حيث الكمية المنتجة لا تتغير:

$$P = -70 + 101 \Rightarrow P = 31.$$

بالنسبة للمؤسسة نلاحظ من الجدول أن السعر P = 31 يقابل الكمية: X = 8

$$\pi = RT - CT = PX - CT = 31(8) - 94 = 248 - 94$$
$$\pi = 154.$$

4- حساب السعر، الكمية، عرض المؤسسة وربحها بعد تعديل دالة الطلب:

$$-X + 101 = 0.65X - 31 \Rightarrow 1.65X = 132$$
$$\Rightarrow X = 80$$

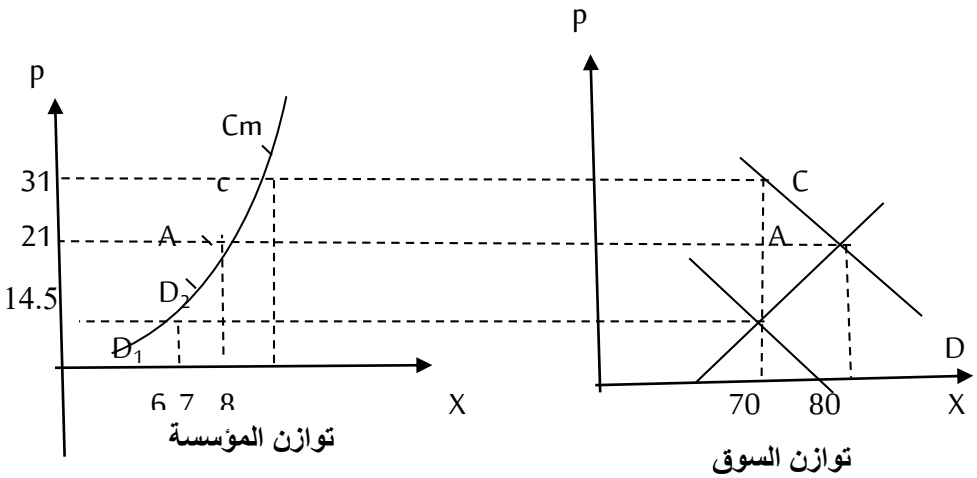
بالتعويض عن قيمة X في إحدى المعادلتين نجد:

$$P = -X + 101 \Rightarrow P = -80 + 101 \Rightarrow P = 21$$
$$P = Cm = 21$$

يتحقق الشرط عند الكمية المعروضة من طرف المؤسسة: X = 7

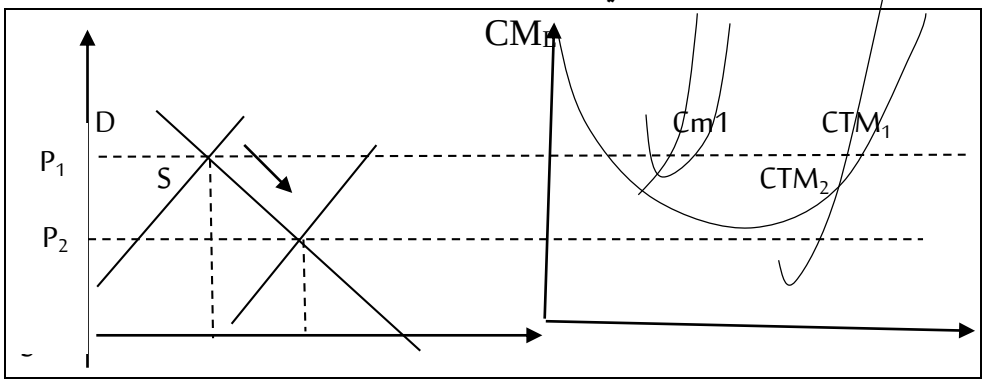
$$\pi = RT - CT = PX - CT = 21(7) - 63 = 147 - 63$$
$$\pi = 84.$$

5- التمثيل البياني المزدوج في الشكل (32)



المحور الثالث: التوازن في المدى الطويل

في المدى الطويل تكون المؤسسات في توازن عندما تنتج في النقطة الأدنى من منحنى التكلفة المتوسطة (CM_L)، كما في الشكل (33)



شرط التوازن في المدى الطويل:

$$Cm = CmL = CML = CTM = P$$

تمرين 02:

نعتبر على التوالي دالتي طلب وعرض في سوق تسوده المنافسة المثلى كما يلي:

$$XD = -P + 15740$$
$$XS = P + 14400$$

1) ما هو سعر وكمية التوازن في السوق.

2) إذا كانت دالة التكلفة الكلية لإحدى الشركات مبينة في الجدول التالي:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CT	500	900	1200	1440	1680	1950	2340	3010	4080

ما هي الكمية التي ستنتجها المؤسسة وما هو ربحها؟

3) إذا كانت كل الشركات من حجم متماثل فما هو العدد الضروري من المؤسسات لتلبية طلب السوق؟

4) على المدى الطويل تدخل مؤسسات أخرى في السوق فما هو المستوى الذي لا يمكن لسعر السوق الانخفاض عنه؟

من أجل تحقيق هذا السعر ما هو التوازن لكل مؤسسة؟

5) عند ثبات الطلب عين عدد المؤسسات الجديدة.

الحل:

1- سعر وكمية التوازن في السوق:

$$XD = XS \Rightarrow -P + 15740 = P + 14400 \Rightarrow 2P = 1340$$
$$\Rightarrow P = 670$$

بالتعويض عن قيمة P في إحدى المعادلتين نجد:

$$X = -P + 15740 \Rightarrow X = -670 + 15740 \Rightarrow X = 15070$$

2- إيجاد الكمية التي ستنتجها المؤسسة وربحها:

شرط التوازن في المنافسة المثلى: P = Cm

$$P = Cm = 670$$

نقوم بحساب التكاليف الحدية الموافقة لكل قيمة من X والنتائج موضحة في الجدول:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CT	500	900	1200	1440	1680	1950	2340	3010	4080
Cm =ΔCT/ΔX	-	400	300	240	240	270	390	670	1070
CTM=CT/X	-	900	600	480	420	390	390	430	510

يتحقق الشرط عند الكمية المعروضة من طرف المؤسسة: X=7

$$\pi = RT - CT = PX - CT = 670(7) - 3010$$
$$= 4690 - 3010 \Rightarrow \pi = 1680.$$

3- عدد المؤسسات لتلبية طلب السوق:

$$n = \frac{XD}{Xi} = \frac{\text{طلب السوق}}{\text{الكمية المنتجة}} = 15070/7 \approx \mathbf{2153}\ (\text{مؤسسة})$$

المستوى الذي لا يمكن لسعر السوق الإنخفاض عنه:

هو السعر الذي يمثل عتبة المردودية بالنسبة للمؤسسة والذي يوافق:

$$P = \text{Min CTM} = Cm$$

من الجدول نلاحظ أن أدنى تكلفة متوسطة هي 390 والتي توافق الكميتين 5، 6 إلا أن التكلفتين المتوسطة والحدية تكونان متساويتان عند الكمية X=6 والتي توافق:

$$P = 390$$

4- تعيين عدد المؤسسات الجديدة عند ثبات الطلب:

$$n = \frac{XD}{Xi} = \frac{\text{طلب السوق}}{\text{الكمية المنتجة}} = -390 + 15740/6$$

$$\approx \mathbf{2558}\ (\text{مؤسسة})$$

عدد المؤسسات الجديدة:

$$2558 - 2153 = \mathbf{405} \text{ مؤسسة}$$

تمرين 03:

في ظل سوق منافسة مثلى نعتبر عددا من المؤسسات (n) ينتجون سلعة متجانسة ويواجهون نفس التكاليف.

دالة الطلب على هذه السلعة معرفة كما يلي: $Qd\,(P) = 4900 - 60\,P$

التكلفة الكلية على المدى الطويل معرفة كما يلي:

$$CTL\,(q) = 1/20\,q^3 - q^2 + 20q$$

1) حدد العدد الأمثل لهذه المؤسسات (n) ، هل هو فعلا سوق منافسة مثلى ؟

2) حدد بالنسبة المئوية معدل زيادة العدد الأمثل للمؤسسات عند الأخذ في الحسبان أن السلطات العمومية تدفع إعانة قدرها β دج لكل وحدة منتجة.

3) استخلص عدد المؤسسات إذا علمت أن β = 2دج.

الحل:

1- تحديد العدد الأمثل للمؤسسات:

$$Qd\,(P) = 4900 - 60\,P$$

$$CTL\,(q) = 1/20\,q^3 - q^2 + 20q$$

العدد الأمثل لهذه المؤسسات: $\mathbf{n = XDi/Xi}$

$$P = Min\ CML$$

$$CML = CT\,/\,q = 1/20\,q^2 - q + 20$$

$$Min\ CML \Rightarrow (CML)' = 0 \Rightarrow \frac{d\,CML}{dq} = 0 \Rightarrow \frac{2}{20}q - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 1/10\,q = 1 \Rightarrow \mathbf{q = 10}$$

$$P = \text{Min CML} = \frac{1}{20}(10)^2 - 10 + 20 \Rightarrow \mathbf{P = 15}$$

$$Qd\ (P) = 4900 - 60\ (15) \Rightarrow \mathbf{Qd = 4000}$$

$$n = 4000 / 10 \Rightarrow \mathbf{n = 400}\ (\text{مؤسسة})$$

نعم هو فعلا سوق منافسة مثلى لأن عدد المؤسسات كبير مع تجانس السلعة.

2- تحديد بالنسبة المئوية معدل زيادة العدد الأمثل للمؤسسات مع إعانة قدرها β دج:

$$Qd\ (P) = 4900 - 60\ (P - \beta) = 4900 - 60P + 60\beta$$
$$= 4900 - 60(15) + 60\beta$$
$$= 4000 + 60\beta$$

$$n = \frac{XDi}{Xi} = \frac{4000 + 60\beta}{10} \Rightarrow n = 400 + 6\beta$$

معدل الزيادة بالنسبة المئوية:

$$\frac{n2 - n1}{n1} = \frac{400 + 6\beta - 400}{400} = \frac{6\beta}{400} = 0.015\ \beta$$
$$= 1.5\beta\ \%$$

استخلاص عدد المؤسسات إذا كان β = 2دج:

$$n = 400 + 6\beta \Rightarrow \mathbf{n = 412}(\text{مؤسسة})$$

المحور الرابع: استقرار السوق:

تمرين 04:

تقدر دوال الطلب والعرض في سوق منافسة مثلى كما يلي:

$$XD = -2P + 86$$
$$XS = 4P - 10$$

1) هل السوق مستقر حسب مارشال؟

2) حدد سعر وكمية التوازن.

3) ما هو الثقل الضريبي على المستهلك بعد فرض ضريبة تساوي 1 دج لكل وحدة مباعة.

الحل:

يكون السوق مستقرا حسب مارشال (Marshall) إذا كان سعر الطلب الفائض سالبا، حيث يعرف سعر الطلب الفائض كالفرق بين السعر المرضي للمشترين والسعر المرضي للبائعين لكمية معينة من السلعة.

$$F(X) = D^{-1}(X) - S^{-1}(X)$$
$$D^{-1}(X) = Pd = -\frac{1}{2}X + 43$$
$$S^{-1}(X) = PS = \frac{1}{4}X + 5/2$$
$$F(X) = -\frac{1}{2}X + 43 - \frac{1}{4}X - 5/2$$
$$= -\frac{3}{4}X + 85/2$$
$$\frac{dF(X)}{dX} = -3/4 < 0$$

إذن: السوق مستقر حسب مارشال.

2- تحديد سعر وكمية التوازن:

$$XD = XS \Rightarrow -2P + 86 = 4P - 10 \Rightarrow 6P = 96$$
$$\Rightarrow \mathbf{P = 16}$$

بالتعويض عن قيمة P في إحدى المعادلتين نجد:

$$X = 4P - 10 \Rightarrow X = 4(16) - 10 \Rightarrow \mathbf{X = 54}$$

3- الثقل الضريبي على المستهلك: $t = 1\ DA$

$$XS = 4P - 10$$

بعد فرض الضريبة: $XS = 4(P - 1) - 10 = 4P - 14$

سعر التوازن الجديد: $4P - 14 = -2P + 86 \Rightarrow P^* = 16.66$

الثقل الضريبي: $\Delta = P^* - P = 16.66 - 16 = 0.66.$

قاعدة:

- الثقل الضريبي على المستهلك = سعر التوازن بعد الضريبة – سعر التوازن قبلها.
- الثقل الضريبي على المؤسسة = الضريبة – الثقل الضريبي على المستهلك.
- مدخول الحكومة من الضريبة = كمية التوازن بعد الضريبة * الضريبة.

تمرين 05:

تنشط مؤسسة في إطار المنافسة المثلى وتواجه دالة تكلفة كلية من الشكل:

$$CT = 1.5X^2 + 2X + 1$$

1)أوجد دالة العرض بالنسبة للمؤسسة.

2)أوجد دالة العرض للفرع إذا كانت 60 مؤسسة تنشط في السوق.

3)أوجد سعر وكمية التوازن في المدى القصير إذا قدرت دالة الطلب بـ:

$X_D = -10P + 50$

4) نفرض أنه فرضت ضريبة خاصة $t = 2$ تدفع على كل وحدة مباعة:

- أوجد دالة عرض المؤسسة.
- أوجد دالة عرض السوق وسعر وكمية التوازن إذا بقيت دالة الطلب ثابتة.

5) ما هو الثقل الضريبي على الفرد، وعلى المؤسسة، ومدخول الحكومة منه؟

الحل:

1- إيجاد دالة عرض المؤسسة:

تكتب دالة عرض المؤسسة باستعمال الشرط: P = Cm:

$$\begin{cases} Si = S(P) : P \geq Min\ CVM \\ Si = 0 : P < Min\ CVM \end{cases}$$

$$Cm = (C\acute{T}) = d\frac{CT}{d\,X} = 3X + 2$$

$$P = 3X + 2 \Rightarrow X = 1/3\,P - 2/3$$

$$CVM = 1.5\,X + 2$$

$$Min\ CVM \Rightarrow (CVM) = 0 \Rightarrow \frac{dCVM}{dX} = 0$$

$$CVM = Cm \Rightarrow 1.5\,X + 2 = 3X + 2 \Rightarrow X = 0$$

$$Min\ CVM = 2$$

دالة العرض:

$$\begin{cases} Si = 1/3\,P - 2/3 : P \geq 2 \\ Si = 0 \quad\quad\quad : P < 2 \end{cases}$$

2 إيجاد دالة عرض الفرع: -

$$\begin{cases} Si = 60\,(1/3\,P - 2/3) : P \geq 2 \\ Si = 0 \quad\quad\quad\quad\quad : P < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Si = 20\,P - 40 : P \geq 2 \\ Si = 0 \quad\quad\quad : P < 2 \end{cases}$$

3- إيجاد سعر وكمية التوازن:

$$XD = XS \Rightarrow -10P + 50 = 20P - 40 \Rightarrow 30\,P = 90$$

$$\Rightarrow \mathbf{P = 3}$$

بالتعويض عن قيمة P في إحدى المعادلتين نجد:

$$X = 20P - 40 \Rightarrow X = 20(3) - 40 \Rightarrow \mathbf{X = 20}$$

4- إيجاد دالة عرض المؤسسة، السوق، ونقطة التوازن بعد الضريبة: t = 2

$$CT = 1.5\,X^2 + 2X + 1 + 2\,X \Rightarrow$$
$$CT = 1.5\,X^2 + 4X + 1$$

دالة عرض المؤسسة:

$$P = Cm$$
$$Cm = (C\acute{T}) = \frac{dCT}{d\,X} = 3X + 4$$
$$P = 3X + 4 \Rightarrow X = 1/3\,P - 4/3$$
$$CVM = 1.5\,X + 4$$
$$CVM = Cm \Rightarrow 1.5\,X + 4 = 3X + 4 \Rightarrow X = 0$$
$$\text{Min } CVM = 4$$
$$\begin{cases} Si = 1/3\,P - 4/3 : P \geq 4 \\ Si = 0 \quad\quad\quad : P < 4 \end{cases}$$

دالة عرض السوق:

$$\begin{cases} Si = 60\,(1/3\,P - 4/3) : P \geq 4 \\ Si = 0 \quad\quad\quad\quad\quad : P < 4 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} Si = 20\,P - 80 : P \geq 4 \\ Si = 0 \quad\quad\quad : P < 4 \end{cases}$$

سعر وكمية التوازن:

$$XD = XS \Rightarrow -10P + 50 = 20P - 80 \Rightarrow$$
$$30\,P = 130$$
$$\Rightarrow P^* = 4.33$$

بالتعويض عن قيمة P^* في إحدى المعادلتين نجد:

$$X = 20P - 40 \Rightarrow X = 20(4.33) - 80 \Rightarrow X = 6.7$$

5- الثقل الضريبي على الفرد، المؤسسة، ومدخول الحكومة منه:

الثقل الضريبي على الفرد:

$$\Delta = P^* - P = 4.33 - 3 = 1.33.$$

الثقل الضريبي على المؤسسة:

$$2 - 1.33 = 0.67.$$

مدخول الحكومة منه:.$6.7(2) = 13.4$

تمرين 06:

تقدم دالة التكلفة لمؤسسة في سوق منافسة مثلى كما يلي:

$$CT = 20 + 30X - 6X^2 + 1/3\,X^3$$

إذا كان سعر السوق P = 32:

1) ما هو مستوى الإنتاج الأمثل؟
2) ما هو مستوى الربح؟
3) ما هو حد الإغلاق؟
4) ماذا يحدث إذا انخفض سعر السوق إلى 2.90.

الحل:

1- إيجاد مستوى الإنتاج الأمثل:

شرط التوازن: P = Cm

$$Cm = 30 - 12X + X^2$$

$$P = Cm \Rightarrow 32 = 30 - 12X + X^2 \Rightarrow X^2 - 12X - 2 = 0$$

$$\Delta = 144 - 4(1)(-2) = 152$$

$$X = 12.16$$

2- إيجاد مستوى الربح:

$$\pi = RT - CT = PX - CT$$

$$= 32(12.16) - 20 - 30\,(12.16)\,6\,(12.16)^2 + \frac{1}{3}(12.16)^3$$

$$\pi = 292.16.$$

3- إيجاد حد الإغلاق

$$P = \text{Min CVM}$$

$$CVM = 30 - 6X + 1/3\,X^2$$

$$\text{Min CVM} \Rightarrow (CVM) = 0 \Rightarrow \frac{dCVM}{dX} = 0 \Rightarrow$$

$$-6 + 2/3\,X = 0 \qquad \Rightarrow \mathbf{X = 9}$$

$$\text{Min CVM} = 30 - 6(9) + 1/3\,(9)^2 \Rightarrow \text{Min CVM} = 3$$

ومنه حد الإغلاق هو **P = 3**

4- انخفاض السعر إلى 2.90:

إذا انخفض السعر إلى 2.90 تغلق المؤسسة أبوابها لأنه أقل من حد الإغلاق.

تمرين 07:

تنتج مؤسستان السلعة X في سوق يتميز بالمنافسة المثلى، إذا قدرت دالة التكلفة لكل منهما كما يلي:

$$CT1 = 0.04X_1^3 - 0.8X_1^2 + 10X_1$$

$$CT2 = 0.04X_2^3 - 0.8X_2^3 + 20X_2$$

أحسب دالة العرض لكل من المؤسستين.

إذا كان P = 4.5 أوجد مستوى العرض الكلي.

الحل:

$$CT1 = 0.04X_1^3 - 0.8X_1^2 + 10X_1$$

$$P = Cm$$

$$0.12X_1^2 - 1.6X_1 + 10 = P \Rightarrow$$

$$0.12X_1^2 - 1.6X_1 + 10 - P = 0$$

$$\Delta = 2.56 - 4.8 + 0.48\,P = 0.48\,P - 2.24$$

$$X = 1.6 + (0.48P - 2.24)^{1/2} / 0.24$$

$$CVM = 0.04X_1^2 - 0.8X_1 + 10$$

$$\text{Min CVM} \Rightarrow (\acute{CVM}) = 0 \Rightarrow \frac{dCVM}{Xd} = 0 \Rightarrow 0.08X1 - 0.8 = 0$$

$$\Rightarrow X_1 = 10$$

$$\text{Min CVM} = 6$$

$1.6 + (0.48P - 2.24)^{1/2}$

$$\begin{cases} Si = \frac{1.6+(0.48P-2.24)^{1/2}}{0.24} & : P \geq 6 \\ Si = 0 & : P < 6 \end{cases}$$

المؤسسة الثانية بنفس الطريقة نجد:

$$\begin{cases} Si = \frac{1.6+(0.48P-7.07)^{1/2}}{0.24} & : P \geq 16 \\ Si = 0 & : P < 16 \end{cases}$$

إذا كان: $P = 4.5$: $S1 + S2 = 0$

لأن هذا السعر أقل من الأسعار التي لا يمكن للمؤسستين الانخفاض عنهما و هما حدي الإغلاق لكل منهما $P = 6$ ، $P = 16$ على الترتيب.

الفصل الثامن:

تحليل سلوك المنتج في حالة سوق الاحتكار التام

تؤكد النظرية الاقتصادية التقليدية أن مفهوم الاحتكار يتمركز أساسا حوله فكرة وجود منتج أو عارض أو بائع واحد في السوق ينفرد بالعملية التبادلية والانتاجية دون منافسة عكس ما يحدث في نظام المنافسة التامة حيث يكون عددهم بكثرة. في الوقع فإن هيكل السوق أكثر تنوعا وتعقيدا من زاوية عدد المتعاملين وكذلك أشكال المنافسة غير المباشرة ثم هيكل التكاليف والتموقع الجغرافي ودرجة الاندماج في القطاع والفرع وتحقيق اقتصاديات الحجم وكذا درجة التميز بين المنتوجات، بالإضافة إلى القدرة النسبية للمنتج أو البائع في تحديد السعر في ظل المنافسة التامة عندما يتلقى السعر خاضعا للسوق لأنه جزء صغير جدا فيها (Price taker) إلى نطام الاحتكار والذي يكون فيه القدرة للمؤسسة المحتكرة أن تقرر ولو جزئيا وإلى أجا ما في فرض سعر السوق (Price maker) .

المحور الاول: التعريف والأشكال والشروط:

تعرف المؤسسة الاحتكارية كمؤسسة تعرض وتبيع بفردها في السوق دون أي منافس مباشر بحيث أنها تشكل بذاتها إجمالي الفرع أو القطاع حسب النظرية التقليدية مقابل العديد من الطالبين والمشترين. رغم ذلك يكون سلوك المؤسسة الاحتكارية البحتة مقيدا بأشكال مختلفة من المنافسة غير المباشرة حيث توجد عدة عوامل لإنشاء مؤسسة احتكارية:

- السيطرة على المواد الأولية.
- كسب شهادة اختراع في ميدان معين.
- الاحتكار الطبيعي ويقصد به أن مؤسسة وحيدة تكفي لتغطية كل السوق ودخول مؤسسة أخرى قد يؤدي إلى خسارة كليهما.
- وجود امتياز في السوق (كتعاقد بين مؤسسة عمومية ومؤسسة تجارية).

إلا أن المؤسسة الاحتكارية تتعرض بدورها إلى أشكال من المنافسة غير المباشرة مثل:

1- وجود سلع بديلة يلجأ المستهلك إلى شرائها عندما يكون السعر المفروض من طرف المحتكر مرتفع

2- إمكانية دخول والتحاق مؤسسات أخرى سعيا وراء جزءا من حصة السوق والأرباح وفي غياب الحواجز والموانع الطبيعية أو القانونية أو التكنولوجية من أي شكل.

المحور الثاني: منحنى الطلب والايراد الحدي:

إذا كان الاحتكار يعرف على أساس هيكل سوق مكون من بائع واحد يتصرف بمفرده في تحديد سعر السوق من جهة، والعديد الكثيرين من الشارين اللذين يمثلون دالة طلب الكلية للسوق من جهة أخرى، فإن دراسة التوازن في هذه الحالة يقتضي النظر في ما يحصله المحتكر من مداخيل وهو ما يسمى بالايراد الكلي والمتوسط والحدي عند المحتكر.

1- الايراد الكلي : RT(Recette totale)

بفعل أن إجمالي الطلب D في السوق موجه للمؤسسة المحتكرة التي قررت وضع سعر معين p، فإن الايراد الكلي يكون حصيلة ضرب الكمية في هذا السعر كالتالي:

$RT = p \times q_d(p)$

العلاقة بين السعر والكمية تمثل دالة الطلب عند العديد من مستويات من السعر

أما الايراد المتوسط RM فيمثل الدالة العكسية لدالة الطلب أي:

$$RM = RT/\times = p_\times/\times = p_\times$$

من جهة أخرى، تكون العلاقة بين العلاقة بين الايراد الحدي Rm ومرونة الطلب e_{qp} كالتالي:

$$Rm = \left(1 + \frac{dp}{d_\times}.\times/p\right) p = (1 + 1/e_\times) p = Rm$$

عادة ما تكون المرونة السعرية للطلب سالبة أي علاقة عكسية بين الكمية المطلوبة والسعر، فإن الايراد الحدي يكون أقل من السعر أي : $Rm < p$ ويتضح ذلك بيانيا في

أن منحنى الايراد الحدي يكون دائما تحت منحنى الطلب المتطابق دوما مع منحنى الايراد المتوسط الذي يساوي السعر.

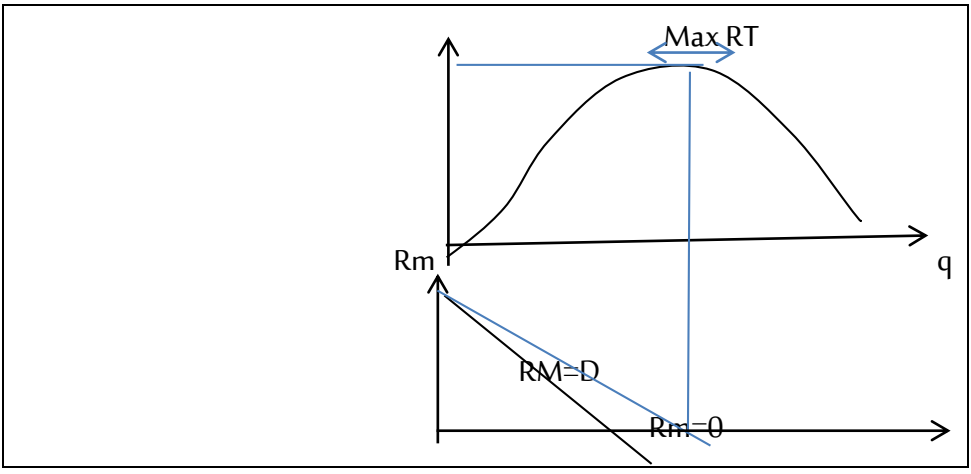
كذلك يتغير الايراد الكلي RT حسب مرونة الطلب e_{qp} في الحالات التالية:

أ- عند طلب مرن، أي انخفاض في السعر يزيد في الايراد الكلي، لأن زيادة الكمية نبيا تكون أكبر من انخفاض السعر أي تعوضه.

ب- إذا كان الطلب غير مرن، فإن تخفيض السعر يخفض في الايراد الكلي بنفس المنطق السابق.

ج- في حالة مرونة وحدية فإن الايراد الكلي يبقى ثابتا.

تبين الأشكال البيانية (34) التالية وضعية الايراد الكلي في أقصاه (Max RT) عندما يساوي الايراد الحدي الصفر، أي مشتقه ، (Rm = 0)



Source : A.JACQUEMIN, H.TULKENS et P.MERCIER : « Fondements de l'économie, analyse microéconomique et analyse monétaire » . Op cité. p 209 .

المحور الثالث: التوازن في الاحتكار التام: مفهوم وشرط التوازن:

إن مفهوم التوازن عند المؤسسة المحتكرة لا يعني الوصول إلى أكبر ايراد كلي ممكن بل يتحدد عند أعظم ربح (Max π) أي عند :

دالة الطلب: $X = g(P)$

أو: $P = f(X)$

دالة التكلفة: $C = C(X)$

$$\pi = RT - CT$$
$$= X\,f(X) - C(X)$$
$$d\pi/dX = 0 \Rightarrow f(\acute{X}) + X\,f(\acute{X}) - C(\acute{X}) = 0$$
$$Rm - Cm = 0 \Rightarrow Rm = Cm$$

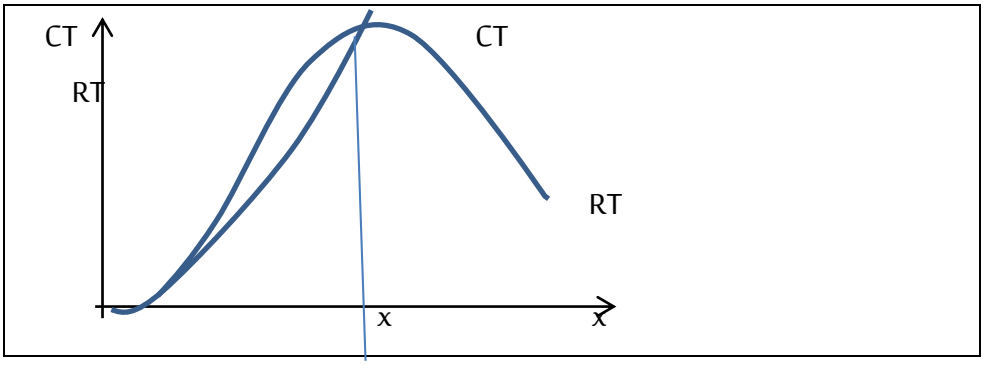
قانون: يتحدد التوازن عند المحتكر عند تساوي الايراد الحدي مع التكلفة الحدية،

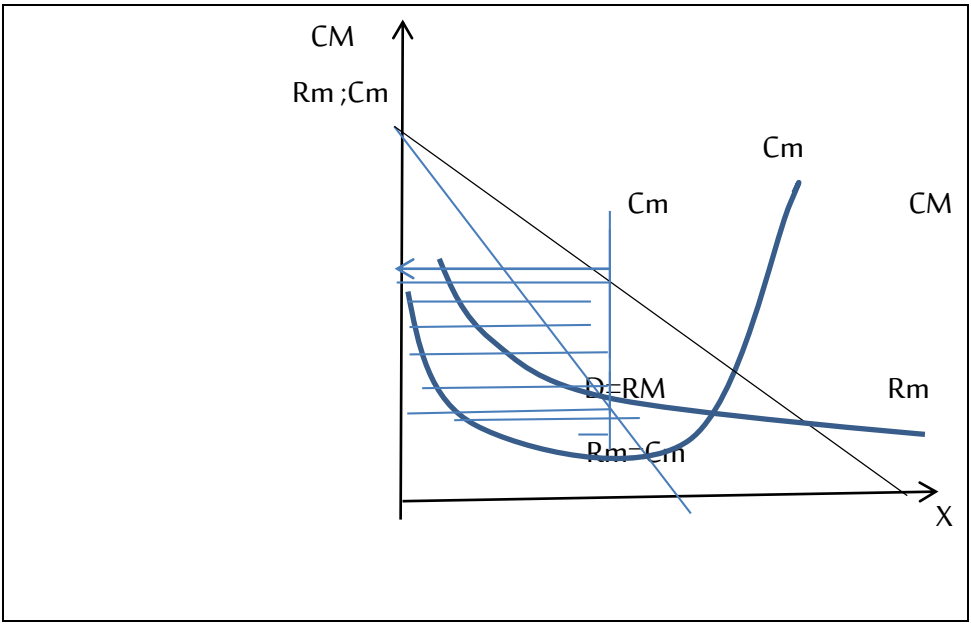
الشرط الثاني: $R(\acute{\acute{X}}) - C(\acute{\acute{X}}) < 0$

$$\frac{dRm}{dX} < \frac{dCm}{dX}$$

ميل منحنى التكلفة الحدية أكبر من ميل منحنى الدخل الحدي.

وتظهر وضعية التوازن في البيان التالي: الشكل (35)





Source :A.JACQUEMIN , H.TULKENS et P.MERCIER : « **Fondements de l'économie, analyse microéconomique et analyse monétaire** ». Op cité. p 213.

ملاحظة: تشير المساحة المخططة في الرسم السابق إلى حجم الربح المحقق من طرف المحتكر.

نلخص التوازن عند المحتكر في بعض الخصائص:

- في الاحتكار يكون سعر التوازن أكبر من التكلفة الحدية.
- شرط التوازن في الاحتكار هو تساوي التكلفة والايراد الحديين.
- التوازن في الاحتكار لا يحدث بالضرورة في الجزء المتزايد من التكلفة الحدية.
- الكمية المباعة في توازن المحتكر هي أقل من تلك التي تباع عند التوازن في المنافسة التامة.

أثر الضريبة على التوازن:

3-2-1: حالة الضريبة الإجمالية:

يكون أثر فرض إجمالية على المؤسسة المحتكرة كضريبة على الربح t مثلا بمثابة زيادة في تكلفتها الكلية بحيث يصبح مستوى الربح كالتالي:

$$\Pi = RT(q) - CT(q) - t\{RT(q) - CT(q)\}$$
$$\Pi = (1-t)\{RT(q) - CT(q)\}$$
$$d\pi/dq = (1-t)\{RT(q) - CT(q)\} = 0$$
$$Rm = Cm$$

بمعنى عدم تأثر التوازن في المدى القصير.

3-2-2: حالة ضريبة خاصة:

عند فرض ضريبة خاصة t على وحدة منتجة أو مباعة، يصبح الربح:

$$\Pi(q) = RT(q) - CT(q) - tq$$
$$D\pi / dq = dRT/dq - dCT/dq - t = 0$$
$$Rm = Cm + t$$

أي عكس الحالة الأولى تأثر نقطة التوازن والربح بإدخال الضريبة الخاص

تمرين 01:

تعطى دالة التكلفة لمؤسسة احتكارية على الشكل: $CT = 20X + 25$، ودالة طلب السوق الموجهة لهذه المؤسسة هي:

$$P = -X + 50.$$

أوجد كمية وسعر التوازن، وقارن بين ميلي التكلفة الحدية والإيراد الحدي عند نقطة التوازن.

الحل:

شرط التوازن: Rm = Cm

$$Rm = \frac{dRT}{dx}$$

$$RT = P\,X = (-X + 50)\,X = -X^2 + 50\,X$$

$$Rm = -2X + 50$$

$$Cm = dCT/d\,X = 20$$

$$Rm = Cm \Rightarrow -2X + 50 = 20 \Rightarrow 2\,X = 30 \Rightarrow X = 15$$

$$P = -X + 50 \Rightarrow P = -15 + 50 \Rightarrow P = 35$$

المقارنة بين الميلين:

$$\frac{dCm}{dX} = 0\ ,\ \frac{dRm}{dX} = -2$$

$$\frac{dRm}{dX} < \frac{dCm}{dX}$$

تمرين 02:

تواجه مؤسسة احتكارية دالة تكلفة من نوع: $CT = X^3 - 4X^2 + 16X + 70$

ودالة طلب من الشكل: $X = 40 - P$.

1- أوجد نقطة التوازن لهذه المؤسسة وربحها.

2- نفترض أنه بسبب خطأ في تنفيذ الإستراتيجية أصبح المسير يتصرف كأن المؤسسة تنشط في سوق منافسة مثلى.

- أوجد نقطة التوازن وربح المؤسسة.
- ما هي نتيجة هذا الخطأ؟
- وضح في نفس البيان الوضعيتين السابقتين.

الحل:

1- إيجاد نقطة التوازن لهذه المؤسسة وربحها:

$$Rm = \frac{dRT}{dx}$$

$$RT = P\,X$$

$$X = 40 - P \qquad P = 40 - X$$

$$RT = (40 - X)\,X \qquad RT = 40\,X - X^2$$

$$Rm = 40 - 2X$$

$$Cm = \frac{dCT}{dX} = 3\,X^2 - 8\,X + 16$$

$$Rm = Cm \Rightarrow 40 - 2\,X = 3\,X^2 - 8\,X + 16$$

$$\Rightarrow 3\,X^2 - 6\,X - 24 = 0 \Rightarrow X^2 - 2X - 8 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4(1)(-8) = 36$$

$$X_1 = (2 - 6)/2 = -2 \text{(مرفوض)}$$

$$X_2 = (2 + 6)/2 = 4 \text{ (مقبول)} \Rightarrow X = 4$$

$$P = 40 - X \qquad P = 40 - 4 \Rightarrow P = 36$$

$$\pi = RT - CT = X\,P - CT$$

$$= 4(36) - [(4)^3 - 4(4)^2 + 16(4) + 70] \Rightarrow$$

$$\pi = 10$$

2- نقطة التوازن والربح بعد الخطأ:

$$P = Cm$$

$$40 - X = 3\,X^2 - 8\,X + 16 \Rightarrow 3\,X^2 - 7\,X - 24 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4(1)(-8) = 337, \quad \sqrt{\Delta} \approx 18.36$$

$$X_1 = (7 - 18.36)/6 = -1.9 \text{(مرفوض)}$$

$$X_2 = (7 + 18.36)/6 = 4.23 \text{ (مقبول)} \Rightarrow \mathbf{X} = 4.23$$

$$P = 40 - X \Rightarrow P = 40 - 4.23 \Rightarrow P = 35.77$$

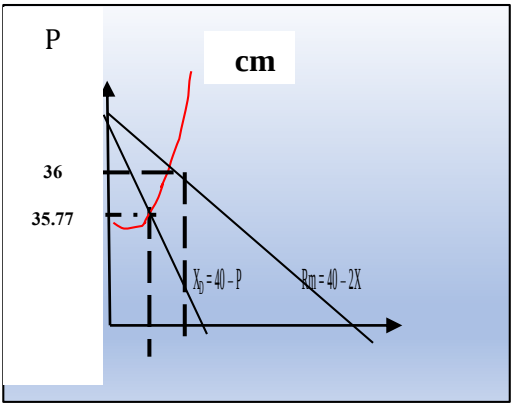
$$\pi = RT - CT = XP - CT$$

$$= 4.23(35.77) - [(4.23)^3 - 4(4.23)^2 + 16(4.23) + 70] \Rightarrow$$

$$\pi = 9.51$$

نتيجة هذا الخطأ هي انخفاض الربح الممكن تحقيقه من 10 إلى 9.51.

توضيح الوضعيتين في بيان:



المحور الرابع: الاحتكار التمييزي:

يسعى المحتكر إلى الزيادة في ربحه عن طريق اعتماد استراتيجية التمييز أو التفرقة (Monopole discriminant) لاحتواء جزء أو كل فائض المستهلك وتحويله إلى أرباح إضافية لصالحه، تأخذ استراتيجية التمييز عند المحتكر التام شكلين أساسيين هما التمييز بالأسواق والتمييز بالمصانع.

اولا: الاحتكار التمييزي بالأسواق

في هذه الحالة يقسم المؤسسة المحتكرة السوق الكلية الوحيدة وطلبها D سابقا إلى جزءين أو أكثر D_1 و D_2 ذات المرونتين المختلفتين e_1 و e_2 باقتراح سعرين مختلفين لكل

فئة من المستهلكين بشرط قطع أي نوع من التواصل والتبادل بين الفوجين لتفادي المضاربة التي تؤدي حتما إلى توحيد السعر p.

من هذا المنظور يحقق المحتكر ايرادين كليين $RT_2(q_2)$ و $RT_1(q_1)$ بتكلفة واحدة $CT(q_1 + q_2)$ حيث يكون التوازن عند تعظيم الربح في السوقين:

$$\Pi = RT_1(q_1) + RT_2(q_2) - CT(q_1 + q_2)$$

$$d\pi/dq_1 = 0 \quad ; \quad d\pi/dq_2 = 0$$

$$Rm_1 = Rm_2 = Cm$$

وهو شرط التوازن في حالة التمييز بالأسواق

تمرين 03:

يتحمل مشروع احتكاري نفقة كلية مقدارها: $CT = 2000 + 10X$

يبيع هذا المحتكر سلعته في سوقين مختلفين:

دالة الطلب في السوق الأولى: $X_1 = 21 - 0.1\,P_1$

دالة الطلب في السوق الثانية: $X_2 = 50 - 0.4\,P_1$

1- حدد سعر وكمية التوازن في الحالات:

أ- إذا اتبعت المؤسسة سياسة التمييز بين الأسواق.

ب- إذا اتبعت المؤسسة سياسة عدم التمييز بين الأسواق.

2- قارن الأرباح بالتمييز، وبدون تمييز.

3- أوجد مرونة الطلب لكلى السوقين، ماذا تلاح

الحل:

1-

أ- حالة التمييز:

السوق الأولى: $Rm_1 = Cm$

$$X_1 = 21 - 0.1\,P_1 \Rightarrow P_1 = 210 - 10\,X_1$$

$$Cm = \frac{dCT}{dX} = 10$$

$$RT_1 = P_1\,X_1 = (210 - 10\,X_1)\,X_1 = 210\,X1 - 10\,X_1^2$$

$$Rm_1 = 210 - 20\,X_1$$

$$Rm_1 = Cm \Rightarrow 210 - 20\,X_1 = 10 \Rightarrow 20\,X_1 = 200 \Rightarrow$$

$$X_1 = 10$$

$$P_1 = 210 - 10\,X_1 \Rightarrow P_1 = 210 - 10\,(10) \Rightarrow$$

$$P_1 = 110$$

السوق الثانية: $Rm_2 = Cm$

$$X_2 = 50 - 0.4\,P_2 \Rightarrow P_2 = 125 - 2.5\,X_2$$

$$RT_2 = P_2X_2 = (125 - 2.5\,X_2)\,X_2 = 125\,X_2 - 2.5\,X_2^2$$

$$Rm_2 = 125 - 5\,X_2$$

$$Rm_2 = Cm \Rightarrow 125 - 5\,X_2 = 10 \Rightarrow 5\,X_2 = 115$$

$$\Rightarrow X_2 = \mathbf{23}$$

$$P_2 = 125 - 2.5\,X_2 \Rightarrow P_2 = 125 - 2.5\,(23) \Rightarrow$$

$$P_2 = \mathbf{67.5}$$

ب- حالة عدم التمييز:

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = 21 - 0.1\,P + 50 - 0.4\,P \Rightarrow X = 71 - 0.5\,P$$

$$P = 142 - 2\,X$$

$$Rm = Cm$$

$$RT = P\,X = (142 - 2X)\,X \Rightarrow RT = 142\,X - 2\,X^2$$

$$Rm = 142 - 4\,X$$

$$142 - 4\,X = 10 \Rightarrow 4\,X = 132 \Rightarrow X = 33$$

$$P = 142 - 2X \Rightarrow P = 142 - 2(33) \Rightarrow P = 76$$

2- مقارنة الأرباح بالتمييز وبدون تمييز:

حساب الربح في حالة التمييز:

$$\pi = RT_1 + RT_2 - CT$$
$$= 110(10) + 67.5(23) - [2000 + 10(33)]$$
$$= 2652.5 - 2330$$
$$\boldsymbol{\pi = 322.5}$$

حساب الربح في حالة عدم التمييز:

$$\pi = RT - CT = 76(33) - [2000 - 10(33)]$$
$$= 2508 - 2330$$
$$\boldsymbol{\pi = 178}$$

نلاحظ أن الأرباح في حالة الاحتكار بالتمييز أكبر من الأرباح في حالة عدم التمييز.

3- مرونة الطلب للسوقين:

$$e_1 = \frac{\partial X}{\partial P_1}\frac{P_1}{X_1} = -0.1\frac{110}{10} = -1.1$$
$$e_2 = \frac{\partial X}{\partial P_2}\frac{P_2}{X_2} = -0.4\frac{67.5}{23} = -1.17$$

نلاحظ أن السعر الأكبر يقابل المرونة الأقل.

تمرين 04:

نفس أسئلة التمرين السابق إذا كان:

$$CT = 1.25X^2 - 212.5X + 58500$$
$$X_1 = -0.16P_1 + 240 \quad ، \quad X_2 = -0.04P_2 + 85.$$

الحل:

1- أ. سياسة عدم التمييز أي الاحتكار الطبيعي:

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = -0.16P + 240 - 0.04P + 85 \Rightarrow$$

$$\mathbf{X = -0.2P + 325}$$

$$\mathbf{P = -5X + 1625}$$

$$RT = PX = (-5X + 1625)X \Rightarrow RT$$

$$= -5X2 + 1625X$$

$$Rm = -10X + 1625$$

$$Cm = \frac{dCT}{dX} = 2.5X - 212.5$$

$$Rm = Cm \Rightarrow -10X + 1625 = 2.5X - 212.5 \Rightarrow$$

$$1837.5 = 12.5X$$

$$X = 147$$

$$P = -5X + 1625 \Rightarrow P = -5(147) + 1625$$

$$\Rightarrow P = 890$$

ب- سياسة التمييز أي الإحتكار المميز:

السوق الأولى: $Rm_1 = Cm$

$$X_1 = -0.16P_1 + 240 \Rightarrow P_1 = -6.25X_1 + 1500$$

$$RT_1 = P_1X_1 = (-6.25X_1 + 1500)X_1$$

$$= -6.25X_1^2 + 1500X_1$$

$$Rm_1 = -12.5X_1 + 1500$$

$$Rm_1 = Cm \Rightarrow$$

$$-12.5X_1 + 1500 = 2.5X - 212.5$$

$$-12.5X_1 + 1500 = 2.5(147) - 212.5 \Rightarrow$$

$$2.5\,X_1 = 1345$$
$$X_1 = \mathbf{107.6}$$
$$P_1 = -\,6.25X_1 + 1500 \Rightarrow$$
$$P_1 = -\,6.25\,(107.6) + 1500 \rightarrow$$
$$P_1 = 827.5$$

السوق الثانية: $Rm_2 = Cm$

$$X_2 = -\,0.04\,P2 + 85 \Rightarrow P2 = -\,25\,X_2 + 2125$$
$$RT_2 = P_2\,X_2 = (-\,25\,X_2 + 2125)X_2$$
$$RT_2 = -\,25\,X_2{}^2 + 2125\,X_2$$
$$Rm_2 = -\,50\,X_2 + 2125$$
$$Rm_2 = Cm \Rightarrow -\,50\,X_2 + 2125 = 2.5\,X - 212.5$$
$$-\,50\,X_2 + 2125 = 2.5(147) - 212.5 \rightarrow$$
$$50\,X_2 = 1970$$
$$X_2 = \mathbf{39.4}$$
$$P_2 = -\,25\,X_2 + 2125 \Rightarrow P_2 = -\,25\,(39.4) + 2125 \Rightarrow$$
$$P_2 = 1140$$

التأكد:

$$X = X_1 + X_2$$
$$147 = 107.6 + 39.4$$

2- مقارنة الأرباح بالتمييز وبدون تمييز:

حساب الربح في حالة عدم التمييز:

$$\pi = RT - CT$$
$$= 147(890) - [1.25(147)2 - 212.5(147) + 58500]$$
$$= 130830 - 54273.75 \rightarrow \pi = 76556.25$$

نلاحظ أن الأرباح في حالة الاحتكار بالتمييز أكبر من الأرباح في حالة عدم التمييز.

حساب الربح في حالة التمييز:

$$\pi = RT_1 + RT_2 - CT$$
$$= 107.6(827.5) + 39.4(1140) - [1.25(147)2 - 212.5(147) + 58500]$$
$$= 133955 - 54273.75 \quad \rightarrow \pi = 79681.25$$

- الأرباح في الإحتكار المميز أكبر منها في الاحتكار العادي.

3- مرونة الطلب للسوقين:

$$e_1 = \frac{\partial X}{\partial P_1}\frac{P_1}{X_1} = -0.16\frac{827.5}{107.6} = -1.23$$
$$e_2 = \frac{\partial X}{\partial P_2}\frac{P_2}{X_2} = -0.04\frac{1140}{39.4} = -1.16$$
$$e_2 < e_1$$

- نلاحظ أن السعر الأكبر يقابل المرونة الأقل.

ثانيا: الاحتكار التمييزي بالمصانع:

إذا كانت المؤسسة تستعمل عدة مصانع لإنتاج سلعة ما فإنها تكون في وضعية التوازن عند التساوي بين كل من الدخل الحدي والتكاليف الحدية المرتبطة بمختلف مصانعها، ويكون ربح المؤسسة المحتكرة في هذه الحالة ممثلا في الفرق بين الايراد الكلي ومجموع التكاليف الكلية في مختلف المصانع كالتالي:

$$\Pi = RT(q_1 + q_2) - CT_1(q_1) - CT_2(q_2)$$
$$\frac{d\pi}{dq_1} = Rm - Cm_1 = 0 \quad ; \quad \frac{d\pi}{dq_2} = Rm - Cm_2 = 0$$
$$Rm = Cm_1 = Cm_2 = \ldots.$$

تمرين 05:

تواجه مؤسسة احتكارية دالة الطلب:

$$X = 200 - 2P$$

حيث تنتج سلعتها في مصنعين تقدر التكلفة الكلية في كل منهما على الشكل:

$$C1 = 10\,X_1$$
$$C2 = 0.25\,X22$$

والمطلوب تحديد نقطة توازن المؤسسة.

الحل:

$$X = 200 - 2P \Rightarrow P = 100 - 0.5\,X$$
$$RT = P\,X = (100 - 0.5X)\,X \Rightarrow RT = 100\,X - 0.5\,X^2$$
$$Rm = 100 - X$$
$$\pi = RT - CT = 100\,X - 0.5\,X^2 - 10\,X_1 - 0.25\,X_2^2$$
$$\pi_1 = \frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 100 - X - 10 = 0 \ldots.(1)$$
$$\pi_2 = \frac{\partial \pi}{\partial X_2} = 100 - X - 0.5\,X_2 = 0 \ldots.(2)$$

من (1) نجد: $X = 90$

بالتعويض في (2) نجد:

$$100 - 90 - 0.5\,X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = \mathbf{20}$$
$$X - X_2 = X_1 \Rightarrow X_1 = \mathbf{70}$$
$$P = 100 - 0.5\,X \Rightarrow P = 100 - 0.5(90) \rightarrow \mathbf{P = 55}$$
$$\pi_1 = 70(55) - 10(70) \Rightarrow \pi_1 = \mathbf{3150}$$
$$\pi_2 = 20(55) - 0.25(20)2 \Rightarrow \pi_2 = \mathbf{1000}$$
$$\pi = \pi_1 + \pi_2 \Rightarrow \pi = 4150$$

المحو الخامس: المنافسة الاحتكارية:

بظهور نظرية المنافسة الاحتكارية في الثلاثينيات وجهت عدة انتقادات لنموذجي المنافسة التامة والاحتكار والتي تتمثل في إلغاء بعض الفرضيات البعيدة عن الواقع الاقتصادي مثل:

- تجانس السلع .
- عدم وجود منافسة مباشرة بين الاعوان الاقتصاديين.
- وجود مؤسسات فريدة تمول السوق.
- قدم "شنبرلين" نموذجا بالفرضيات التالية:
- وجود عدة بائعين وعدة مشترين.
- وجود تمييز وفرق بين السلع.
- حرية الدخول والخروج من و إلى السوق.
- تعظيم الربح هو الهدف الأساسي للمؤسسة.
- أسعار عناصر الانتاج والتكنولوجيا تكون معطاة.
- يكون المدى الطويل ممثلا في عدة فترات قصيرة مستقلة عن بعضها البعض.
- تأخذ التكاليف نفس الشكل مثل تكاليف المنافسة التامة على شكل U.

تضاف إلى ذلك بعض الفرضيات الخاصة بنموذج "شنبرلين" مثل:

يكون الطلب على المنتوج وكذلك شكل الدالة مرتبط بسياسة تسعير المنتوج والتكاليف الخاصة بالبيع مثل الاشهار بالإضافة إلى شكل المنتوج والخدمات الموفرة عند بيعه وما بعد البيع .

يتكون هيكل السوق في نموذج "شنبرلين" من مجموعة منتوجات مشكلة من عدة بائعين مثل سوق السيارات بخاصية التمييز بين المنتوج وتكون دالة الطلب الموجهة لكل مؤسسة بميل سالب. فعندما ترفع المؤسسة سعرها دون اعتبار رد فعل من

منافسيها فإنها تفقد بعض زبائنها اللذين يفضلون سلعا بديلة المتوفرة لدى المنافس ، والعكس صحيح عندما تجلب زبائن جدد عند تخفض السعر.

في كل الحالات وعند المدى القصير تتصرف المؤسسة كأنها في وضعية محتكر ويكون شرط توازنها عند تساوي الايراد الحدي والتكلفة الحدية.

يحلل "شنبرلين" توازن المؤسسة في وضعيتين:

- التوازن بدخول مؤسسات جديدة.
- التوازن عن طريق منافسة في السعر.

في الحالة الأولى ، تقدر المؤسسة مستوى وحجم الطلب الموجه إليها ثم تعظم ربحها تحت شرط تساوي التكلفة الحدية والايراد الحدي، في حين أن وجود فرص للربح يحفز مؤسسات جديدة طامعة في جزء من الربح إلى الدخول إلى السوق خاصة القادرة منها على الاستثمارات الأولى المكلفة، ذلك التوجه الجديد يدفع السعر إلى الانخفاض بوجود كميات أكبر، بمعنى إزاحة منحنى الطلب إلى اليسار بالنسبة للمؤسسة، عندها يكون التوازن تحت شرط تساوي التكلفة الحدية مع منحنى الايراد الحدي الجديد لأن السوق أصبحت مجزأة على عدد أكبر من المؤسسات.

تستمر هذه السيرورة إلى حد الوصول إلى الربح البحت في مستوى الصفر وهو التوازن في المدى الطويل، عند هذا المستوى لا تنوي المؤسسة تغيير سعرها.

أما في الحالة الثانية وهي التوازن عن طريق المنافسة في السعر، فإن منحنى الطلب يتحول إلى منحنى طلب ثاني يمثل قسمة السوق الحقيقية بالنسبة للمؤسسة التي تخفض كل مرة في السعر قصد احتواء أكبر ربح .

في المدى هذا التنافس في السعر بين المؤسسات وزيادة دخول مؤسسات جديدة يحقق شرط التوازن في المدى الطويل عند نقطة التماس بين منحنى التكلفة المتوسطة

الطويلة المدى مع منحنى الطلب الموجه للمؤسسة وعد تقاطعه مع خط منحنى الطلب الجديد ذات المرونة الأقل.

اي التوازن في المدى الطويل يكون تحت شرط:

$$\mathrm{RM} = \mathrm{C}T\mathrm{M}$$

$$\pi = 0$$

تمرين 06: ينشط منتج في سوق تسودها المنافسة الاحتكارية حيث يتميز بدالة تكلفة:

$$\mathrm{C}T\mathrm{M} = 200 - 9\mathrm{X} + \frac{1}{3}X^2$$

فاذا كانت الطلب في المدى الطويل تاخذ الشكل: $P = 181.25 - 4X$

- حدد سعر وكمية التوازن لهذا المنتج؟
- اذا كان المنتج يعمل في سوق منافسة تامة، ماهو مستوى انتاجه في المدى الطويل وسعر توازنه؟
- ماهو افضل اطار بالنسبة للمستهلكين وضح ذلك؟

الحل:

- سعر وكمية التوازن لهذا المنتج:

في حالة سوق تسودها المنافسة الاحتكارية فان شرط التوازن هو تساوي التكلفة المتوسط مع الايراد المتوسط اي: $\mathrm{RTM} = \mathrm{C}T\mathrm{M}$

$$\mathrm{RT} = P.X = X(181.25 - 4X) = 181.25\mathrm{X} - X^2$$

$$\mathrm{RTM} = 181.25 - 4X$$

$$\mathrm{RTM} = CTM \rightarrow 181.25 - 4X = 200 - 9\mathrm{X} + \frac{1}{3}X^2$$

$$\mathrm{X}_1 = 7.5, \quad X_2 = 2.5,$$

- في الاجل الطويل في سوق منافسة احتكارية ينعدم الربح :

لما: $X_1 = 7.5$;

$$\pi = 0 \rightarrow \pi = RT - CT = PX_1 - CT$$

$$\pi = 181.25X - X^2 - [200 - 9X^2 + \frac{1}{3}X^3]$$

$$= 181.25(7.5) - 7.5^2 - [200 - 9(7.5)^2 + \frac{1}{3}(7.5)^3]$$

$$\pi = 0$$

لما: $X_2 = 2.5$

$$\pi = 0 \rightarrow \pi = RT - CT = PX_2 - CT$$

$$= 181.25X - X^2 - [200 - 9X^2 + \frac{1}{3}X^3]$$

$$= 181.25(2.5) - 2.5^2 - [200 - 9(2.5)^2 + \frac{1}{3}(2.5)^3]$$

$$\pi = 20.833$$

($X_2 = 2.5$ مرفوض)

وبالتالي فان: $X_1 = 7.5$ هو مستوى الانتاج الامثل

وسعر التوازن هو $P = 181.25 - 4(7.5) = 151.25$

إذا كان المنتج يعمل في سوق منافسة تامة، مستوى انتاجه فى المدى الطويل وسعر توازنه:

في سوق منافسة تامة، فان مستوى الانتاج فى المدى الطويل يتحقق عندما أدنى تكلفة متوسطة اي:

$$P = \text{Min CTM} = Cm$$

$$CTM = 200 - 9X + \frac{1}{3}X^2$$

$$\text{Min CTM} \rightarrow CTM' = 0 \rightarrow 9 - \frac{2}{3}X = 0$$

امثل انتاج: $X = \frac{27}{2} = 13.5$

$$\mathrm{P} = \mathrm{Min\ CTM} = 200 - 9(13.5) + \frac{1}{3}(13.5)^2 = 169.25$$

واعظم ربح:

$$\pi = 0 \rightarrow \pi = RT - CT = PX - CT$$

$$= (169.25)(13.5) - 200 - 9(13.5)^2 + \frac{1}{3}(13.5)^3$$

$$\pi = 410.0625$$

- أفضل إطار بالنسبة للمستهلكين:

نلاحظ انه في حالة منافسة احتكارية ان سعر $P = 151.25$ وهو اقل من سعر المنافسة التامة، وبالتالي افضل سوق للمستهلكين هو سوق المنافسة الاحتكارية.

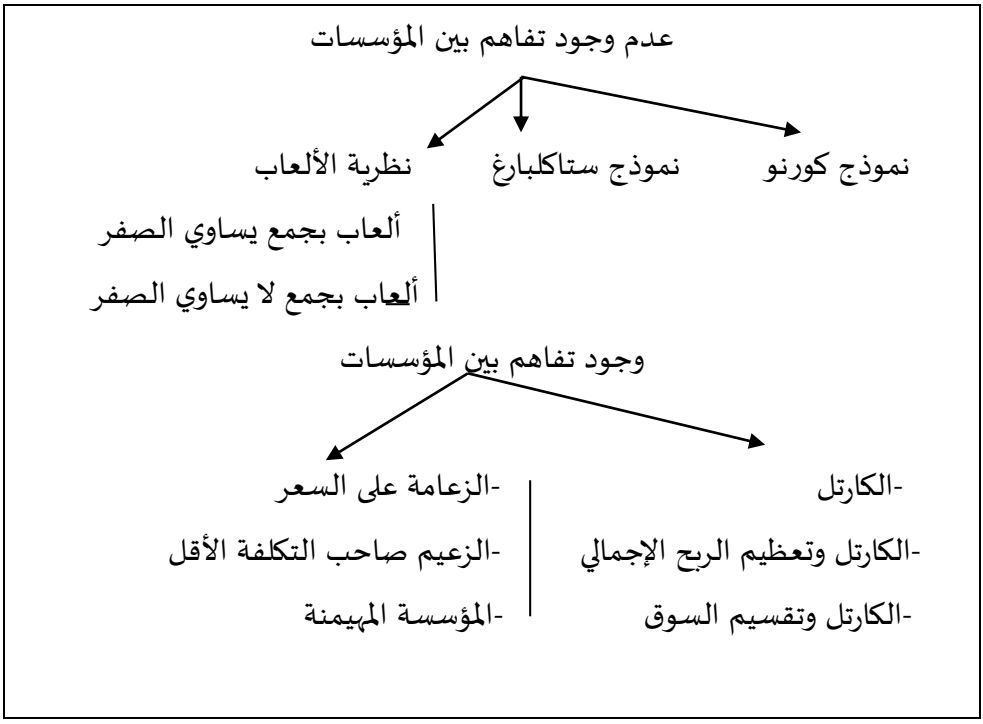
الفصل التاسع:

تحليل سلوك المنتج في حالة احتكار القلة

المحور الاول: احتكار القلة وخصائصه

يمثل احتكار القلة حالة سوق متوسط بين نموذجي المنافسة المثلى والاحتكار المطلق حيث يوجد عدد قليل من المشروعات أو المؤسسات تتقاسم فيما بينها القدر الأعظم من السوق، وتحلل هذه الظاهرة من خلال طريقتين:

- عدم وجود تفاهم بين المؤسسات.
- وجود تفاهم بين المؤسسات.



تبنى نماذج احتكار القلة على فرضية وجود مؤسستين وينطلق كل نموذج من فرضيات خاصة به.

المحور الثاني: نموذج كورنو (Le modèle de Cournot):

يكون حل كورنو مبنيا على فرضية تعظيم كل مؤسسة لربحها على أساس ثبات الكمية المنتجة من طرف المؤسسة الأخرى، ونعتمد على دوال رد الفعل.

تمرين 01:

يتكون سوق من بائعين اثنين وتكتب دالة الطلب الموجهة نحوهما:

$$P = -3X + 99$$

ودالتي التكاليف: $C_1 1 = 51\,X_1$

$$C_2 = 33\,X_2$$

1- أوجد دوال رد الفعل للمؤسستين.

2- أوجد سعر وكمية التوازن حسب نموذج كورنو وربح كل مؤسسة.

الحل:

1- إيجاد دوال رد الفعل للمؤسستين:

$$X = X_1 + X_2$$

$$P = -3(X_1 + X_2) + 99$$

$$\pi_1 = RT_1 - CT_1 = P\,X_1 - CT_1$$

$$= [-3(X_1 + X_2) + 99]\,X_1 - 51\,X_1$$

$$= -3\,X_1^2 - 3\,X_1\,X_2 + 99\,X_1 - 51\,X_1$$

$$\pi_1 = -3\,X_1^2 - 3\,X_2\,X_1 + 48\,X_1$$

$$\pi_1 = \frac{\partial\,\pi_1}{\partial\,X_1} = 0 \Rightarrow -6\,X_1 - 3X_2 + 48 = 0 \Rightarrow$$

$$6\,X_1 = -3X_2 + 48$$

$$X_1 = -1/2\,X_2 + 8$$

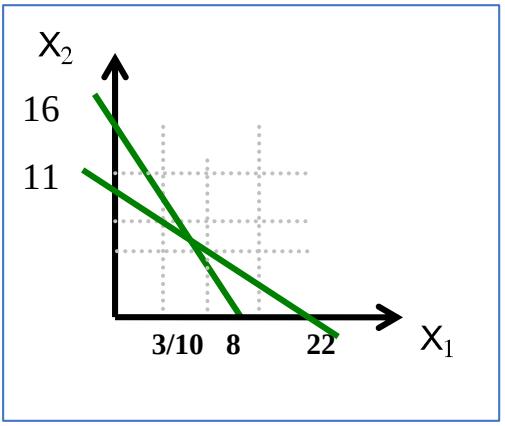
وهي دالة رد الفعل للمؤسسة الاولى.

$$\pi_2 = RT_2 - CT_2 = P X_2 - CT_2$$
$$= [-3(X_1 + X_2) + 99] X_2 - 33X_2$$
$$= -3 X_2 X_1 - 3 X_2^2 + 99 X_2 - 33 X_2$$
$$\pi_2 = -3 X_2 X_1 - 3 X_2^2 + 66 X_2$$
$$\pi_2 = \frac{\partial \pi_2}{\partial X_1} = -3X_1 - 6 X_2 + 66 = 0 \Rightarrow$$
$$6 X_2 = -3 X_1 + 66$$
$$\Rightarrow X_2 = -1/2 X_1 + 11$$

وهي دالة رد الفعل للمؤسسة الثانية.

$$\begin{cases} X_1 = -1/2 X_2 + 8 \dots\dots (1) \\ X_2 = -1/2 X_1 + 11 \dots\dots (2) \end{cases}$$

دوال رد الفعل للمؤسستين



2- إيجاد سعر وكمية التوازن حسب نموذج كورنو وربح كل مؤسسة:

نحدد سعر وكمية التوازن بتقاطع دوال رد الفعل للمؤسستين:

نعوض (2) في (1) نجد:

$$X_1 = -\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}X_1 + 11\right) + 8 \;=\; ¼\,X_1 - \frac{11}{2} + 8$$

$$\Rightarrow\; X_1 - ¼\,X_1 = -11/2 + 8$$

$$¾\,X_1 = \frac{5}{2} \Rightarrow X_1 = 10/3$$

يمكن توضيح هذه النتائج بيانيا (في البيان السابق) من خلال تقاطع دالتي رد الفعل للمؤسستين.

في (2) نجد:X_1نعوض عن كمية

$$X_2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{10}{3}\right) + 11 \Rightarrow\; X_2 \;=\; \mathbf{28/3}$$

$$P = -3\left(\frac{10}{3} + \frac{28}{3}\right) + 99 \Rightarrow \mathbf{P} \;=\; \mathbf{61}$$

لإيجاد ربحي المؤسستين نعوض عن X_1 ، X_2 فيπ_1 ، π_2 نجد:

$$\pi_1 = \left[-3\left(\frac{10}{3} + \frac{28}{3}\right) + 99\right] 10/3 - 51(10/3)$$

$$\Rightarrow \pi_1 \;=\; 100/3$$

$$\pi_2 = [-3\left(\tfrac{10}{3} + \tfrac{28}{3}\right) + 99]\; 28/3 - \;33\; (28/3) \Rightarrow \pi_2 \;=\; 784/3$$

المحور الثالث: نموذج ستاكلبارغ (Le modèle de Stackelberg):

يعد هذا النموذج امتدادا لنموذج كورنو ويفترض في هذا الإطار أن إحدى المؤسسات هي القائدة وتستعمل دالة رد فعل المؤسسة الأخرى المقادة أو المتبعة لتعظم ربحها.

تمرين 02:

نفس معطيات التمرين السابق.

1- أوجد التوازن حسب نموذج ستاكلبارغ إذا كانت المؤسسة الأولى في موقف قيادي.

2- أوجد التوازن حسب نموذج ستاكلبارغ إذا كانت المؤسسة الثانية في موقف قيادي.

الحل:

1- إيجاد التوازن حسب نموذج ستاكلبارغ إذا كانت المؤسسة الأولى في موقف قيادي:

$$\begin{cases} X_1 = -1/2\, X_2 + 8 \dots\dots (1) \\ X_2 = -1/2\, X_1 + 11 \dots\dots (2) \end{cases}$$

دوال رد الفعل للمؤسستين

$$\pi_1 = -3\, X_1^2 - 3\, X_2\, X_1 + 48 X_1$$

نستعمل دالة رد الفعل للمؤسسة (2) في حساب π_1:

$$\pi_1 = -3\, X_1^2 - 3\left(-\frac{1}{2} X_1 + 11\right) X_1 + 48\, X_1$$

$$\pi_1 = -3\, X_1^2 + \frac{3}{2} X_1^2 - 33\, X_1 + 48\, X_1$$

$$\pi_1 = -3/2\, X_1^2 + 15\, X_1$$

$$\acute{\pi}_1 = \frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = -3\, X_1 + 15 = 0 \Rightarrow X_1 = \mathbf{5}$$

نعوض عن كمية X_1 في دالة رد الفعل للمؤسسة (2) نجد:

$$X_2 = -1/2\,(5) + 11 \Rightarrow X_2 = 8.5$$

بالتعويض في دالة الطلب نجد السعر:

$$P = -3(5 + 8.5) + 99 \Rightarrow P = 58.5$$

لإيجاد ربحي المؤسستين نعوض عن X_1 ، X_2 في π_1 ، π_2 نجد:

$$\pi_1 = (58.5)\,(5) - 51\,(5) \Rightarrow \pi_1 = \mathbf{37.5}$$

$$\pi_2 = (58.5)\,(8.5) - 33\,(8.5) \Rightarrow \pi_2 = \mathbf{216.75}$$

2- إيجاد التوازن حسب نموذج ستاكلبارغ إذا كانت المؤسسة الثانية في موقف قيادي:

$$\begin{cases} X_1 = -1/2\, X_2 + 8 \dots\dots (1) \\ X_2 = -1/2\, X_1 + 11 \dots\dots (2) \end{cases}$$

دوال رد الفعل للمؤسستين

$$\pi_2 = -3\,X1\,X_2 - 3\,X22 + 66\,X_2$$

نستعمل دالة رد الفعل للمؤسسة (1) في حساب π_2:

$$\pi_2 = -3\left(-\frac{1}{2}X_2 + 8\right)X_2 - 3\,X_2^2 + 66X_2$$

$$\pi_2 = -\frac{3}{2}X_2^2 - 24\,X_2 + 66\,X_2$$

$$\pi_2 = -\frac{3}{2}X_2^2 - 42X_2$$

$$\acute{\pi}_2 = \frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = -3\,X_2 + 42 = 0 \Rightarrow X_2 = 14$$

نعوض عن كمية X_2 في دالة رد الفعل للمؤسسة (1) نجد:

$$X_1 = -1/2\,(14) + 8 \Rightarrow X_1 = 1$$

بالتعويض في دالة الطلب نجد السعر:

$$P = -3(1 + 14) + 99 \Rightarrow P = 54$$

لإيجاد ربحي المؤسستين نعوض عن X_1 ، X_2 في π_1 ، π_2 نجد:

$$\pi_1 = (54)\,(1) - 51\,(1) \Rightarrow \pi_1 = 3$$

$$\pi_2 = (54)\,(14) - 33\,(14) \Rightarrow \pi_2 = 294$$

المحور الرابع: الكارتل و تعظيم الربح الإجمالي:

يكون هدف الكارتل ممثلا في تعظيم الربح وتتصرف المجموعة كمؤسسة احتكارية بعدة مصانع وتكون مكتبا لاتخاذ القرارات المتمثلة في مستوى إنتاج كل مؤسسة والسعر وتوزيع الربح الإجمالي على كل مؤسسة.

تمرين 03: تكتب دالة الطلب على الشكل:

$$P = 100 - 0.5X$$

ودالتي التكاليف: $C1 = 5\,X_1$

$$C2 = 0.5\,X_2^2$$

والمطلوب إيجاد التوازن حسب هذا النموذج.

الحل:

$$X = X_1 + X_2$$

$$P = 100 - 0.5(X_1 + X_2)$$

$$\pi = \pi_1 + \pi_2$$

$$= [100 - 0.5(X_1 + X_2)]\,(X_1 + X_2) - 5\,X_1 - 0.5\,X_2^2$$

$$= 100\,X_1 + 100\,X_2 - 0.5\,X_1^2 - 0.5\,X_1X_2 - 0.5\,X_2\,X_1 - 0.5\,X_2^2 - 5\,X_1 - 0.5\,X_2^2$$

$$= 95\,X_1 + 100X_2 - 0.5\,X_1^2 - X_1\,X_2 - X_2^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 95 - X_1 - X_2 - 5 = 0 \ldots.(1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X2} = 100 - X_1 - 2\,X_2 = 0 \ldots.(2)$$

من (1) نجد: $X_1 = 95 - X_2$

نعوض في (2) نجد:

$$100 - (95 - X_2) - 2\,X_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad X_2 = 5$$

$$X_1 = 95 - X_2 \Rightarrow X_1 = 95 - 5 \Rightarrow X_1 = 90$$

بالتعويض في دالة الطلب نجد السعر:

$$P = 100 - 0.5(90 + 5) \quad \Rightarrow \quad P = 52.5$$

$$\pi = (52.5)\,(95) - 5\,(90) - 0.5\,(5)^2 \quad \Rightarrow \quad \pi = 4525$$

$$\begin{cases} \pi_1 = (52.5)\,(90) - 5\,(90) \quad \Rightarrow \quad \pi_1 = 4275 \\ \pi_2 = (52.5)\,(5) - 0.5\,(5) \quad \Rightarrow \quad \pi_2 = 250 \end{cases}$$

$$(4525 = 4275 + 250)$$

المحور الخامس: الكارتل وتقسيم السوق:

في هذا النموذج يتم الاتفاق على سعر معين وتتنافس المؤسسات عبر عدة طرق ما عدا السعر كالإشهار والشكل...، ويكون الكارتل المبني على تقسيم السوق غير مستقر فإذا كانت المؤسسات تواجه نفس التكاليف فالسعر المتفق عليه يأخذ مستوى سعر الاحتكار أما إذا كانت التكاليف مختلفة فسوف تقدر حصص السوق حسب مستويات سابقة للإنتاج أو القدرة الإنتاجية للمؤسسة وفي هذه الحالة المؤسسات التي تنتج بتكاليف مرتفعة ستخضع لهيمنة المؤسسات الأقل تكلفة.

تمرين 04:

تكتب دالة الطلب على الشكل:

$$P = 105 - 2.5X$$

ودالتي التكاليف: $C1 = 5X_1$

$$C2 = 15X_2$$

نفترض أن السوق مقسم تقسيما متساويا بين المؤسستين.

والمطلوب إيجاد التوازن حسب هذا النموذج:

أ- إذا كانت المؤسسة الأولى في موقف زعامة.

ب- إذا كانت المؤسسة الثانية في موقف زعامة.

الحل:

أ- إذا كانت المؤسسة الأولى في موقف زعامة:

$$X = X_1 + X_2$$

$$P = 105 - 2.5(X_1 + X_2)$$

$$X_1 = X_2$$

$$P = 105 - 2.5(2X_1) \Rightarrow P = 105 - 5X_1$$

$$\pi_1 = (105 - 5X_1)X_1 - 5X_1$$

$$= 105X_1 - 5X_1^2 - 5X_1 = 100X_1 - 5X_1^2$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = 100 - 10X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = 10 \Rightarrow X_2 = 10$$

$$P = 105 - 2.5(10 + 10) \Rightarrow \quad P = 55$$

$$\pi_1 = (10)(55) - 5(10) \quad \Rightarrow \quad \pi_1 = 500$$

$$\pi_2 = (10)(55) - 15(10) \Rightarrow \quad \pi_2 = 400$$

ب- إذا كانت المؤسسة الثانية في موقف زعامة:

$$X = X_1 + X_2 P = 105 - 2.5(X_1 + X_2)$$

$$X_1 = X_2$$

$$P = 105 - 2.5(2X_2) \rightarrow P = 105 - 5X_2$$

$$\pi_2 = (105 - 5X_2)X_2 - 15X_2$$

$$= 105X_2 - 5X_2^2 - 15X_2 = 90X_2 - 5X_2^2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = 90 - 10X2 = 0 \Rightarrow X_2 = 9, X_1 = 9$$

$$P = 105 - 2.5(9 + 9) \Rightarrow P = 60$$

$$\pi_1 = (9)(60) - 5(9) \Rightarrow \pi_1 = 495$$

$$\pi_2 = (9)(60) - 15(9) \Rightarrow \pi_2 = 405$$

اذن كمية التوازن: $X_2 = \mathbf{9}, X_1 = \mathbf{9}$

وسعر التوازن $P = 60$

المحور السادس: نموذج المؤسسة المهيمنة:

يقوم هذا النموذج على افتراض وجود مؤسسة كبيرة تهيمن أو تسيطر على الجزء الأكبر من السوق إلى جانب مجموعة من المؤسسات الصغيرة حيث تعرف المؤسسة المهيمنة

دالة طلب السوق كما تعرف أيضا دالة عرض المؤسسات الصغيرة من خلال معرفتها للتكاليف الحدية لهذه الأخيرة، وبذلك تعرف دالة الطلب الموجهة إليها وتعظم ربحها بتساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية.

تمرين 05:

إذا كانت مؤسسة مهيمنة في سوق ما تقدر دالة العرض للمؤسسات الصغيرة كما يلي:

$$S_1 = 0.2\,P$$

وتكون دالة طلب السوق: $D = 50 - 0.3\,P$

ودالة التكلفة للمؤسسة المهيمنة: $C = 2\,X$

والمطلوب إيجاد دالة الطلب الموجهة للمؤسسة المهيمنة والتوازن حسب هذا النموذج.

الحل:

دالة الطلب الموجهة للمؤسسة المهيمنة:

$$X = D - S_1$$

$$X = 50 - 0.3\,P - 0.2\,P \Rightarrow X = 50 - 0.5\,P \Rightarrow P = 100 - 2X$$

التوازن حسب هذا النموذج:

$$\pi = RT - CT = P\,X - CT = (100 - 2X)X - 2\,X = 100X - 2\,X^2 - 2\,X$$

$$\Rightarrow \pi = 98X - 2\,X^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X} = 98 - 4\,X = 0 \Rightarrow X = 24.5$$

$$P = 100 - 2X = 100 - 2(24.5) \Rightarrow P = 51$$

$$D = 50 - 0.3\,P = 50 - 0.3(51) \Rightarrow D = 34.5$$

$$S_1 = 0.2\,P = 0.2(51) \Rightarrow S_1 = 10.2.$$

$$(D - X = 34.7 - 24.5 = 10.2)$$

الفصل العاشر:

مسابقات غير محلولة

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي (جامعة باجي مختار عنابة، التاريخ: 10 / 10 / 2002)

I. (6 ن): يقضي المستهلك طوطو الوقت T (= 24 ساعة) المتاح له بين عمل وتسلية.

قدرت دالة المنفعة لطوطو على شكل:

$$U = X_1^{1/5} X_2^{1/4} E^{1/6} L^{1/4}$$

حيث X_1 و X_2 كميات السلعتين 1 و 2، E: الإدخار، L: مدة التسلية.

إذا كان P_1 و P_2 و w أسعار 1 و 2 و معدل الأجرة (Salaire Horaire)

1- حدد دالة الإدخار للمستهلك طوطو، واستنتج دالة الاستهلاك.

II. (8 ن): اعتبر سوق مكون من 1000 مستهلك يتميزون بدوال طلب متماثلة أي:

$P = -2X + 200$.

و1000 مؤسسة متماثلة تتميز كل واحدة منهم بدالة تكلفة متوسطة على شكل:

$$CM = X^2 - 10X + 200$$

1- حدد سعر وكمية التوازن في المدى القصير.

2- حدد سعر وكمية التوازن في المدى الطويل مع العلم أن التسوية تحدث بدخول مؤسسات جديدة متماثلة والمؤسسات الأصلية.

3- في حالة توازن المدى القصير تفرض السلطات العمومية ضريبة t = 50 على كل وحدة سلعة مباعة. ما هي كمية وسعر التوازن، علق على النتيجة.

III.(6 ن): افترض أن المؤسسة الاحتكارية " توتسال " تتميز بدالة تكلفة:

$CT = X^3 - 4X^2 + 16X + 70$ و تواجه دالة الطلب: $X = 40 - P$

1- أوجد نقطة توازن المؤسسة.

2- افترض أنه (بسبب غيبوبة خفيفة ومؤقتة) أصبح مسير المؤسسة يتصرف كأنه يواجه سوق منافسة مثلى. حدد نقطة توازن المؤسسة. ما هي نتيجة الغيبوبة الخفيفة والمؤقتة.

3- وضح في نفس البيان الوضعيتين السابقتين.

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي (جامعة باجي مختار عنابة، التاريخ: 2003)

تمرين1: تعمل مؤسسة في ظل المنافسة المثلى، فإذا كانت دالة العرض ودالة الطلب تساوي على التوالي: $Q_S = 100 + 10\,P$ و $Q_d = 600 - 15P$

1- ما هو سعر وكمية التوازن؟

يمثل الجدول التالي دالة التكلفة الكلية لإحدى المؤسسات:

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CT	20	27	32	39	52	72	96	126	160

2- ما هي الكمية التي ستنتجها المؤسسة؟ وما هو ربحها؟

3- إذا كانت كل المؤسسات من حجم متماثل، ما هو العدد الضروري من المؤسسات لتلبية طلب السوق؟

4- على المدى الطويل، تدخل مؤسسات أخرى في السوق، ما هو المستوى الأدنى الذي لا يمكن لسعر السوق الانخفاض عنه؟

أ- من أجل تحقيق هذا السعر، ما هو التوازن بالنسبة لكل مؤسسة؟

ب- عند ثبات الطلب، عين عدد المؤسسات الجديدة في السوق.

تمرين2: يتميز سوق المواد الحديدية باحتكار المؤسسة " صلب " فيما يخص تمويل السوق الجزائري. بعد دراسة السوق من طرف مكتب دراسات عليا قدرت كالتالي:

- دالة الطلب $Q = 159 - P$

- دالة التكلفة الكلية $CT = 36\,Q + Q^2$

1- حدد كمية وسعر التوازن.

2- ما هو التوازن الجديد إذا فرضت الحكومة ضريبة بمستوى دينار واحد على كل سلعة فردية مباعة؟

3- ما هو الثقل الضريبي على المستهلك؟ وعلى المؤسسة؟

4- حدد ربح المؤسسة، بعد حساب الكمية الكلية المأخوذة من طرف الحكومة؟

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي (جامعة محمد بوضياف المسيلة، التاريخ: 2003)

التمرين الأول: إذا افترضنا بأن دالة المنفعة لمستهلك ما هي على الشكل التالي:

$$U = X^{2/3}\,Y^{1/2}$$

حيث أن: X وY هي الكميات المستهلكة من السلعتين وأن كل من P_X وPY هي أسعار السلعتين X وY على التوالي.

المطلوب:

1- أوجد دالة الطلب على السلعة X.

2- أحسب مرونة الطلب السعرية ثم المرونة الدخلية بالنسبة للسلعة X وما هي طبيعة السلعة؟

3- إذا كانت $P_X = 3$ و $P_Y = 5$ و $R = 40$ الكميات المثلى هي: $X = Y = 10$ في هذه النقطة مضاعف لاغرانج يساوي 2.5

أ- ما هو التفسير الاقتصادي لمضاعف لاغرانج؟

ب- استنتج تأثير زيادة دخل المستهلك بـ 2 دج؟

التمرين الثاني: منتج يتحكم في إنتاج السلعة X حيث دالة الطلب عليها تأخذ الشكل التالي: $Q = -(1/2)\,P + 20$

كما أن دالة التكلفة الكلية تتمثل في الصيغة التالية: $CT = 2Q^2 - 10Q + 5$

المطلوب:

1. أوجد حجم الإنتاج لهذا المنتج.
2. أوجد التكلفة الحدية والإيراد الحدي لهذا المنتج.
3. ما هو السعر الذي يفرضه هذا المنتج لهذه السلعة؟
4. إذا لم يكن هذا المنتج متحكما في السوق، ما هي الكمية المنتجة وما هو سعر هذه السلعة؟ ماذا تستنتج (الاستنتاج لا يتعدى سطرين على الأكثر).

التمرين الثالث: لتكن لديك المعلومات التالية الخاصة بمؤسسة إنتاجية:

$$Q = 2LK + 2 \quad \text{و} \quad CT = 3L + 4K$$

حيث CT تمثل التكلفة الكلية وأن كل من L وK هما العمل و رأس المال على التوالي، Q الكمية المنتجة.

المطلوب:

1. أحسب أدنى تكلفة عندما $Q = 98$.
2. إذا كان سلوك هذه المؤسسة اقتصاديا و كانت تمتلك ميزانية مخصصة لشراء عوامل الإنتاج مقدارها: $CT = 60$ ، أحسب مقادير عوامل الإنتاج.
3. ما هي طبيعة غلة الحجم لهذه المؤسسة انطلاقا من النتائج المحصل عليها؟

ملاحظة: يجب وضع كل النتائج النهائية في إطار مستطيل.

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي: (جامعة 8 ماي 1945 قالمة التاريخ: أكتوبر 2004)

<u>السؤال الأول:</u> في ظل سوق منافسة مثلى نعتبر عددا من المؤسسات (n) ينتجون سلعة متجانسة ويواجهون نفس التكاليف.

دالة الطلب على هذه السلعة معرفة كما يلي: $Q_d(P) = 4900 - 60P$

التكلفة الكلية على المدى الطويل معرفة كما يلي: $CT_L(q) = 1/20\, q^3 - q^2 + 20q$

س1) حدد العدد الأمثل لهذه المؤسسات (n)، هل هو فعلا سوق منافسة مثلى؟

س2) حدد بالنسبة المئوية معدل زيادة العدد الأمثل للمؤسسات عند الأخذ في الحسبان أن السلطات العمومية تدفع إعانة قدرها β دج لكل وحدة منتجة.

س3) استخلص عدد المؤسسات إذا علمت أن β = 2دج.

<u>التمرين الثاني:</u> إذا كانت مرونة الطلب بالنسبة للسعر $E = -2$ والسعر $P_Y = 10$ وحجم الاستهلاك $Y = 1000$

- إذا تقرر تخفيض السعر بوحدتين. فما هو حجم الطلب المتوقع؟

<u>التمرين الثالث:</u> إن إنتاج السلعة Q يتم باستخدام عنصري الإنتاج K و L. ودالة الإنتاج التي تربط بين حجم الإنتاج

وكميات عناصر الإنتاج ممثلة بالعلاقة التالية: $Q = b\, L^{\alpha} K^{\beta}$

<u>المطلوب:</u>

1- ماذا يمكن أن تعلق على غلة الحجم لهذه الدالة عندما:

$$\alpha + \beta = 1 \;،\; \alpha + \beta < 1 \;،\; \alpha + \beta > 1.$$

2- ما هي قيمة زيادة إنتاج السلعة Q إذا كانت $\alpha + \beta = 2$، والكمية المضروبة في كل عنصر من عناصر الإنتاج تساوي 2؟

3- أحسب قيمة كل من المعاملين α وβ علما أن:

- مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال تساوي 0.5.

- دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الثانية.

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي: (جامعة باجي مختار عنابة، التاريخ: 2004)

التمرين الأول: لتكن دالة المنفعة لمستهلك ما كما يلي: $U(X,Y) = 2XY + 3Y$

وليكن قيده الميزاني $R = X P_X + Y P_Y$

أين X، Y هي الكميات المستهلكة و P_X ، P_Y هما أسعار السلع X، Y على التوالي.

س1) حدد إحداثيات النقاط التي تعظم منفعة هذا المستهلك.

س2) حدد قيمة معامل لاغرانج ثم أثبت أن $dU = \lambda\, dR$

س3) أحسب الكميات المستهلكة ومعامل لاغرانج إذا علمت أن: $P_Y = 21, P_X = 12, R = 150$

السؤال الثاني: تعرض مجموعة من المؤسسات في السوق السلعة (X) المتحصل عليها من خلال استعمال عاملي إنتاج العمل (L) ورأس المال (K)، فإذا كانت دالة الإنتاج من الشكل: $X = 3LK - L^2 - 2K^2$

وتكلفة كل عنصر هي 5 دج للوحدة الواحدة من العمل و10 دج للوحدة الواحدة من رأس المال. فإذا كانت كل مؤسسة تحصل على إعانة مالية من الدولة تسمى إعانة التوازن.

1- قم بالدراسة الكاملة لتعظيم الربح، ثم حدد مقدار الإعانة المالية للتوازن المقدمة من طرف الدولة؟

2- إذا قررت وزارة الاقتصاد تجميع هذه المؤسسات في مؤسسة واحدة بوسائل متطورة وتوطينها في منطقة محرومة، وقد توقعت إحدى الدراسات ما يلي:

تكون دالة الإنتاج من الشكل: $X = L^{3/4} K^{1/4}$ ، سعر الوحدة الواحدة من رأس المال هي

$P_K = 27$ و من العمل هي $P_L = 1$ ، التكاليف الثابتة $CF = 486$، سعر السوق 10.

أ- أوجد أقصى إنتاج يمكن الحصول عليه بتكاليف قدرها 810.

ب- ما هي قيمة الأرباح التي يمكن أن تحققها هذه المؤسسة.

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي: (المركز الجامعي سوق اهراس التاريخ: 2005)

السؤال الأول: لتكن لديك دالة المنفعة لمستهلك (ما) من الشكل التالي:

$$U = XY + 2X$$

مع قيد الميزانية $R = X P_X + Y P_Y$

بحيث أن X و Y كميتين من السلعتين X و Y و سعرهما على التوالي(P_X=2ون)

$P_Y = 4$ بحيث بلغ دخل المستهلك $R = 32$.

المطلوب:

1- إيجاد الكميتين المثلوتين X وY اللتين تحققان أكبر إشباع ممكن بطريقة لاغرانج.

2- حساب المعدل الحدي للإحلال الفني لإحلال X محل Y: ($TMst_{XY}$) عند التوليفة المثلى المحسوبة سابقا مع توضيح المعنى الاقتصادي لذلك.

3- أحسب مقدار الدخل الذي يجب على المستهلك أن ينفقه للحصول على نفس المستوى من الإشباع الأعظمي السابق في حالة تغير سعر السلعتين إلى $P_X = 4$ و $P_Y = 8$.

التمرين الثاني: تنتج الشركة " الساحلية للمواد الغذائية " مادة المعجون المستعمل في صناعة المرطبات باستخدام آلات صناعية (K) ويد عاملة (L). قدرت دالة الإنتاج بالصيغة التالية: $q = (K-1)^{1/4} . L^{1/4}$

تمثل كل وحدة من (q) 1000 طن من المعجون. تقرر الشركة في الأسبوع الأول إنتاج 1000 طن من المعجون أي ($q = 1$).

المطلوب تحديد معادلة الناتج المتساوي وكلفته في كلا من الحالتين:

1- $P_K = 1$ و $P_L = 1$.

2- $P_K = 2$ و $P_L = 3$.

يمثل P_K سعر الوحدة الواحدة من رأس المال (K) المتمثل في استعمال الآلات الصناعية و يمثل P_L أجر العامل الواحد (L) المتمثل في اليد العاملة.

فسر سلوك الشركة من خلال مقارنة النتيجتين.

السؤال الثالث: لنفترض أن الطلب الكلي لسوق الصفائح المعدنية بالجزائر مقسم بين شركة وطنية وشركة أجنبية خاصة بصفة متساوية فإذا كانت التكاليف الكلية لكل من الشركتين كما يلي:

الشركة الوطنية $CT_1 = 5X_1$

الشركة الأجنبية $CT_2 = 5X_2$

فإذا علمت ان دالة طلب السوق هي $P = 105 - 2X$

حدد ربح كلا من الشركتين إذا كان السعر محدد من طرف الشركة الوطنية حسب شروطها الخاصة ويفرض على الشركة الأجنبية.

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي: جامعة محمد خيضر بسكرة

السؤال الأول:

تم في سنة معينة إيجاد دالة طلب الفولاذ في دولة ما وكانت كالتالي:

$P = 250 - 50\ Q$ حيث Q بآلاف الأطنان وP بآلاف الوحدات النقدية للألف طن.

وتم تقدير التكلفة المتوسطة لهذا المنتوج بالمعادلة التالية:

$CM(Q) = 182/Q + 50$ حيث CM بآلاف الوحدات النقدية.

المطلوب:

1- حدد دوال التكلفة الكلية والتكلفة الحدية للفولاذ.

2- حدد الإيراد الكلي والإيراد الحدي لمؤسسة تنتج Q طنا من الفولاذ ثم حدد معادلة ربحها.

3- إذا كانت هذه المؤسسة محتكرة لإنتاج هذه المادة ما هو حجم الإنتاج الذي يحقق لها أعظم ربح؟ كم يكون السعر؟

السؤال الثاني:

الصيغة التالية تعبر عن مجموعة منحنيات التكلفة للمدى القصير لمنتج ما:

$C = 0.04\ Q^3 - 0.9\ Q^2 + (11 - K) + 5\ K^2$ حيث K يمثل حجم المصنع أو الطاقة الإنتاجية.

المطلوب:

1- استنتج دالة الطاقة الإنتاجية المثلى للمصنع.

2- استنتج دالة التكلفة للمدى الطويل.

3- بافتراض أن سعر الوحدة الواحدة من السلعة Q هو $P = 4$ أوجد كمية الإنتاج Q التي تحقق للمنتج أعظم ربح ممكن، ما هي قيمة هذا الربح وما هو الحجم الأمثل للمصنع؟

جامعة منثوري قسنطينة مدرسة الدكتوراه التاريخ: 2006

جزء الاقتصاد الجزئي من مادة التقنيات الكمية:

هل تتفق نظرية اولير – Euler- في التوزيع مع مضمون دالة إنتاج من الشكل:

$q = L^2 . K^{-1}$ عندما يكون $L = 2$ و $K = 4$ حيث q يمثل حجم الإنتاج، L و K عدد الوحدات المستخدمة من العمل و رأس المال على الترتيب.

مسابقة ماجستير: اقتصاد جزئي:(المركز الجامعي العربي بن مهيدي أم البواقي،2006)

القسم الأول: الاقتصاد الجزئي

س1 (5 ن):

أ- أوضح الفرق بين قانون الغلة المتغيرة (المتناقصة) وقانون غلة الحجم، ثم أوضح علاقة هذا الأخير بدرجة تجانس دالة الإنتاج (ملاحظة: الإجابة لا تتجاوز 6 أسطر)

ب- بالاستعانة بالمفاهيم الرياضية لمرونة الطلب والإيراد الحدي، بين أن العلاقة التالية صحيحة عند الوضع الأمثل (التوازن).

$$Cm = P[1 + 1/e]$$

حيث P السعر و e مرونة الطلب السعرية.

س2 (5 ن):

في سوق تتميز بالمنافسة الكاملة، ينشط فيها 60 منتجا و 80 مشتريا.

إذا كانت دالة الطلب بالنسبة لكل مشتر هي على الشكل التالي:

$$P = -20q + 164$$

وإذا كانت دالة التكاليف الإجمالية بالنسبة لكل منتج هي كالتالي:

$CT = 3q^2 + 24q$ حيث: $q \geq 4$.

المطلوب:

حدد سعر التوازن وما هي الكمية المباعة فعلا من طرف كل منتج؟

قائمة المراجع

قائمة المراجع:

I. مراجع باللغة العربية:

1. البشير عبد الكريم، " الاقتصاد الجزئي: دروس مع أمثلة توضيحية ومسائل تطبيقية " غير منشورة، 2001.
2. رشيد بن الذيب ونادية شطاب عباس،" **اقتصاد جزئي: نظرية وتمارين**" الطبعة الأولى ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1999.
3. عمر صخري، " **مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي**"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الطبعة الثانية، 1989.
4. محمد سحنون، " **مبادئ الاقتصاد الجزئي – دروس وتمارين محلولة-**"، دار بهاء الدين للنشر والتوزيع، قسنطينة، 2003.
5. عمر صخري "مبادئ الاقتصاد الوحدوي" ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2001
6. رشيد بن الذيب ونادية شطاب، **اقتصاد جزئي، نظرية وتمارين**، الطبعة الثالثة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2003.
7. د. دومينيك سلفادور، سلسة ملخصات شوم نظريات ومسائل في "نظرية اقتصاديات الوحدة" نظريات واسئلة، ترجمة سعد الدين محمد الشيال ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائز، 1994
8. بريبش السعيد،"**مطبوعات في التحليل الإقتصادي الكلي**"،غير منشورة، 2006/2005
9. كساب علي، " **النظرية الإقتصادية: التحليل الجزئي**"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004،

10. عمار عماري، تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي، عمان، الأردن الطبعة الاولى 2002،

11. بول أ ساموبلسون، ويليام د نوردهاوس "الاقتصاد" ترجمة هشام عبد الله، عمان، الأردن، الطبعة الثانية، 2006

12. عمار عماري، الاقتصاد الجزئي ملخص الدروس وتطبيقات محلولة ، عمان، الأردن الطبعة الاولى 2015.

13. معاذ الشرفاوي الجزائري الاقتصاد الجزئي من منشورات الجامعة الافتراضية السورية. الجمهورية العربية السورية 2020

14. فريدريك تلون ترجمة وردية واشد مدخل الى الاقتصاد الجزئي مجد المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر 2020.

15. ناصر دادي عدون،" **إقتصاد المؤسسة للطلبة الجامعيين**"، دار المحمدية العامة، الجزائر،1998

16. كريج ديبكن ،**الاقتصاد الجزئي بوضوح** ، ترجمة خالد العامري، دار الفاروق للاستثمارات الثقافية، الجيزة، مصر, 2008.

17. محمود حسين الوادي وأحمد عارف العساف ووليد أحمد صافي، **الاقتصاد الجزئي**، دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الاردن، 2008

II.مراجع باللغة الأجنبية:

1. Dominic Salvatore, « **Microéconomie: Cours et Problèmes**», Série Shum, Macgrawhill, Paris, 1984.

2. Mokhtar Ammami, « **Microéconomie, théorie, critiques, et exercices pratiques**», Gaetanmorin, Editeur Quebec, 1981.

3. Pierre Médan, « **Microéconomie: Travaux dirigés**», Dunod, 2eme édition Paris, 2002.
4. Serge Percheron, « **Exercices de microéconomie** », Masson cie éditeur, Paris, 1974.
5. Henri-Louis Védie « Macroéconomie; En 24 fiches ». Dunod, Paris: 2011
6. Alexis Jacquemin, Henry TULKENS et Paul MERCIER : **« Fondements de l'économie, analyse microéconomique et analyse monétaire ».** Vol1 Editions Pages Bleues Internationales. De Boeck Université. Paris. 2006
7. Johanna Etner, Meglena Jeleva Microéconomie. 11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff : 2018
8. J.M.HENDERSON et R.E.QUANDT : **« Microéconomie, formulation mathématique élémentaire** ». Deuxiéme édition. Dunod. Paris. 1975..
9. . A. JACQUMIN, H.TULKENS et P.MERCIER : **« Fondements de l'économie, analyse microéconomique et analyse monétaire** ». Vol 1. De Boeck Université. Bruxelles. Belgique. 2006.
10. Etienne.WASMER : « **Principes de microéconomie, méthodes empiriques et théories modernes** ». Pearson. Paris. 2010.
11. Serge PERCHERON : « **Exercices de microéconomie**. 6eme édition. Armand Colin. 1996
12. Etienne WASSMER : « **Principes de microéconomie ; méthodes empiriques et théories modernes** ». Pearson. Paris. 2010.

13. . Denis FLOUZAT : « **Analyse économique, Comptabilité nationale** ».

Masson. Paris. 1987.